導体と絶縁体

導体　＝　自由電子、イオンなどを含み電場をかければ電流を流すことのできる物質。
金属、イオン溶液、炭素等

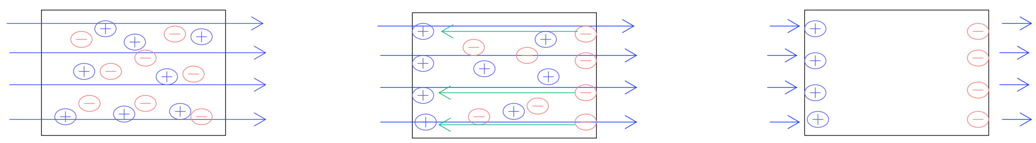
絶縁体　＝　電場のなかにおかれても電流を流さない（流しにくい）物質。
共有結合する物質等
絶縁体でも高い電場（電圧）をかけると、放電が起こる＝＞絶遠破壊

電気抵抗では

導体：$10^{-8} \sim 10^{-6}$ [$\Omega \cdot m$]		半導体：$10^{-5} \sim 10^{5}$ [$\Omega \cdot m$]		絶縁体：$> 10^{10}$	
アルミニウム	2.62×10^{-8}	ケイ素	-5〜4	天然ゴム	12〜15
鉄	10	ゲルマニウム	〜- 1	ナイロン	10〜13
銅	1.7			乾燥木材	8〜10
ニクロム	〜100			パラフィン	14〜17

電場中の導体の振る舞いと導体内部の電場

自由電子（またはイオン）の役割

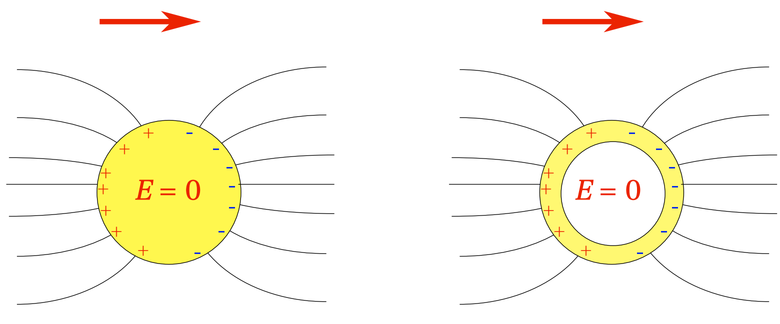


電場がかかれば自由電子（イオン）は力を受けて移動し、その結果元の電場を打ち消す。電場が残っていればこの過程は、導体内の電場が無くなるまで続く。通常の電場の強さは、物質内の自由電子もしくはイオンの個数で十分打ち消すことが出来る程度の強さ（弱さ）である。それ以上に強い電場は、物質を破壊する程に強いものである。従って導体の内部では電場はゼロ：

$$E\text{（導体内部）} = 0$$

従って、導体の内部（表面を含む）では電位は一定となる。

問　導体の内部では電位は一定になることを説明せよ。（電荷を移動するのに仕事は必要か？）
問　導体に出入りする電気力線は導体の表面に垂直であることを説明せよ
問　導体表面に電荷が面密度 σ [C/m²] で分布している。表面すぐ外側の電場の強さを求めよ。



中空導体の場合

中空内部では電場はゼロになる。
道内内部をくりぬいても系の電気的な性質は変わらないため

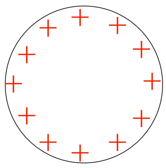
導体に電荷が与えられた場合

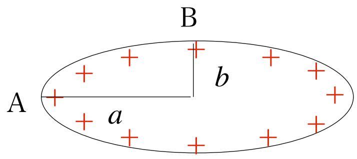
もし、導体内部に電荷があると、その周りには電場が生じる。これは前項の事実に矛盾する。従って導体に電荷が与えられると、表面に分布する。その結果、電場は導体内部で消失し、外部にのみ存在する。

問　導体の表面外側における電場を表面電荷密度 σ [C/m²] を用いて表せ。

導体の形状による電荷分布、および電場の強さ

（1）球の場合　　一様に分布
（2）一般の形　　曲率の大きな面の近傍ほど電場が強くなる
　　　　　　　　＝＞　尖った場所ほど電場は強くなる





詳しい計算によると表面電荷密度は次によって与えられる：

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 Q}{abc}\frac{1}{\sqrt{\dfrac{x^2}{a^4}+\dfrac{y^2}{b^4}+\dfrac{z^2}{c^4}}}$$

従って、

$$\sigma(A) = \frac{\varepsilon_0 Q}{abc}\frac{1}{\sqrt{\dfrac{a^2}{a^4}}} = \frac{\varepsilon_0 Q}{bc}, \quad \sigma(B) = \frac{\varepsilon_0 Q}{abc}\frac{1}{\sqrt{\dfrac{b^2}{b^4}}} = \frac{\varepsilon_0 Q}{ac}$$

これより、A と B における電荷密度の比は

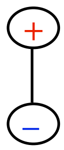
$$\sigma(A)/\sigma(B) = \frac{a}{b}$$

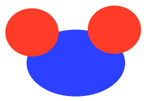
もし、$b << a$ ならば（A が尖っていれば）$\sigma(A) >> \sigma(B)$。このことより、$E(A) >> E(B)$ である。

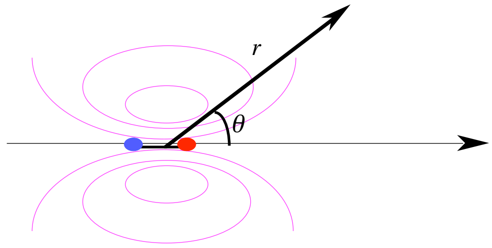
いろいろな電場と電位

１）双極子

水分子など







一般には距離と角度の複雑な関数

$\theta = 0$の場合

ポテンシャル

$$V(x) = V(x + a/2) + V(x - a/2)$$

$$= -\frac{kQ}{x + a/2} + \frac{kQ}{x - a/2}$$

$$\sim -kQ\left(\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x}\right) = -kQa \cdot \frac{1}{a}\left(\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x}\right) \qquad p = aQ \text{：双極子}$$

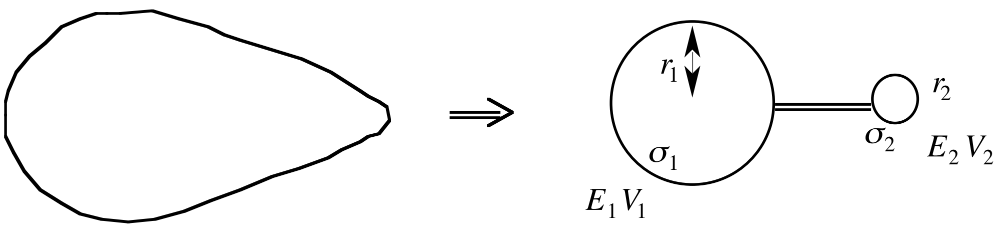
$$= -kQa \cdot \frac{d}{dx}\frac{1}{x} = \frac{kaQ}{x^2} \equiv \frac{kp}{x^2}$$

電場のｘ成分

$$E = -\frac{d}{dx}\frac{kp}{x^2} = 2\frac{kp}{x^3}$$

電荷のクーロンの法則のように遠方まで到達しない

２）曲率の違いによる電場



$$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1} \quad = \quad k\frac{Q_2}{r_2} = V_2$$

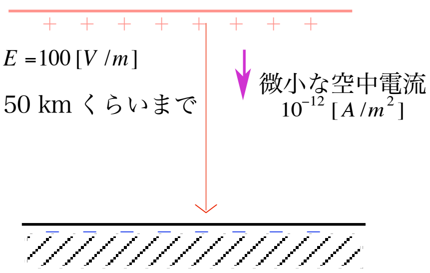
$$Q_1 = 4\pi r_1^2 \sigma_1, \quad Q_2 = 4\pi r_2^2 \sigma_2$$

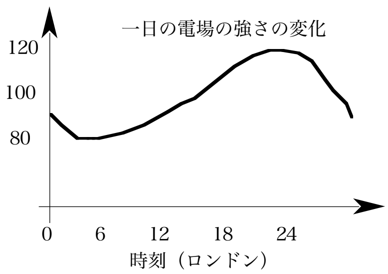
$$k\frac{4\pi r_1^2 \sigma_1}{r_1} = k\frac{4\pi r_2^2 \sigma_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad r_1\sigma_1 = r_2\sigma_2$$

$E = \sigma / \varepsilon_0$　を使って

$r_1 > r_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 < \sigma_2 \Rightarrow E_1 < E_2$　　曲率の小さなところほど電場が強い

３）地上の電場

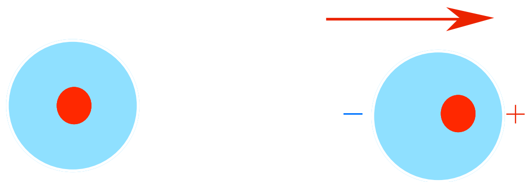




問　人がこの電位差を感じない理由を説明せよ
問　地表の面電荷密度を求めよ
問　地上に立った人が持っているマイナスのイオンの数を概算せよ。
問　空中電流が流れることで、地表の電荷がなくなるのにかかる時間を概算せよ。

４）誘電体
　自由に動ける電荷（イオンや電子）がない
　電場の中では誘電分極が起こる

原子が分極する様子



・コンデンサーの容量を増やす働き

問　電気的に中正なものは、電荷を帯びた物体の近くでは引かれることを説明せよ

エネルギー

　電荷を電場の中で動かすときに必要なエネルギーを計算する。重力場の中で質量を移動するのに必要なエネルギーの計算と同様。

$$
\begin{aligned}
W &\sim Fs \sim qEs \\
&= -q\int_0^X d\vec{s}\cdot\vec{E} = qV(x)
\end{aligned}
$$

ここで、$V(x)$は原点Oを基準にした位置xのポテンシャル（電位）である。電位は単位電荷（$q=1$）を移動するのに必要なエネルギーである。
　厳密には、この公式は微小電荷を運ぶのに必要なエネルギーを表すのに適用される。微小電荷とは、電荷を移動することで周囲の電位に変化が生じない程度に、微小であることを言う。電荷を移動するたびに、周囲の電荷の配置が変わり、その結果、電に変化が生じるような場合には注意が必要である。

コンデンサーと容量

問　半径Rの導体に電荷Qを蓄える。$Q = CV$によって定義される容量Cを求めよ。

半径Rの導体に電荷Qがたまっているところに、さらに微小な電荷dQを加える（無限遠方から運ぶものとする）。この際に必要な微小なエネルギーは

$$dW \sim VdQ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}dQ = \frac{1}{C}QdQ$$

この作業を、電荷ゼロの状態から始めてQになるまで繰り返すと、それに必要な全エネルギーはこれらを足して、

$$W = \int_0^Q dW = \frac{1}{C}\int_0^Q QdQ = \frac{1}{2C}Q^2$$

問　半径1 mの導体に1 Cの電荷をためることが出来るとすると、それに必要なエネルギーを求めよ。

問　あなたが静電気で6000 Vに帯電するときに蓄えるエネルギーを求めよ。

問　平行板コンデンサーに蓄えられるエネルギーを以下の手順に従って求めよ。
（1）平行板の面積をS、2枚の板の間の距離をdとせよ。
（2）平行板の一方に+Q、他方に-Qの電荷を蓄える。
（3）-Qの板から、さらにdQの電荷を+Qの板まで運ぶのに必要なエネルギーを求める。
（4）この結果を0からQまで積分する。

電場のエネルギー

$W = qV(x)$を連続電荷の場合に拡張すると、$W = \int dV\rho(x)V(x)$と書ける。この式を以下のように変形する：

$$\begin{aligned}W &= \frac{1}{2}\int dV\rho(x)V(x)\\ &= \frac{1}{2}\int dV\varepsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E}V(x)\\ &= -\frac{1}{2}\int dV\varepsilon_0\vec{E}\cdot\vec{\nabla}V(x)\\ &= +\frac{\varepsilon_0}{2}\int dV\vec{E}\cdot\vec{E}\end{aligned}$$

すなわち、エネルギーは電場に蓄えられると解釈する。変形したゴムにエネルギーが蓄えられるように、真空も電荷によって変形し、エネルギーを蓄えることが出来るのである。

問　半径R 導体球に電荷Qが蓄えられている場合と、2枚の平行板に+Q, -Qが蓄えられている場合に、電場に蓄えられたエネルギーが、すでに得られた公式に等しいことを示せ。

問　電子がそれ自体非常に軽い半径 R の導体球でできていて、そのまわりの電場の静電エネルギーが電子の質量の大部分を担うとすると、半径 R はどの程度であると考えられるか。

電流によるエネルギー

$$W = QV = \frac{Q}{t}V \cdot t = IVt = Pt$$

W：エネルギー [J]　　Q：移動した電荷 [C]
V：電位 [V]　　t：時間 [sec]
$I = \frac{Q}{t}$：電流 [A]　　$P = IV$：電力 [Watt]

問　10, 100, 1000 [W] の家庭電器機器の電気抵抗を求めよ。

問　人間の電気抵抗は 500 Ω程度であるという（乾いた肌からを介する場合には 5000Ω程度）。100 [V] の電圧が 1 秒かかるときに生じるエネルギーはどの程度か。このエネルギーを、静電気で 6000 [V] に帯電したときのエネルギーと比較してみよ。

注：0.1 [A] 程度の電流が流れると、数秒のうちには心停止するという。ぬれた手でコンセントに触れると非常に危険であることがわかる。

問　ある家庭のブレーカーは 30 [A] である。このとき、最大何 A の電流を、また最大何 W まで電気機器を使うことができるか。

問　日本で 100 [W] と表示されている電気機器は、ヨーロッパ（200[V]）では何 W の機器になるか。

問　日本の家庭電流は交流 50 Hz もしくは 60 Hz の周期関数（sine もしくは cosine）で変化している。交流 100 [V] とは、１周期にわたる平均電力が直流 100[V] の電力に等しくなるように決められている。交流電圧の最大値（もしくは最小値）は何ボルトか。

問　ショートすると火災などが発生し危険であるという。正常な電気機器を使う場合とショートした場合の電気抵抗を考え、発生するエネルギーの観点から説明せよ。