

現代物理学入門レポート課題

July 8, 2007

1 原子の大きさ

1.1

水 1 モルは 18 g (ml) であることを用いて、水分子 1 個の占める体積を概算せよ。また、分子の形を球としたときにその半径を概算せよ。

1.2

原子核の大きさ (直径、もしくは半径) は、原子の大きさのおよそ 100 万分の 1 といわれている。原子核でできた物質 1 cm³ あたりの重さを概算せよ。

2 スケーリング則

逆 2 乗則に従う力を受ける物体の運動方程式

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{k}{r^2}$$

の解が満たすスケーリング則をみいだせ。すなわち、 $r = R(t)$ をこの運動方程式の解としたとき、半径 r を a 倍し、時間を a^n 倍する：

$$r'(t) = aR(a^n t)$$

この式を元の運動方程式に代入したときに、運動方程式が成り立つための指数 n を求めよ。またこれが天体のケプラーの第 3 法則に等価であることを説明せよ。

3 光の粒子性

3.1

光の波長 λ と、その光子のエネルギー E との関係を示せ。

3.2

60 W の白熱電球から平均的に約 6000 の光が輻射されるとすると、毎秒何個の光子が放出されることになるか？白熱電球の輻射効率を 10% とする。

3.3

5 m 離れたところかこの白熱電球を見ると、瞳の中に毎秒何個の光子が入るか？また 10 m の場合はどうか？

3.4

何 m 離れると瞳の中に毎秒一個程度しか光子が入らなくなるか見積もってみよ。

4 光電効果

下に挙げた金属の仕事関数は以下のようなになる。なお、 $1\text{eV}=1.6 \times 10^{-19}\text{J}$ とする。

| | 仕事関数 [eV] | 限界振動数 | 限界波長 |
|----|-----------|-------|------|
| Na | 2.28 | | |
| Zn | 4.33 | | |
| W | 4.52 | | |
| Pb | 5.32 | | |

これらの金属に光を当てたとき、電子が飛び出すのに必要な最低の振動数（限界振動数）とそれに対応する波長を求め、表を完成させよ。

5 水素原子

5.1

電子のド・ブロイ波長 λ と運動量 $p = mv$ の間には次のような関係がある。

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

水素原子中をまわる電子の古典力学的運動方程式

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

とボーアの量子条件 $2\pi r = n\lambda = nh/p = nh/(mv)$ を用いて

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m}$$

となることを示せ。

5.2

このとき電子の持つエネルギーが

$$E = K + V = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

となることを示せ。

6 水素原子のエネルギー

水素原子のエネルギーは、 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ とおいて以下のように書くことができる。

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{ke^2}{r} = \frac{p^2}{2m} - \frac{ke^2}{r} \rightarrow \frac{(\Delta p)^2}{2m} - \frac{ke^2}{\Delta r}$$

不確定性関係

$$\Delta p \cdot \Delta r \sim \hbar \rightarrow \Delta p \simeq \hbar/\Delta r$$

を用いて E を Δr の関数として表せ。

6.1

横軸に Δr 、縦軸に $E(\Delta r)$ をとりグラフを描き、 $E(\Delta r)$ の最小値とそのときの Δr を求めよ。

7 水素原子中の電子の速さ

基底状態の水素原子中の電子が古典的運動をすとしたとき、電子の速さは光速 c の何倍になるか？