

R C N P ワークショップ報告（文責：佐藤健次、平成16年3月4日）

サイクロトロン of 動力学的非線形軌道理論についての議論

— シンクロ・サイクロトロンの軌道理論との統一 —

開催日時 平成15年12月18日（木）13：30～17：30
19日（金） 9：00～15：30

開催場所 大阪大学核物理研究センター 4階 講義室

参加者 延べ人数21名（所外大学他研究機関8名、企業5名、所内8名）

ワークショップ責任者 佐藤健次（R C N P）

ワークショップの詳細を報告する前に、今回のワークショップの最大の成果と言える、原研高崎の宮脇信正さんから報告された、A V Fサイクロトロンのシミュレーション計算の結果を、先ず最初に、その概要を紹介する。そこで起きた現象は、今後、高品質ビームを実現する上で重要な役割を果たす可能性がある素晴らしいものであるが、その現象は、サイクロトロンの従来の加速理論で説明することは困難なものであり、このワークショップのテーマとした、非線形運動の中でも非線形振動で生じる現象に対応していると考えて良いことが、参加者の多くから了解されたことを強調しておく。

「基本波加速電圧に重ね合わせて加速電圧をフラット・トップにするための、高調波加速電圧の振幅を変化させながら、取り出し半径での粒子群のエネルギー幅が狭くなる条件を、シミュレーション計算で求めていたところ、理論上の基本波との電圧比とは異なる値において、粒子群のエネルギー幅が最も狭くなる、最適の振幅があることが分かった。

そのとき、粒子群の中心の位相は、入射から取り出しまで変化しており、いわゆる、等時性のときに成立するような一定の位相にはなっていなかった。しかも、取り出し半径での位相は、加速電圧の振幅が最大になるゼロの位相にはなっておらず、その振幅が低くなる落ち際の位相であった。

さらに、磁場にずれを与えて、高調波電圧の振幅を探してみたところ、取り出し半径でのエネルギー幅として同程度の狭さを与える、別の値の振幅が見付かり、必ずしも、最善の条件は一意的ではないことも分かった。」

この報告は初日の午後後半になされたが、これを受けて、二日目の朝一番から、ワークショップ責任者の佐藤健次より、この現象の非線形振動による解釈が提案された。しかし、そこで出された質問や疑問に、その場では、即答出来ず、また、初日には報告されなかった計算結果も改めて報告されたこともあり、その時点では、結論が出せなかった。そこで、二日目の午後に予定されていた議論の時間の多くを、この解釈の議論に充て、頭書に述べ

たように、非線形現象であると、参加者の多くから了解されるに至った。そこで了解された非線形振動とする解釈の概要を報告しておく。

「非線形運動の中でも、非線形振動を行うときの、横軸が位相で縦軸がエネルギーのずれの（位）相空間での、安定領域の中を、サイクロトロン粒子群はその一部を占めて回転するが、入射から取り出しまでの間に1/4回転する程度で、非常にゆっくりである。そのとき、高調波加速電圧の振幅を変えることで、その回転速度を調整し、取り出し半径で、安定不動点の真下（あるいは真上）に来るようにして、エネルギー幅の狭い状態を実現したと考えられる。このとき、安定不動点の位相はゼロよりずれているので、シミュレーション計算の結果である、高調波加速電圧の振幅が落ち際の位相が説明出来る。」

ワークショップ報告

サイクロトロン渦巻き軌道を描く加速運動において、縦方向運動は非線形運動になり、その結果、全ての粒子が等時性運動を行うとされる等時性サイクロトロンが存在出来ない可能性がある点に重点を置いて、その理論的背景や枠組み、さらには、従来の軌道理論では理解し難い現象について、その是非や解釈を自由闊達に議論する場として、このワークショップを企画した。

ところで、サイクロトロン研究者で、等時性が成立していない可能性があることについて疑問を持つ人は少なく、シンクロトロン研究者は、サイクロトロンでは別種の解法で運動を求めているものとして、これまた関心を持つ人は少ない。そのため、話題を提供出来る報告者の人数も限られており、参加者の人数としても元々多くを望めなかったが、大学他の研究機関に加えて、企業からの参加者も得ることが出来、しかも、それぞれの加速器のプロとも呼べる人達であることもあって、質疑応答を含めて、充実したワークショップになった。

もっとも、企業からの参加者の中には、副題＝シンクロ・サイクロトロン軌道理論との統一＝の方に関心を持つ人もあったが、この課題について、議論を深める時間的な余裕はほとんどなかったことについては、今後の課題としたい。

さて、話題提供は、非線形運動を主張している佐藤健次（RCNP）の他には、実際のビーム調整の測定データを紹介した二宮史郎さん（RCNP）、シミュレーション計算の結果を紹介した宮脇信正さん（原研高崎）に加えて、佐藤の言うところの、非線形運動の出発点となる磁場分布の数値計算の途中結果を紹介した小畑修二さん（東京電機大理工）の3名に限られ、合計4名であった。

非線形加速理論の必要性やその定式化や今後の検討が必要な課題に関する佐藤の話は、二日間3回に分けて報告されたが、以下では、その全体の纏めを紹介しておく。

サイクロトロンの実測データでは、従来の加速理論では説明し難い現象が見られることの指摘に始まり、従来のサイクロトロン等時性加速理論はエネルギーのずれの線形近似

に基づいていることが紹介された。その一方で、シンクロトロンやFFAGで等時性に相当する運動であるトランジション・エネルギーでは、エネルギーのずれの非線形運動として定式化されるべきことは広く知られているものの、非線形性故に複雑で、未だ確立されていないことが紹介された。それと同時に、シンクロトロンの加速理論では、第一次近似では、シンクロトロン振動とベータトロン振動とが結合しないとして、二つの運動が独立に求められているのに対して、従来のサイクロトロンの加速理論では、縦方向運動とベータトロン振動とが強く結合した形で求められていることが紹介された。

次に、最近、佐藤が中心となって提案している、二段階構成の加速理論の紹介が行われた。その第一段階では、渦巻き状軌道を描く加速運動の中でも、「特殊な運動」として「いわゆる、等時性運動」を想定し、その運動を実現出来る磁場分布を、運動方程式を時間で微分することにより求めると言う解法が紹介された。ところで、こうした第一段階の磁場分布や「特殊な運動」がそもそも知りたい状態ではなく、第二段階にて、任意の磁場分布や加速電圧（周波数と振幅）を与え、そのときの粒子の運動を求めるときの、一種の基準となることが紹介された。こうして、第二段階では、諸量をずれとした運動方程式を求め、それを積分することで、第一段階の「特殊な運動」からのずれとして求める解法が紹介され、その結果、渦巻き状軌道を描く加速運動が求まるとされた。

このような二段階構成にすると、縦方向運動と横方向運動とは分離出来、サイクロトロンではトランジション・エネルギーの状態に近くなり、また、縦方向運動は非線形運動となることが示された。それと同時に、第一次近似では、縦方向運動とベータトロン振動とは結合しないことが示され、さらに、ベータトロン振動は縦方向運動の影響を受ける可能性があることが指摘された。

ところで、非線形運動の中でも、磁場の符号が正となるようにずれ、加速電圧の振幅の符号が正となるようにずれるときだけ、非線形振動が起こり安定領域が形成されることが紹介された。この非線形振動においては、粒子群が安定に加速されるので、実際のサイクロトロンの運転では、知らず知らずのうちに、この振る舞いを利用したビーム調整が行われているのではないかと指摘がなされた。

このサイクロトロンの定式化に対して、磁場や加速電圧をずらすに当たって、シンクロトロン振動が起こるようにすると、シンクロ・サイクロトロンが定まることが紹介され、二種類の加速器の加速理論が統一出来ることが紹介された。

ところで、そうは言っても、加速理論が閉じた形で完全に定式化出来てはおらず、諸々の問題を抱えていることが紹介された。特に、第一段階で求まる磁場の強さが、小さい軌道半径で持ち上がるという現象は、これまでにない振る舞いであり、中心バンブに類似した磁場分布でもあり、その説明に戸惑っていることが紹介された。それを説明出来る可能性があるものとして、低速領域での相対論効果も提案されたが、その是非の結論は出せなかった。その他、フラット・トップ加速と非線形運動、ハーモニック磁場の下での運動、等々が、今後検討すべき課題として紹介された。

以上、多岐にわたる話ではあったが、多くの困難を抱えている点については、会場から、佐藤が解くべきとしている運動方程式が一つ足りないためではないかとの指摘があった。それは、円柱座標系における方位角方向の運動方程式であるが、シンクロトロンでは通常使用しないものであり、それも今後の検討課題とされた。

次に、二宮さんからは、実際の測定データの紹介があり、佐藤が言うところの、従来の加速理論では説明し難い現象が、必ずしも、常時起こる訳ではないことが指摘された。また、ターン・セパレーションの大きさは、限られた軌道半径の範囲内ではあるが、加速電圧の大きさで説明出来ることが紹介された他、チューンの大きさも合理的で、従来の加速理論に収まっている点も多々あることが紹介された。

宮脇さんは、直接、非線形運動と断定出来る振る舞いではないとしながらも、従来の加速理論では説明し難い現象として、シミュレーション計算による、頭書の結果を報告した。

小畑さんは、佐藤が与えた、磁場分布を求める微分方程式を、数値的に解く作業においては、発散が起こり、このままでは、収束しない可能性があることを報告した。

さて、最後に設けた議論の時間では、頭書に紹介した通り、宮脇さんの報告を中心に行った訳であるが、シンクロトロンでのトランジション・エネルギーでの非線形運動の解明に取り組んだ経験を有する研究者からの、力強い発言もあり、サイクロトロンで非線形振動ありと、参加者の多くからの了解に達し、今回のワークショップの成果となった次第である。

補足：後日談

運動方程式が一つ足りないとの指摘がなされたが、佐藤のその後の研究によれば、全く、その通りであることが判明した。

その方位角方向の運動方程式を適当に変形し整理すると、渦巻き状軌道を描く加速運動を求めるときに重要な役割を果たし、例えば、第一段階の磁場分布を求めるときの微分方程式を単純化するのに有効であった。その結果、磁場分布は数値的にも求まるようになり、また、近似式としても、求まりつつある。