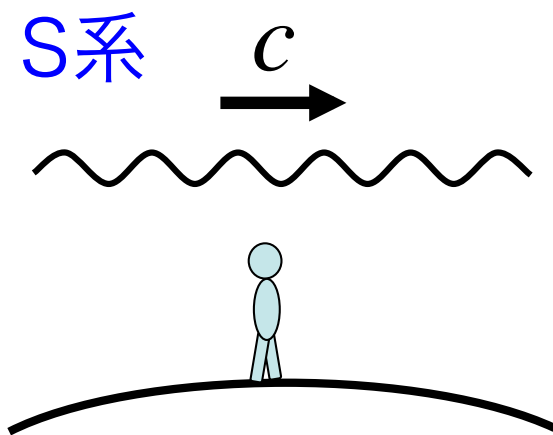


2. 時間の遅れと長さの縮み

光の速度 Speed of light in vacuum

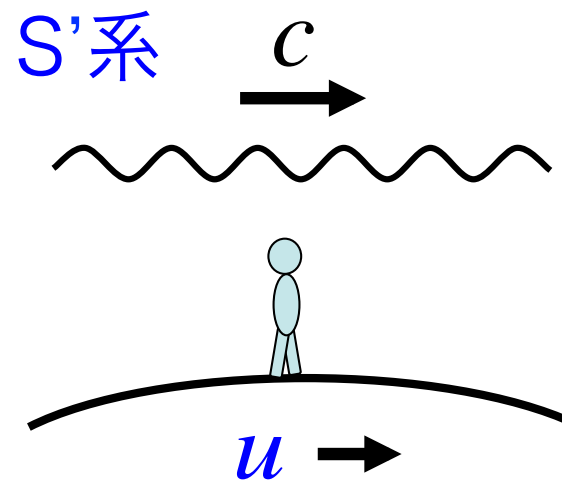
$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]}$$

定義



エーテルの系

$$v = c$$



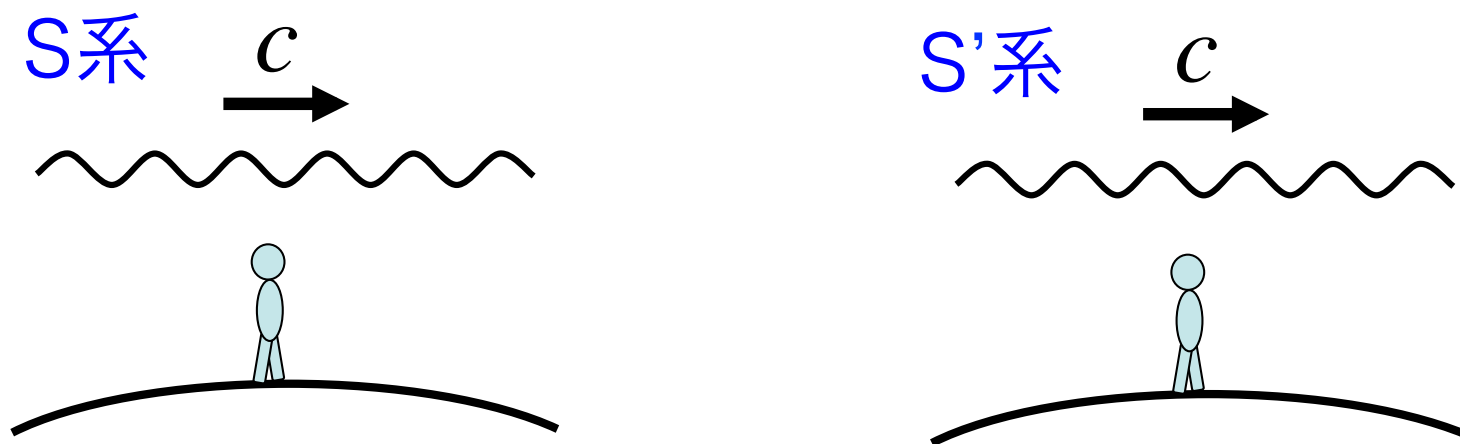
エーテルに対して
速度 u で動く系

$$v = c - u$$

光の速度 Speed of light in vacuum

$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]}$$

定義



エーテルの系

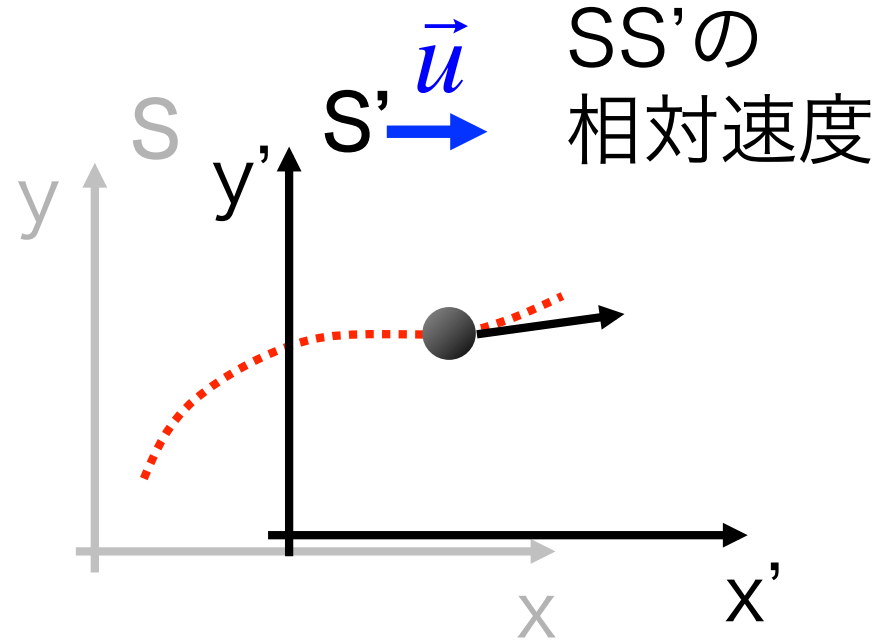
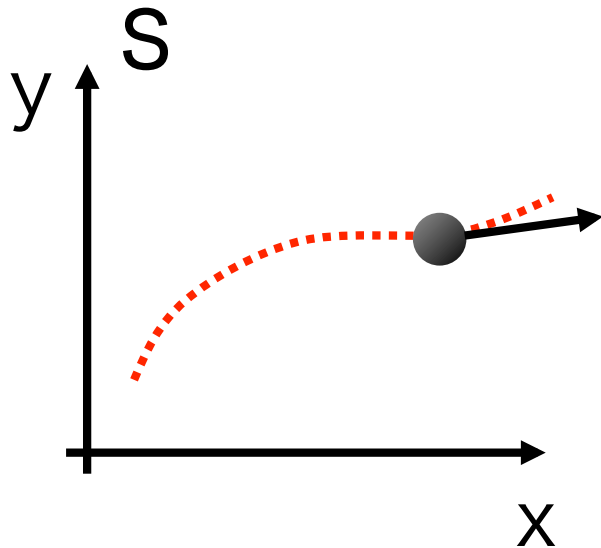
このようなことは
おこらない

$$v = c$$

$$v = c - u$$

常識の見直し

2の慣性系 S, S'



古典力学の仮定 = ガリレイ変換

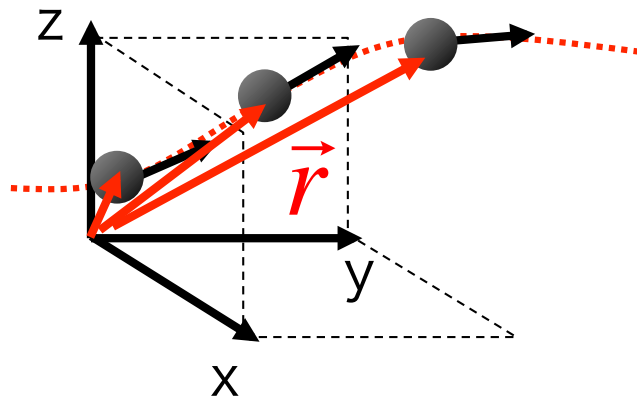
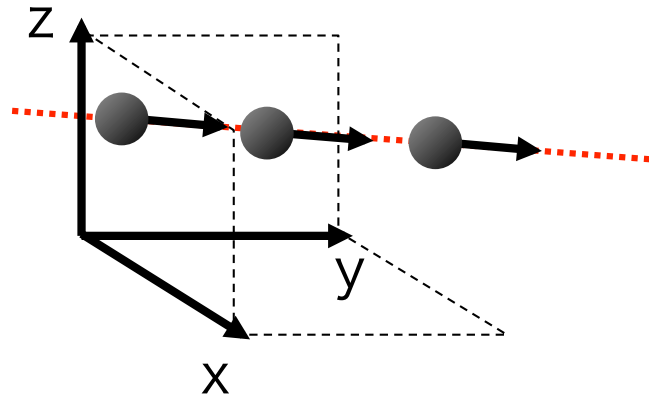
$$\begin{cases} t = t' \\ \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \end{cases}$$

成分表示で

$$\begin{cases} t = t' \\ x(t) = x'(t) + ut \\ y(t) = y'(t), \quad z(t) = z'(t) \end{cases}$$

座標系（慣性系）

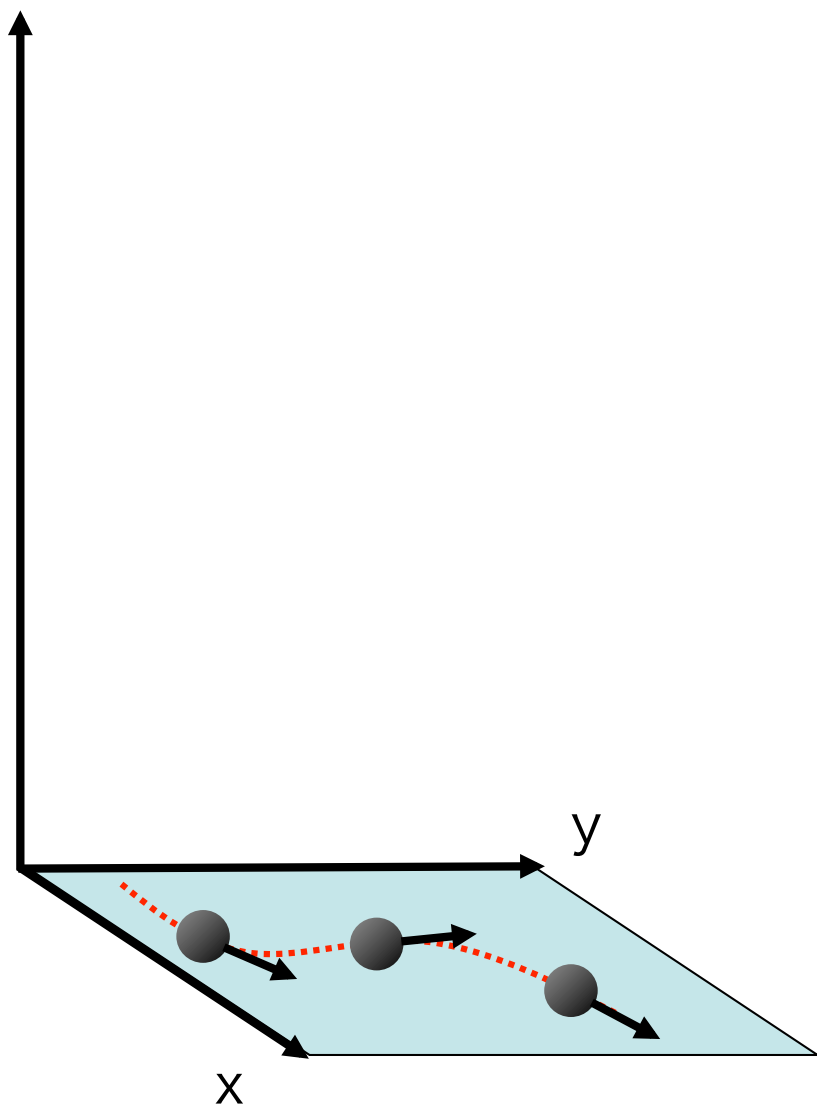
力を受けないものは等速直線運動する



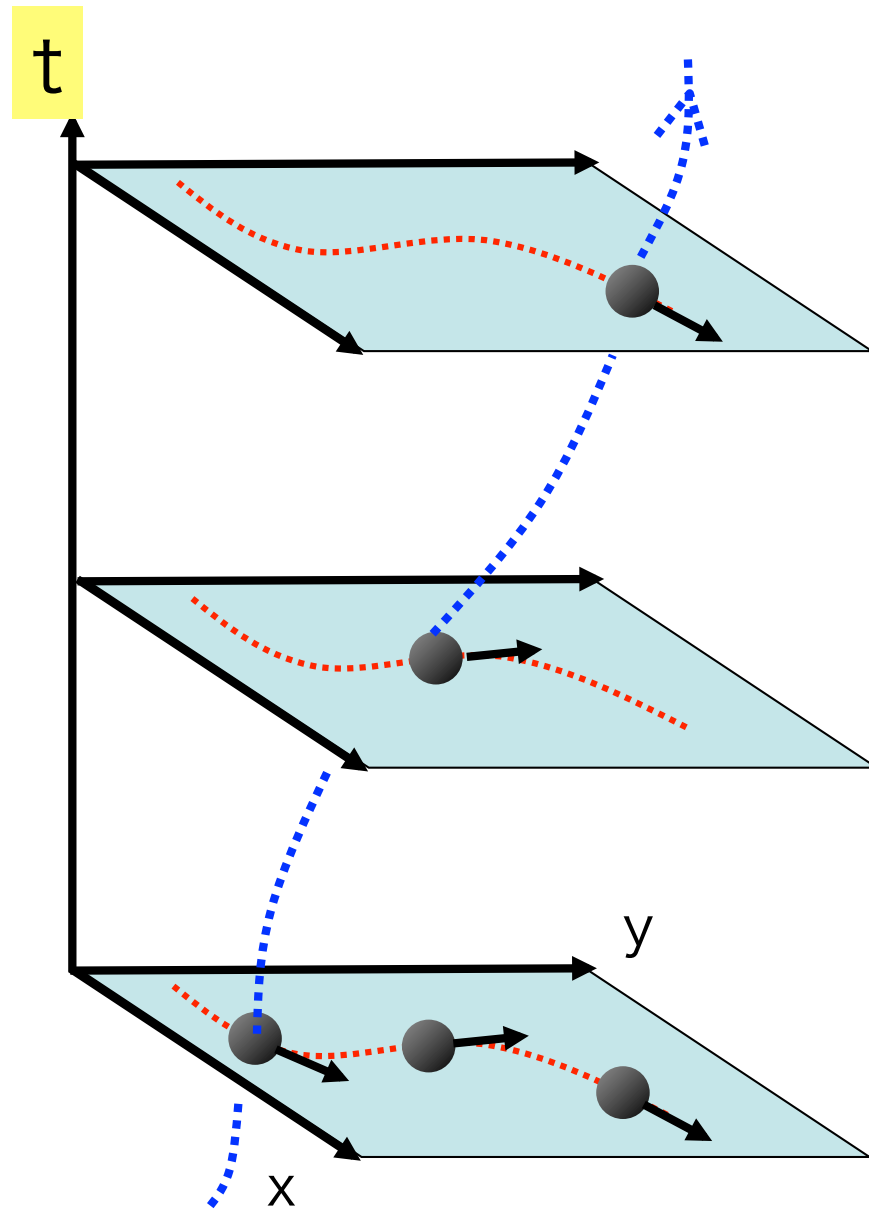
時刻 t の関数としての位置
($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$)

$$\vec{F}(t, \vec{r}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{dt}$$

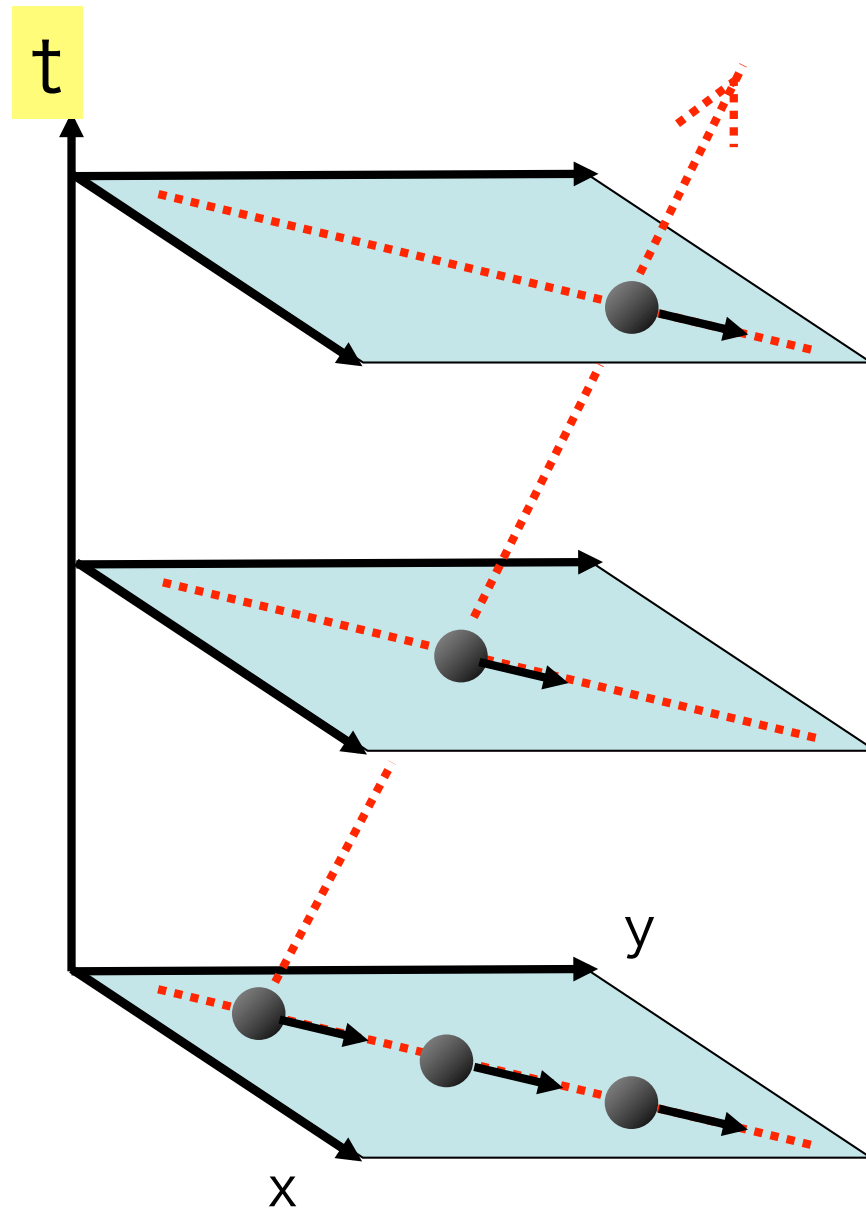
世界線



世界線



世界線



等速直線運動

常識の見直し

古典力学の仮定

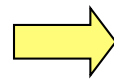
$$\boxed{t = t'}$$
$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$$

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + ut \\ y = y', z = z' \end{cases}$$

座標を時間 $t = t'$ で微分して

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$$



$$v_x = v_x' + u$$

$$v_y = v_y', \quad v_z = v_z'$$

速度は観測する系の運動（速度）による

再考察

光の速さは観測者の運動状態にかかわらず一定

ガリレイ変換からは予測できない

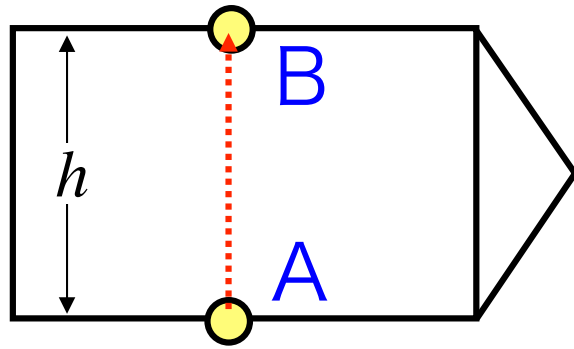
時間と空間の性質を見直す必要有り

ローレンツ変換

そのまえに

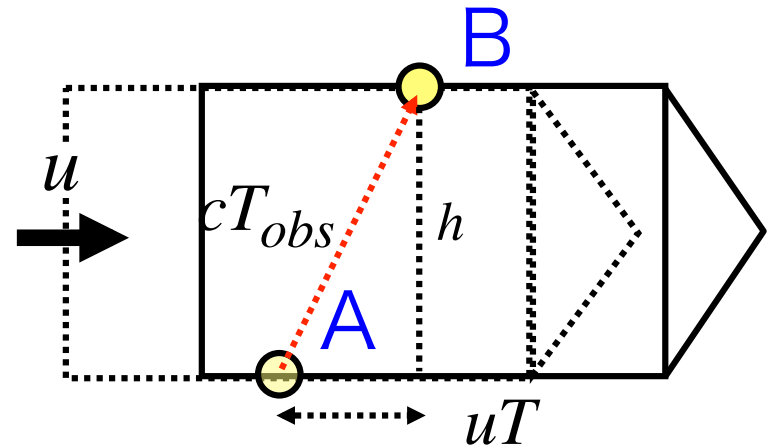
時間の遅れ

ロケットのなかで
光を床から天井に向けて
真上に放つ



床→天井への時間
 $cT_{in} = h$

ロケットの外からみると
光は斜めに進む



$$(cT_{obs})^2 = (uT_{obs})^2 + h^2$$

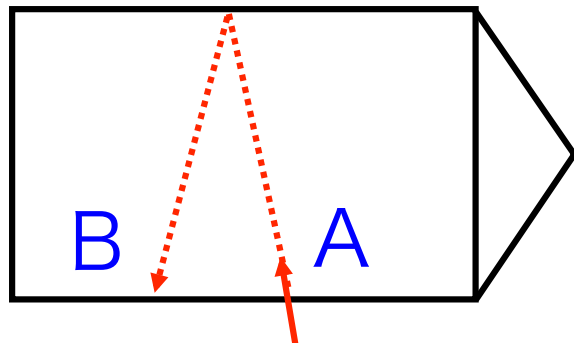
$$T_{obs} = \frac{T_{in}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$$

A (光を放つ時) と B (光が届く時) の時間差はロケットの中の方が短い

長さの縮み

今度は地上を通り過ぎるロケットをめがけて真上に光を放つ（右の図）。ロケットの底は透明、天井は鏡とする

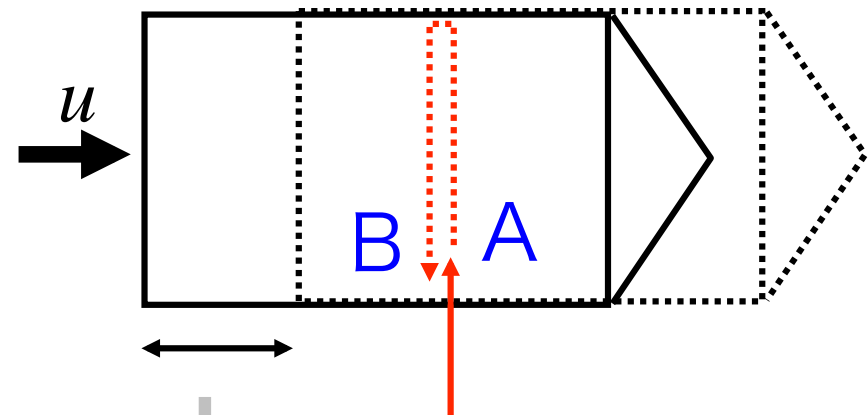
ロケットのなかで



$$(cT_{in})^2 = h^2 + (uT_{in})^2$$

$$L_{in} = 2uT_{in} = 2u\sqrt{\frac{h^2}{c^2 - u^2}}$$

ロケットの外から



$$L_{obs} = 2uT_{obs} = 2\frac{h}{c}u$$

$$L_{obs} = L_{in}\sqrt{1 - \beta^2}$$

AからBに戻るまでの時間はロケットの中の方が余計にかかる

まとめて

時間の遅れ $T_{obs} = \frac{T_{in}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$

長さの縮み $L_{obs} = L_{in} \sqrt{1-\beta^2}$

T_{obs}, L_{obs}

は運動する対象を観測したときの時間と長さ

T_{in}, L_{in} は運動する系自身の時間と長さ

固有時間、固有長さ

問題

- 問 6 : 光の速さの 50% で運動する系の時間の進みはどれほど遅れるか。
- 問 7 : 静止系で 2×10^{-6} 秒で崩壊するミュー粒子は大気の上空で発生し、猛スピードで約 10 キロ先の地表に到達する。速度を推定せよ。
- 問 8 : 地球から太陽に向かって光の速さの 90% で進むと、地球太陽間の距離はどうみえるか。
- 問 9 : 100 光年離れた銀河に 10 年で到達したい。光の速さの何% で飛行する必要があるか。