

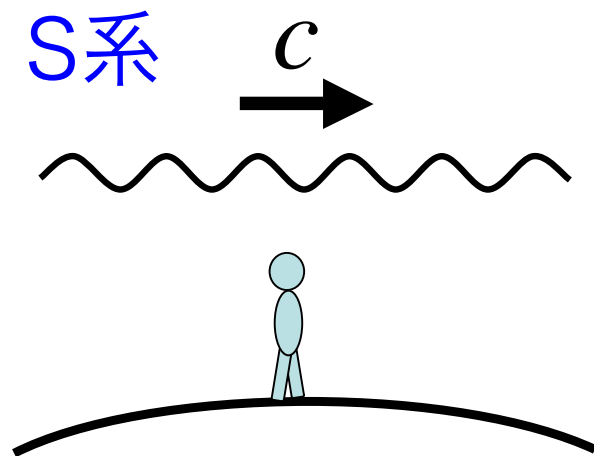
## 2. 時間の遅れと長さの縮み

# 光の速度

Speed of light in vacuum

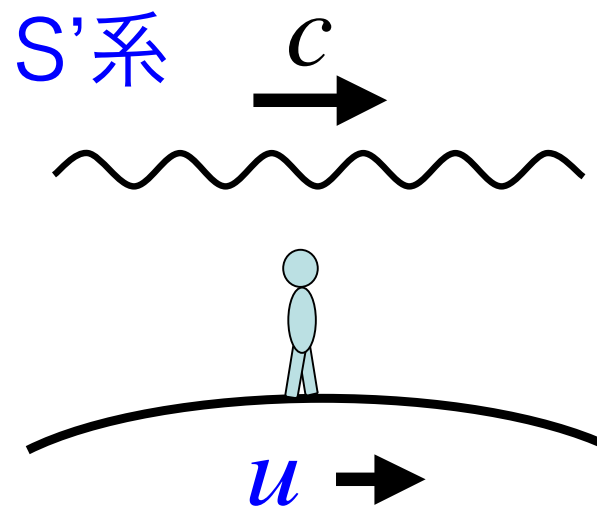
$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]}$$

定義



エーテルの系

$$v = c$$



エーテルに対して  
速度  $u$  で動く系

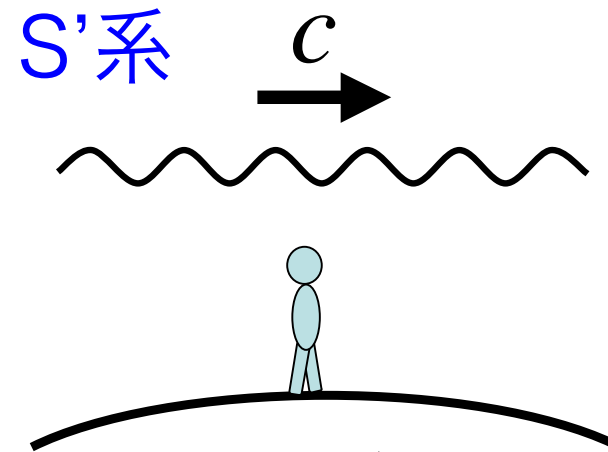
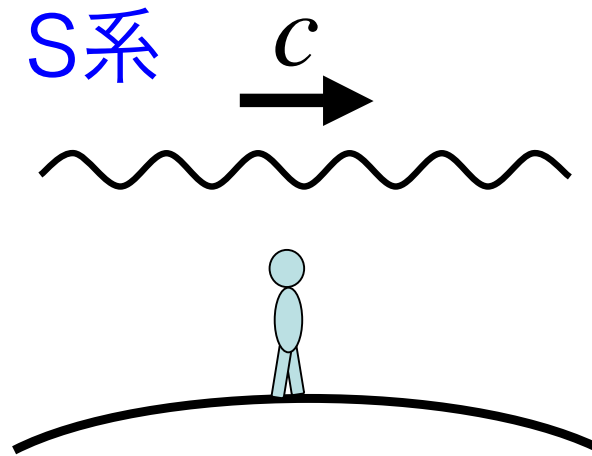
$$v = c - u$$

# 光の速度

Speed of light in vacuum

$$c = 299\,792\,458 \text{ [m / s]}$$

定義



エーテルの系

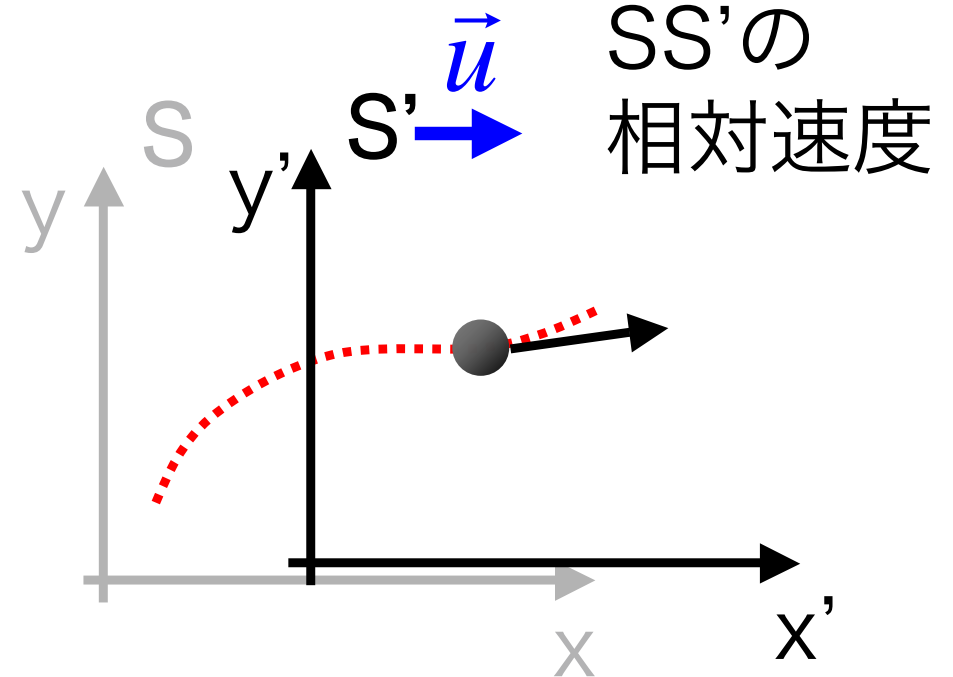
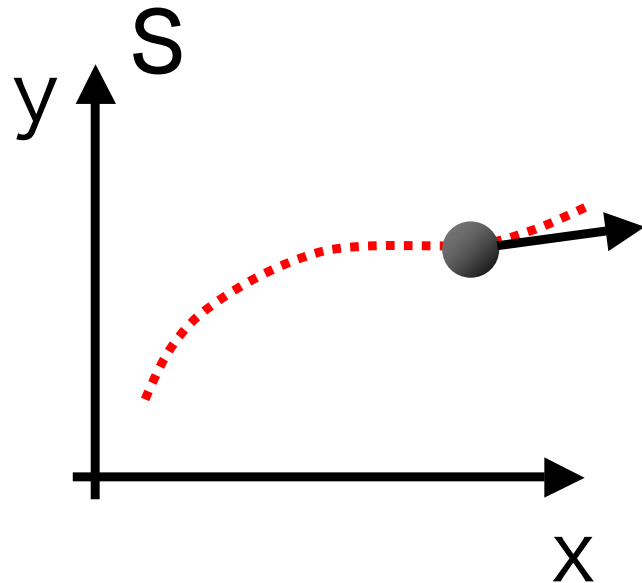
このようなことは  
おこらない

$$v = c$$

$$v = c - u$$

# 常識の見直し

2 の慣性系  $S, S'$



古典力学の仮定

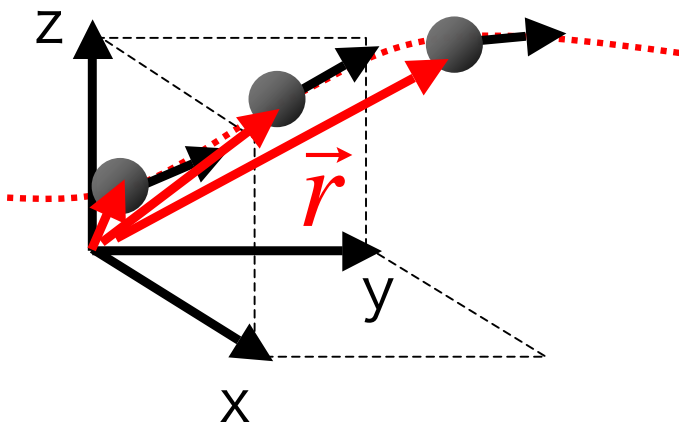
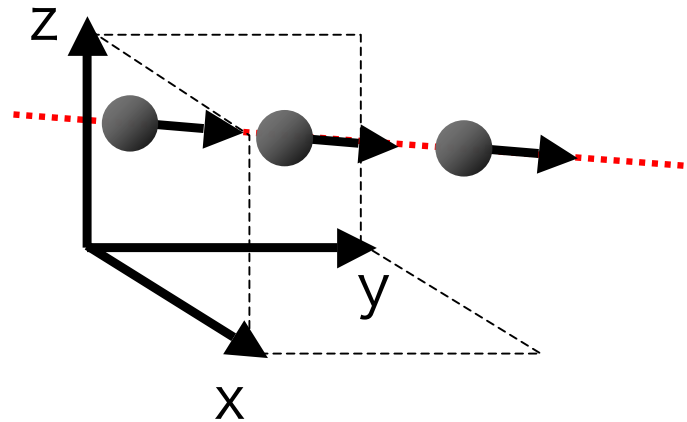
$$\begin{cases} t = t' \\ \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \end{cases}$$

成分表示で

$$\begin{cases} t = t' \\ x(t) = x'(t) + ut \\ y(t) = y'(t), \quad z(t) = z'(t) \end{cases}$$

# 座標系（慣性系）

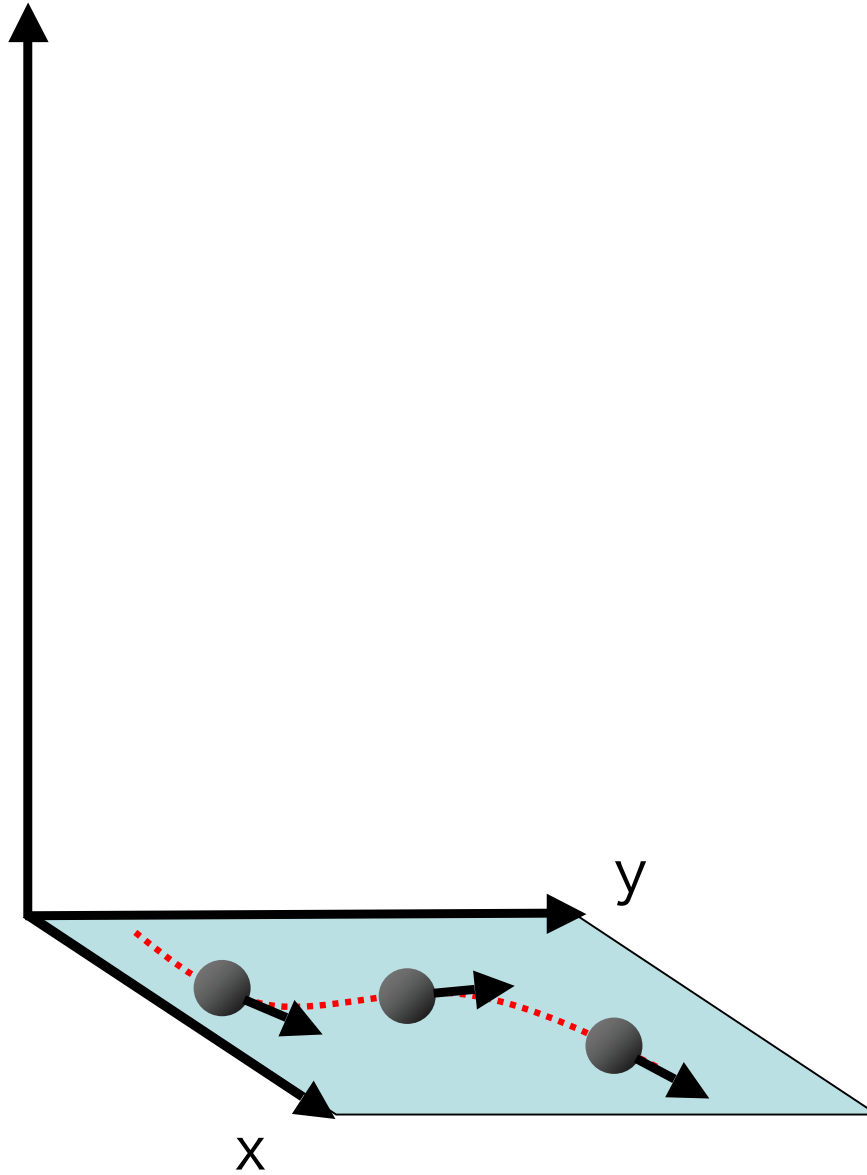
力を受けないものは等速直線運動する



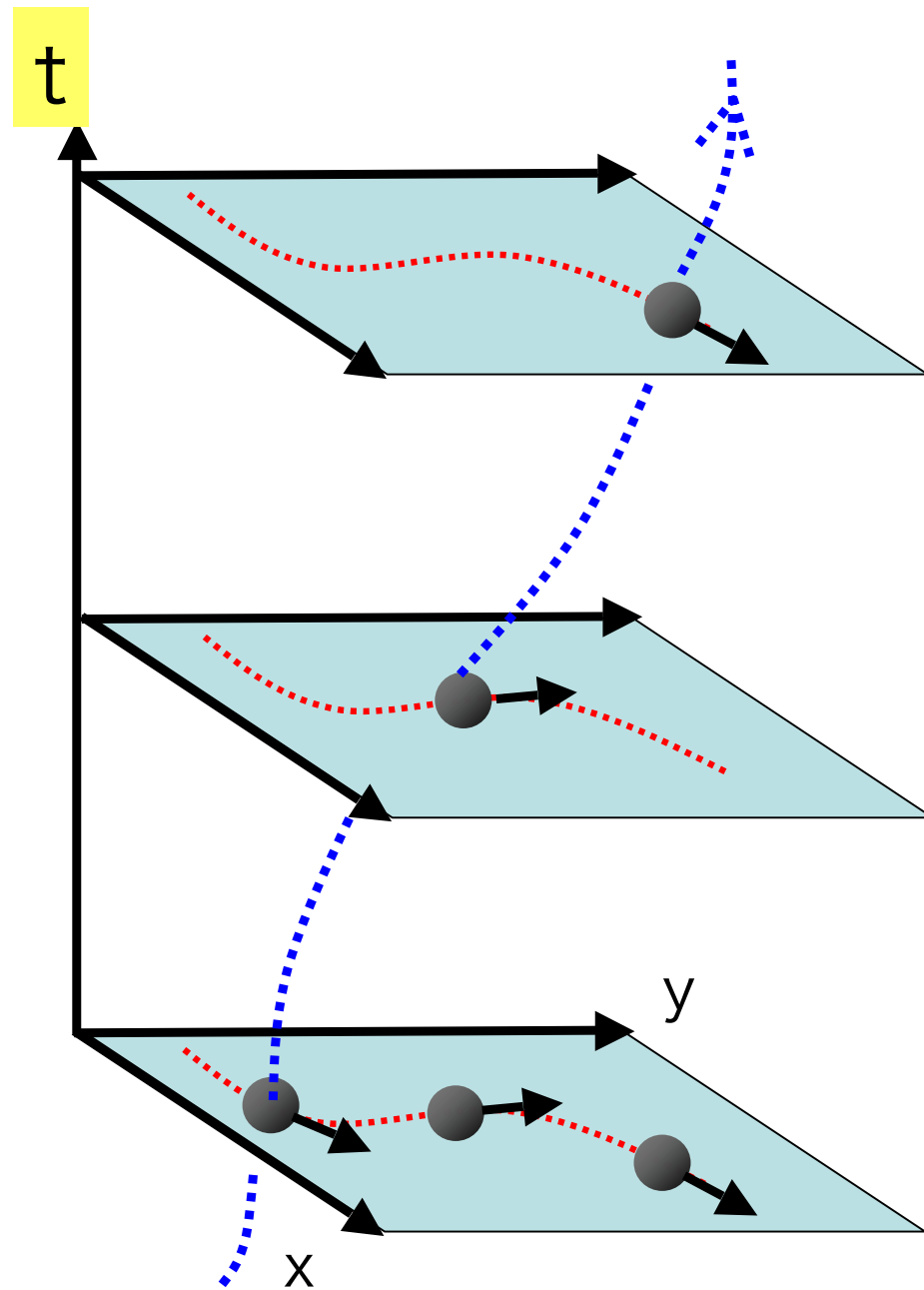
時刻  $t$  の関数としての位置  
( $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ )

$$\vec{F}(t, \vec{r}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{dt}$$

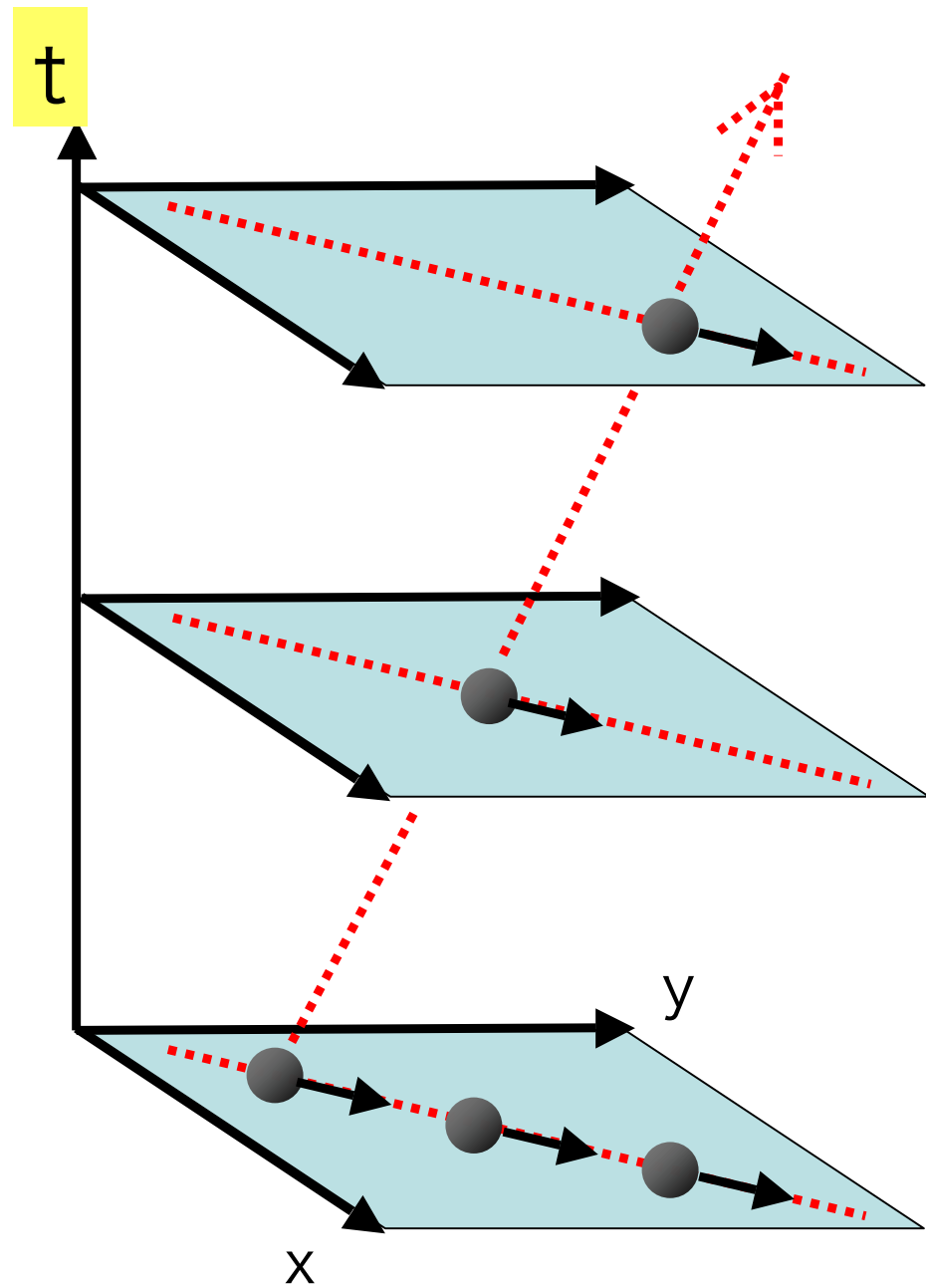
# 世界線



# 世界線



# 世界線



等速直線運動



# 常識の見直し

## 古典力学の仮定

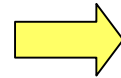
$$\boxed{t = t'}$$
$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$$

$$\begin{cases} t = t' \\ x = x' + ut \\ y = y', z = z' \end{cases}$$

座標を時間  $t = t'$  で微分して

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$$



$$v_x = v_x' + u$$

$$v_y = v_y', \quad v_z = v_z'$$

速度は観測する系の運動（速度）による

# 再考察

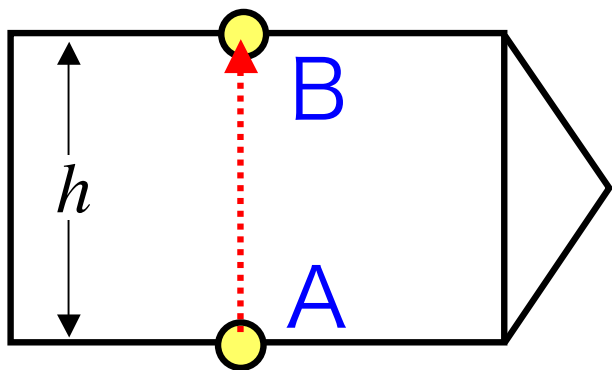
光の速さは観測者の運動状態にかかわらず一定

ガリレイ変換からは予測できない

時間と空間の性質を見直す必要有り

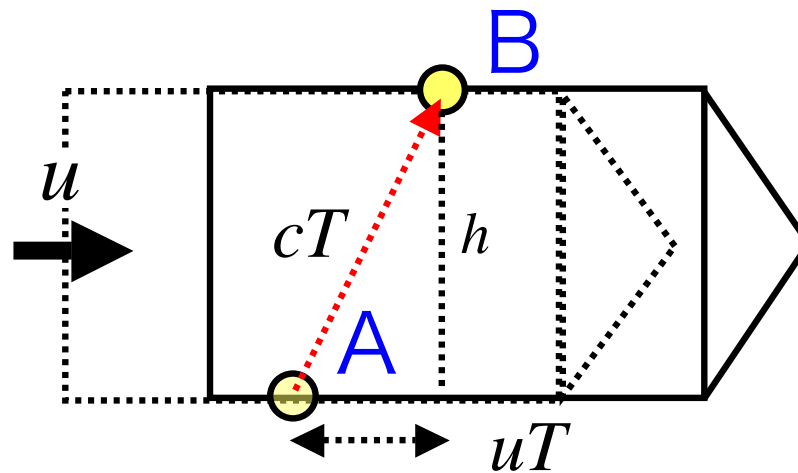
# 時間の遅れ

ロケットのなかで  
光を床から天井に向けて  
真上に放つ



床→天井への時間  
 $cT' = h$

ロケットの外からみると  
光は斜めに進む



$$(cT)^2 = (uT)^2 + h^2$$

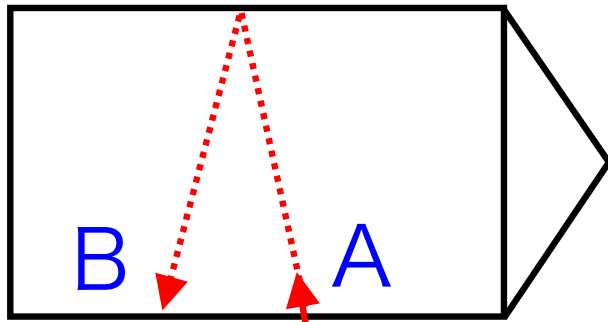
$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$$

A（光を放つ時）とB（光が届く時）の時間差はロケットの中の方が短い

# 長さの縮み

今度は地上を通り過ぎるロケットをめがけて真上に光を放つ（右の図）。ロケットの底は透明、天井は鏡とする

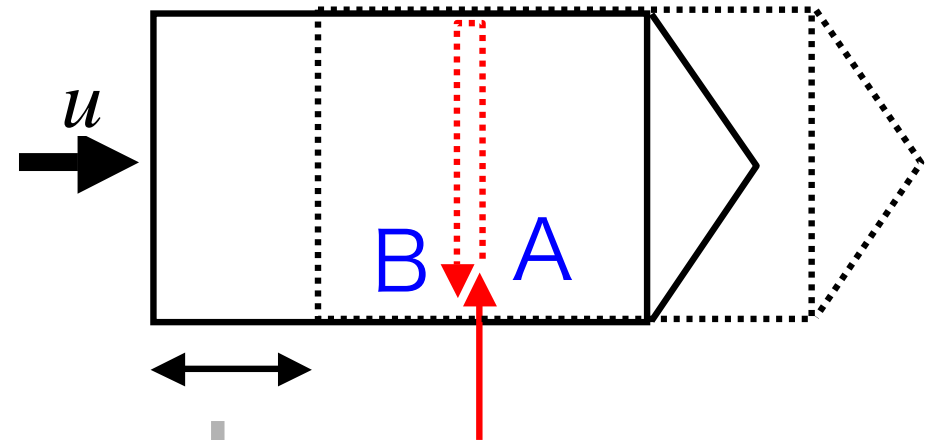
ロケットのなかで



$$(cT)^2 = h^2 + (uT)^2$$

$$L = 2uT = 2u\sqrt{\frac{h^2}{c^2 - u^2}}$$

ロケットの外から



$$L' = 2uT' = 2\frac{h}{c}u$$

$$L' = L\sqrt{1 - \beta^2}$$

AからBに戻るまでの時間はロケットの中の方が余計にかかる

# まとめて

時間の遅れ  $T = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$

長さの縮み  $L' = L\sqrt{1-\beta^2}$

$T', L'$  は運動する系（観測する対象）の時と長さ

# まとめて

時間の遅れ  $T = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{u}{c}$

長さの縮み  $L' = L\sqrt{1-\beta^2}$

$T', L'$  は運動する系（観測する対象）の時と長さ

これに対して

$T_0, L_0$  は観測者の元に置かれた時と長さ

固有時間、固有長さ

# 問題

- 問 6 : 光の速さの 50% で運動する系の時間の遅れはいかほどか。
- 問 7 : 静止系で  $2 \times 10^{-6}$  秒で崩壊するミュー粒子は大気の上空で発生し、猛スピードで約 10 キロ先の地表に到達する。速度を推定せよ。
- 問 8 : 地球から太陽に向かって光の速さの 90% で進むと、地球太陽間の距離はどうみえるか。
- 問 9 : 100 光年離れた銀河に 10 年で到達したい。光の速さの何% で飛行する必要があるか。