１．Weyl 表示でスピノル$\psi_{\boldsymbol{R},\boldsymbol{L}}$が２成分スピノルになることの説明

まず、ディラックの標準表示で$\psi=\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{l}\end{pmatrix}$と書いておき、$\psi_{\boldsymbol{R},\boldsymbol{L}}=\dfrac{1\pm\gamma_5}{2}\psi$を計算する：

$$\psi_{\boldsymbol{R},\boldsymbol{L}}=\frac{1\pm\gamma_5}{2}\psi=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & \pm1\\ \pm1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{l}\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\\ \boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\end{pmatrix}..\boldsymbol{R},\quad \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{l}\\ -\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\end{pmatrix}..\boldsymbol{L}$$

この式からわかるように、$\psi_{\boldsymbol{R}}$は$\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}$のみ、$\psi_{\boldsymbol{L}}$は$\boldsymbol{u}-\boldsymbol{l}$のみで書かれていることから、それぞれ、２成分スピノルであることがわかる。より具体的には変換行列

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

を用いて、

$$\psi_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{Weyl})=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\psi_{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{Dirac})=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\\ \boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\psi_{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{Weyl})=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\psi_{\boldsymbol{L}}(\boldsymbol{Dirac})=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{l}\\ -\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ -\boldsymbol{u}+\boldsymbol{l}\end{pmatrix}$$

を確認すれば良い。