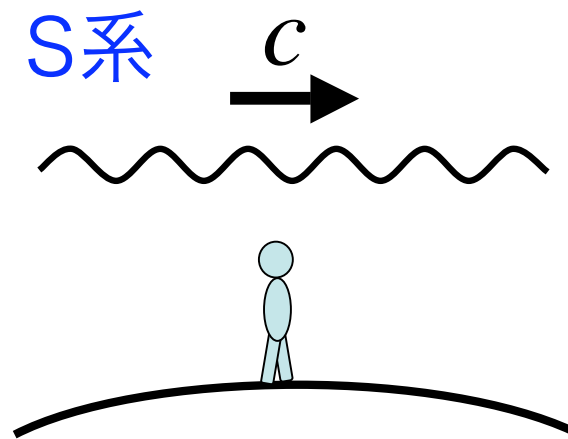


2. 時間の遅れと長さの縮み

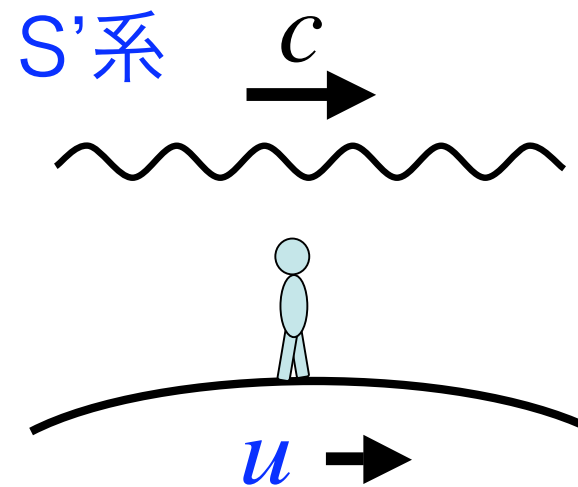
光の速度 Speed of light in vacuum

$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]} \quad \text{定義}$$



エーテルの系

$$v = c$$



エーテルに対して
速度 u で動く系

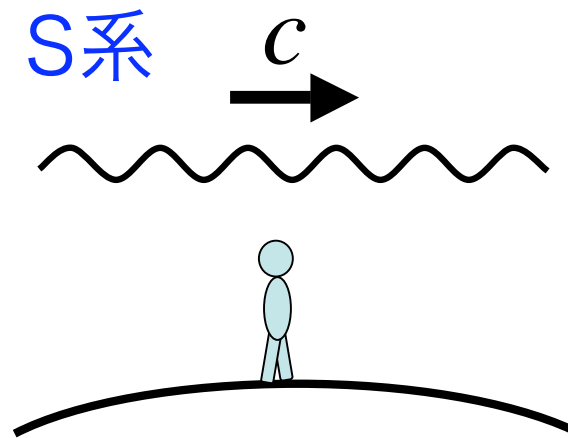
$$v = c - u$$

光の速度

Speed of light in vacuum

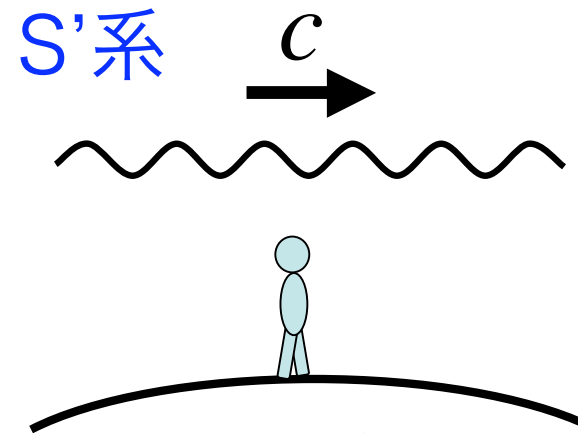
$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]}$$

定義



エーテルの系

$$v = c$$

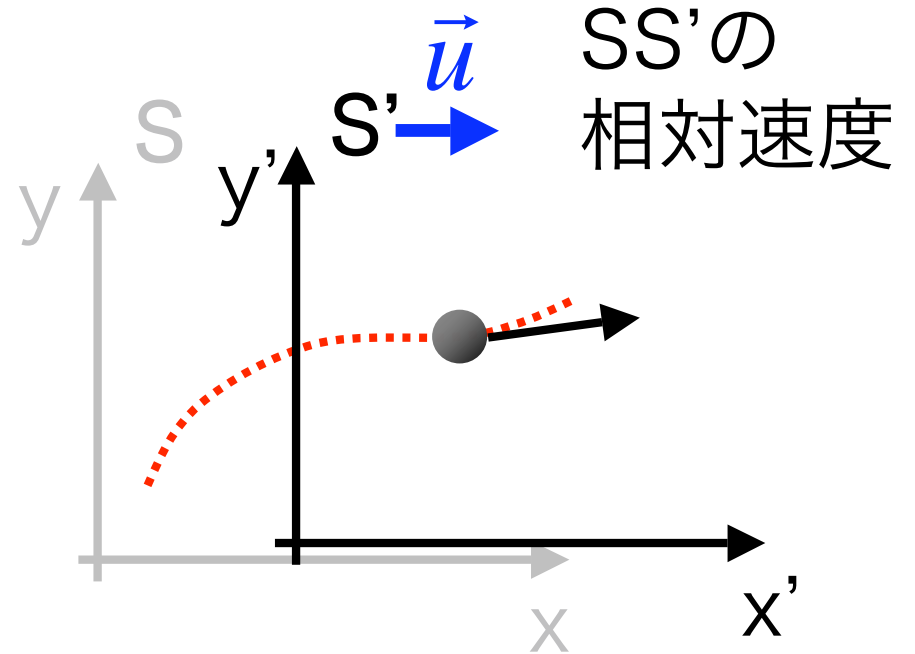
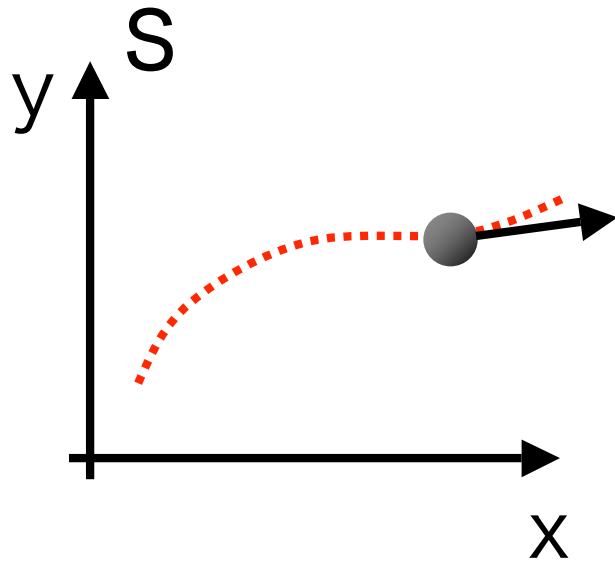


このようなことは
おこらない

$$v = c - u$$

常識の見直し

2 の慣性系 S, S'



古典力学の仮定

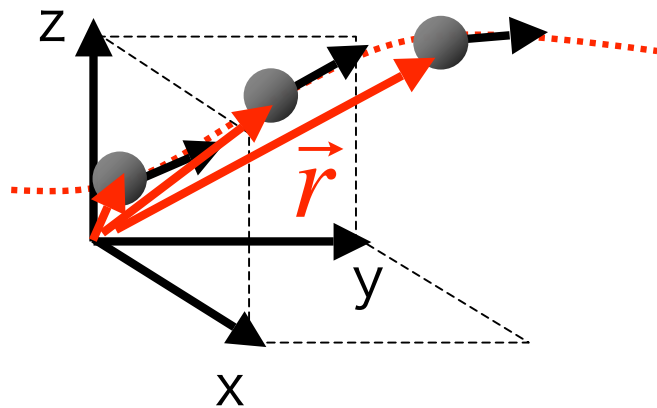
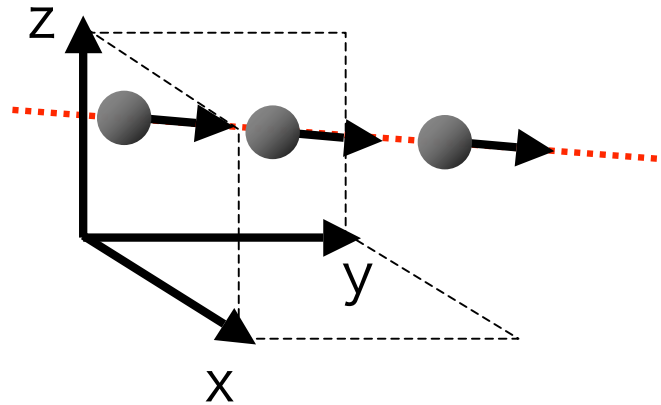
$$\begin{cases} t = t' \\ \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \end{cases}$$

成分表示で

$$\begin{cases} t = t' \\ x(t) = x'(t) + ut \\ y(t) = y'(t), \quad z(t) = z'(t) \end{cases}$$

座標系（慣性系）

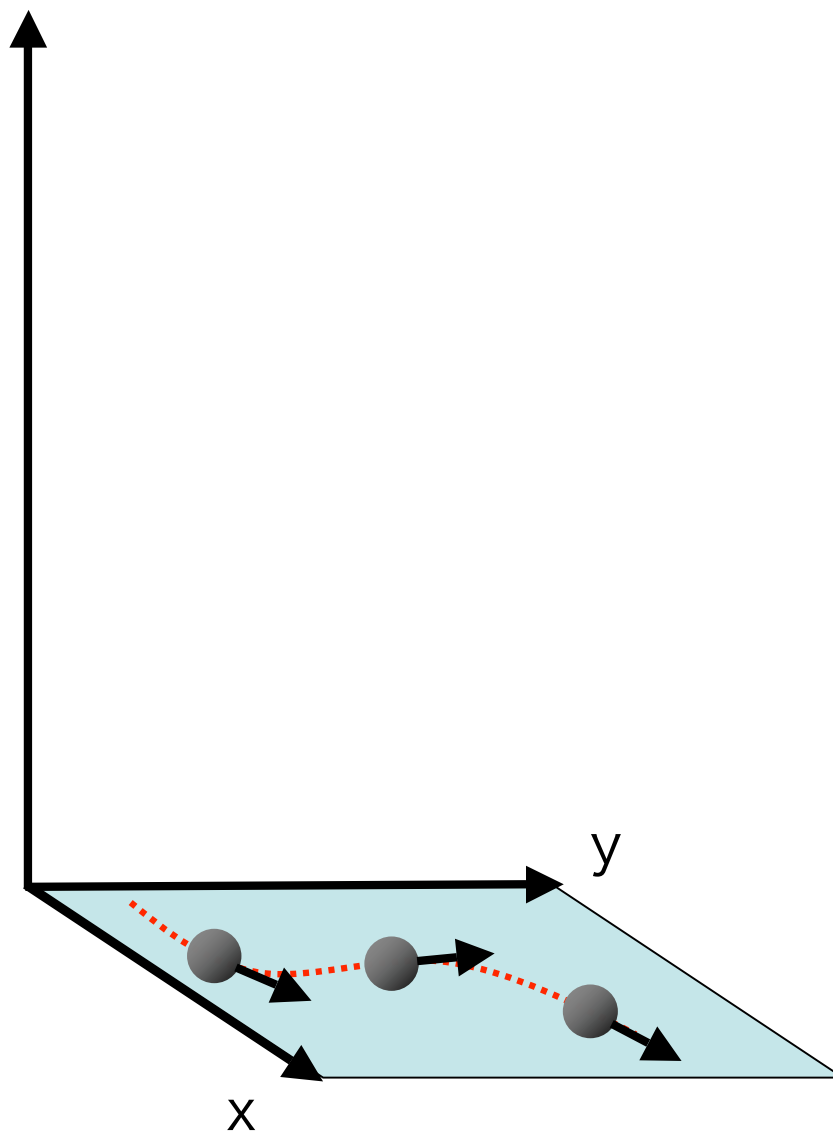
力を受けないものは等速直線運動する



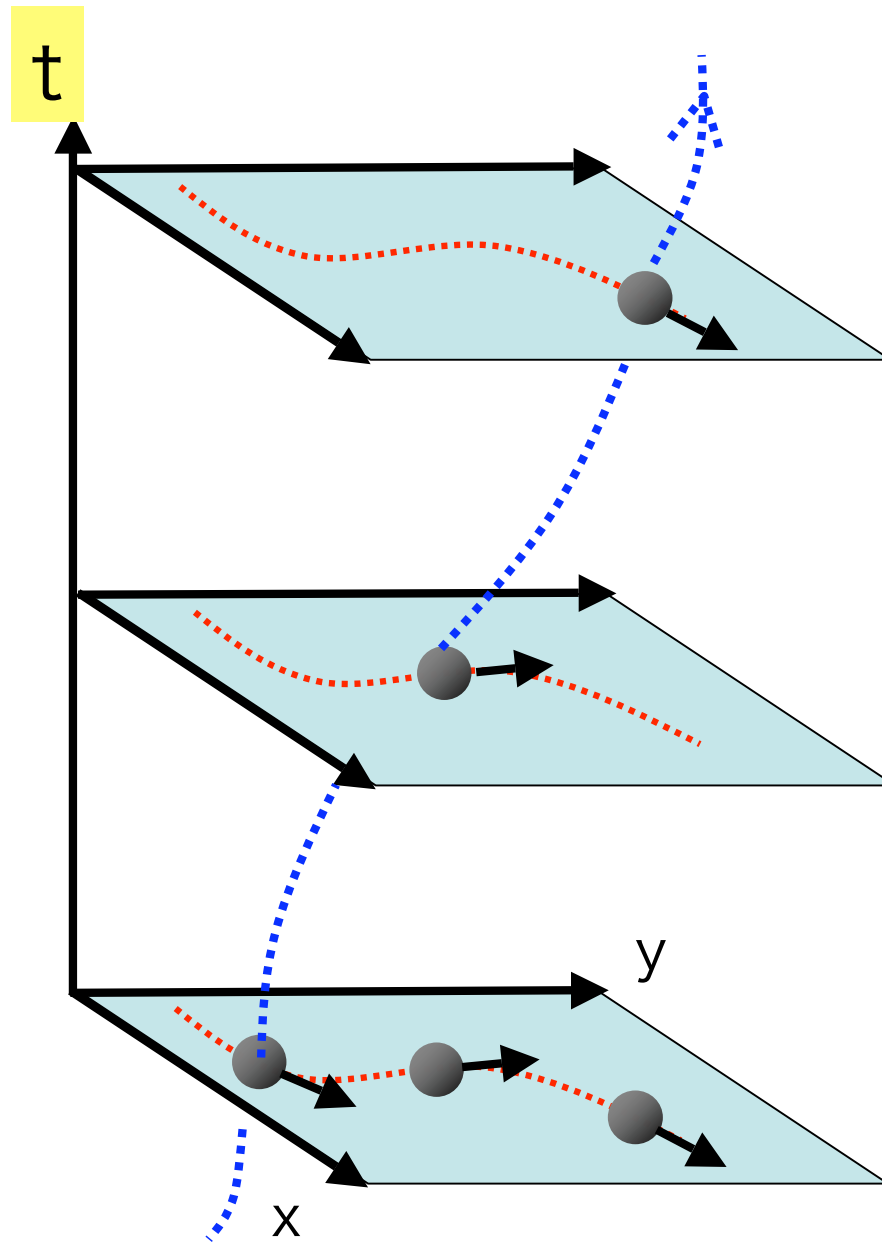
時刻 t の関数としての位置
($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$)

$$\vec{F}(t, \vec{r}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{dt}$$

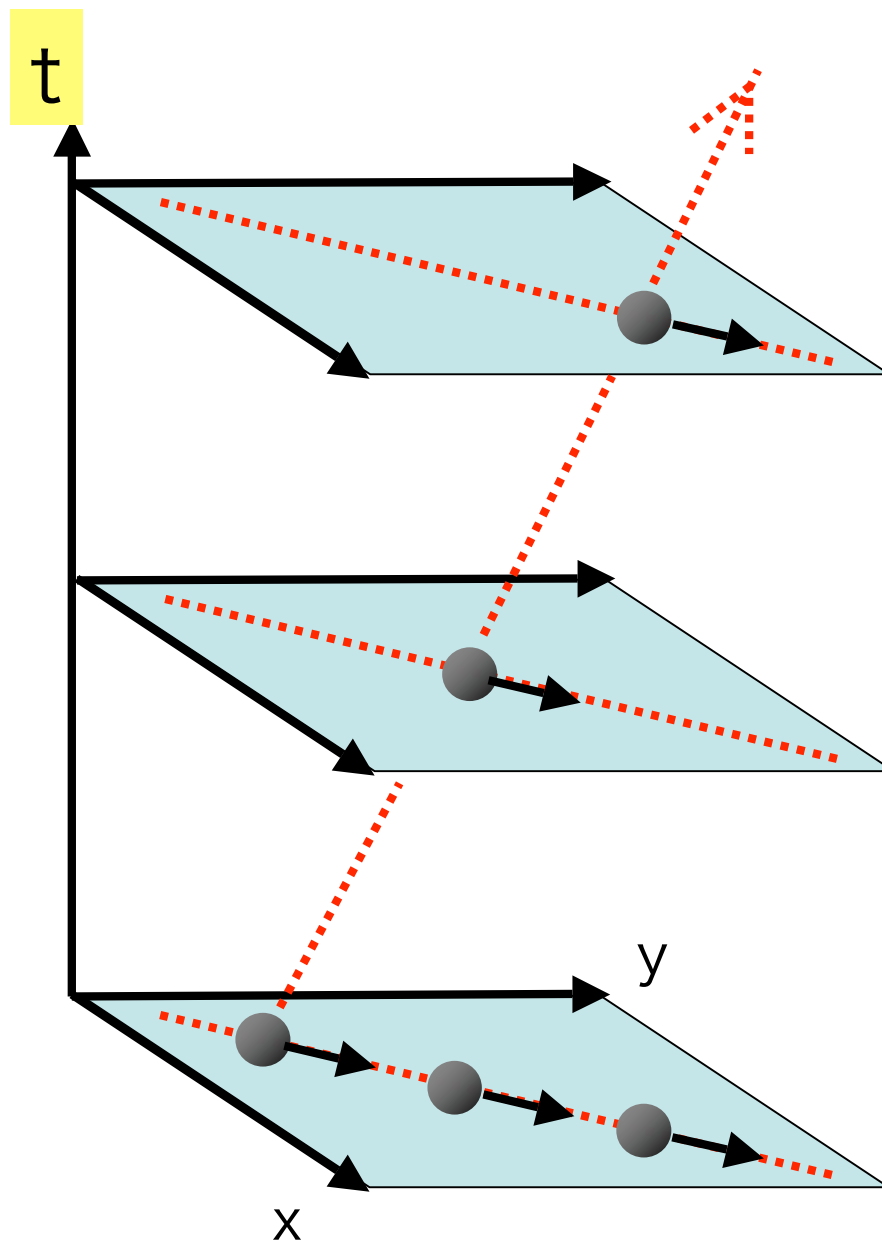
世界線



世界線



世界線



等速直線運動

常識の見直し

古典力学の仮定

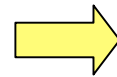
$$\boxed{t = t'}$$
$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$$

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + ut \\ y = y', z = z' \end{cases}$$

座標を時間 $t = t'$ で微分して

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$$



$$v_x = v_x' + u$$

$$v_y = v_y', \quad v_z = v_z'$$

速度は観測する系の運動（速度）による

再考察

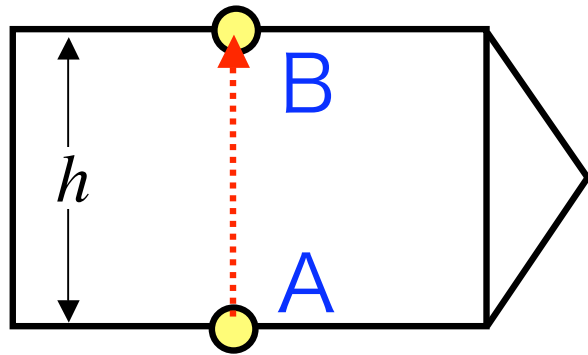
光の速さは観測者の運動状態にかかわらず一定

ガリレイ変換からは予測できない

時間と空間の性質を見直す必要有り

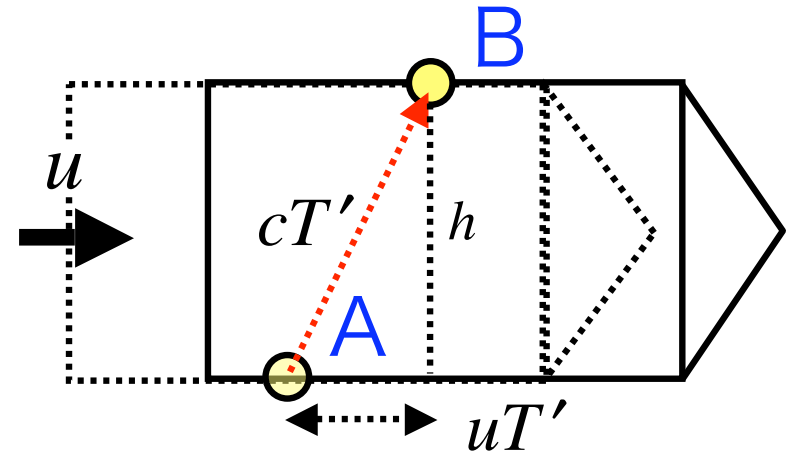
時間の遅れ

ロケットのなかで
光を床から天井に向けて
真上に放つ



床→天井への時間
 $cT = h$

ロケットの外からみると
光は斜めに進む



$$(cT')^2 = (uT')^2 + h^2$$

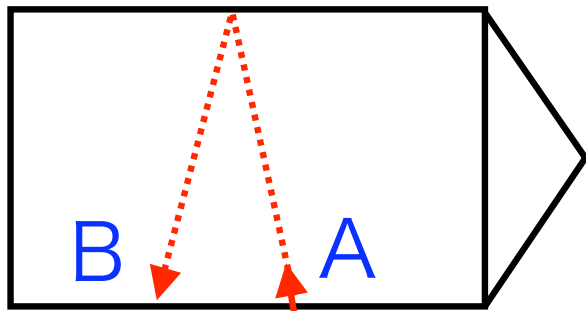
$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$$

A (光を放つ時) と B (光が届く時) の時間差はロケットの中の方が短い

長さの縮み

今度は地上を通り過ぎるロケットをめがけて真上に光を放つ（右の図）。ロケットの底は透明、天井は鏡とする

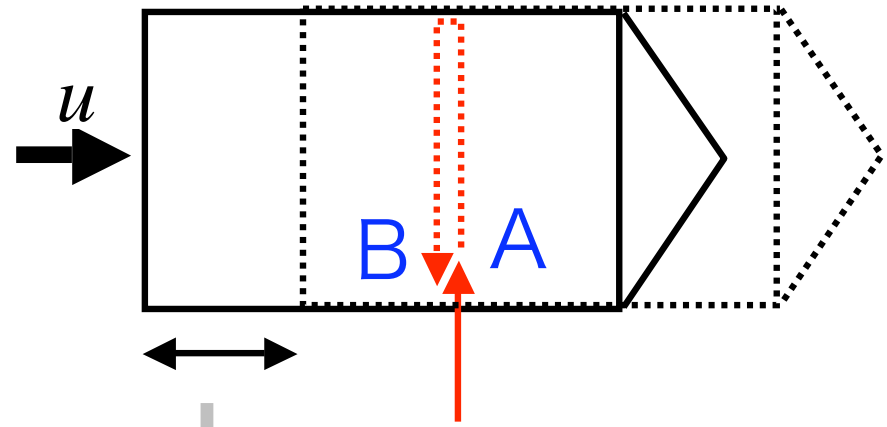
ロケットのなかで



$$(cT)^2 = h^2 + (uT)^2$$

$$L = 2uT = 2u \sqrt{\frac{h^2}{c^2 - u^2}}$$

ロケットの外から



$$L' = 2uT' = 2 \frac{h}{c} u$$

$$L' = L \sqrt{1 - \beta^2}$$

AからBに戻るまでの時間はロケットの中の方が余計にかかる

まとめて

時間の遅れ $T' = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$

長さの縮み $L' = L_0 \sqrt{1-\beta^2}$

T', L' は運動する系（観測する対象）の時と長さ

これに対して

T_0, L_0 は観測者の元に置かれた時と長さ

固有時間、固有長さ

問題

- 問 6 : 光の速さの 50% で運動する系の時間の遅れはいかほどか。
- 問 7 : 静止系で 2×10^{-6} 秒で崩壊するミュー粒子は大気の上空で発生し、猛スピードで約 10 キロ先の地表に到達する。速度を推定せよ。
- 問 8 : 地球から太陽に向かって光の速さの 90% で進むと、地球太陽間の距離はどうみえるか。
- 問 9 : 100 光年離れた銀河に 10 年で到達したい。光の速さの何% で飛行する必要があるか。