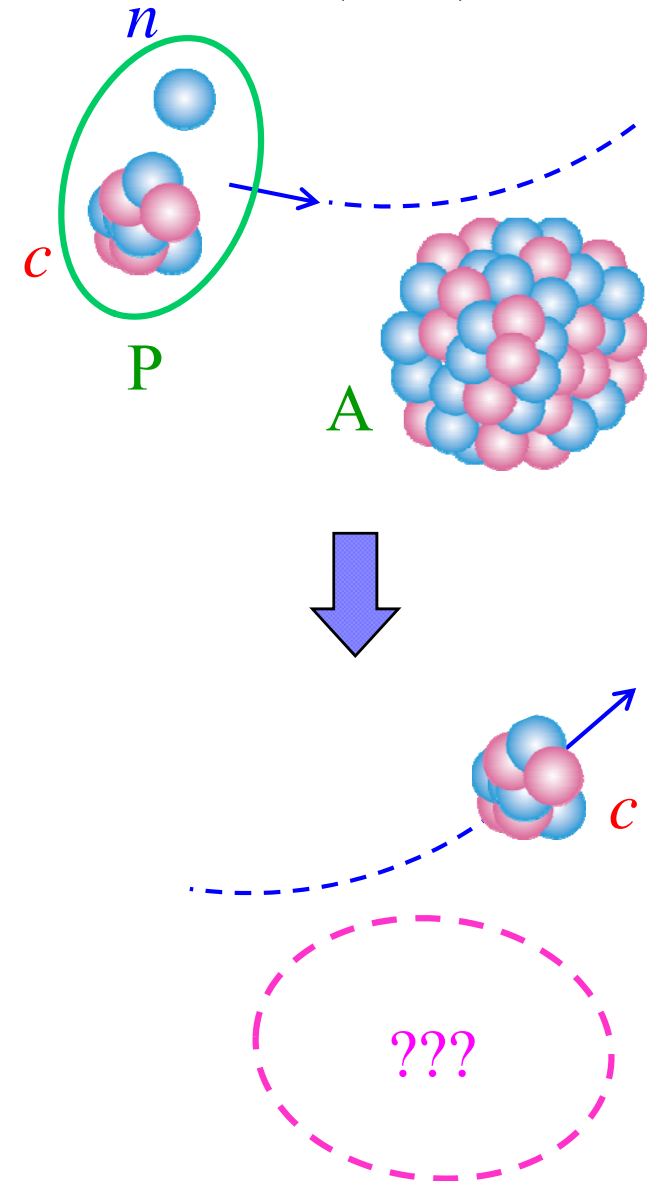


6. アイコナール反応理論と中性子 除去反応 → そして(p,pN)反応へ

M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo, PTP126, 167 (2011).

中性子除去(removal)反応

$A(P, cx)$



特徴(定義)

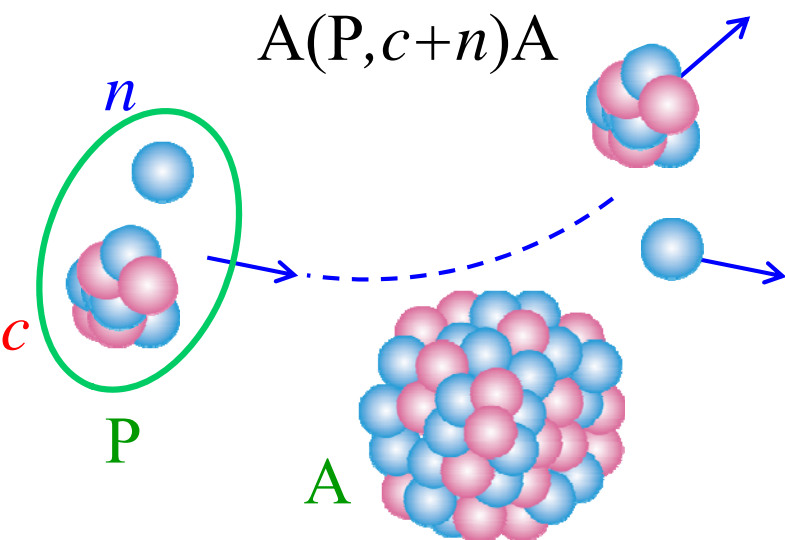
- コア核のみを観測する。
- 多数の自由度が関与する包括的過程。
- 弾性分解(elastic breakup; **EB**)と(広義の)剥ぎ取り過程(stripping; **STR**)からなる。

要点(ストリッピング)

- コア核は“弾性チャネル”に生き残り、中性子(群)だけが吸収されると考える。
- 入射粒子の構成粒子によって“運命”が異なる。これをどう記述するか?

弾性分解とストリッピング

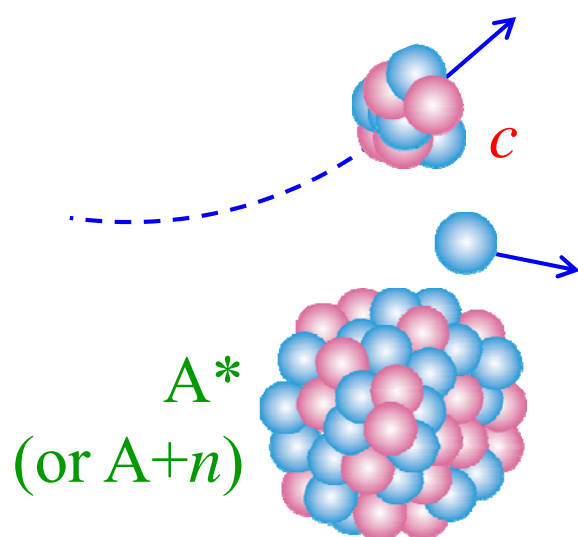
$A(P, c+n)A$



弾性分解(EB)

- 反応後の標的核は基底状態。
- 通常のCDCCで記述可能。

$A(P, c+n)A^*$



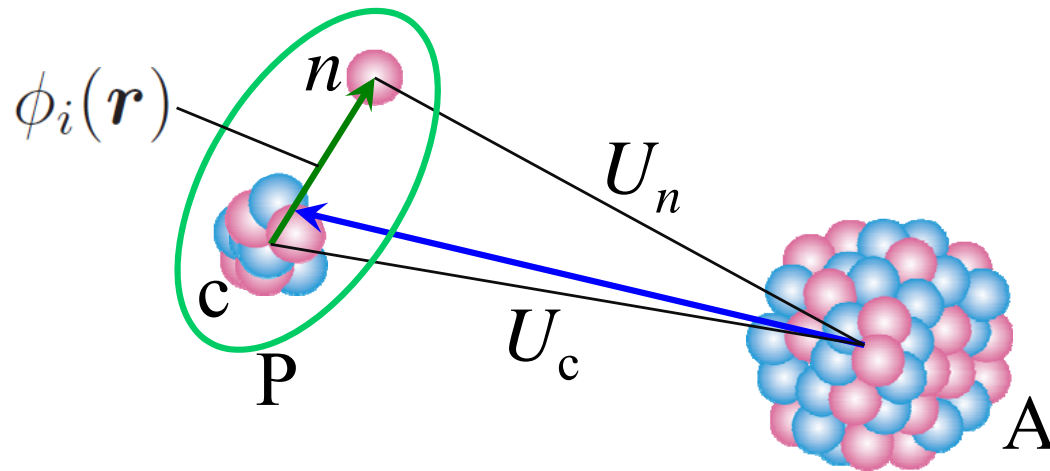
ストリッピング(STR)

- 標的核は励起される(移行反応の寄与は中間エネルギー領域では無視できる)。
- その励起は剥ぎ取られる中性子に起因。
- 通常のチャンネル結合法では記述不可能。
- グラウバー模型が成功。ただし問題も。

アイコナール反応理論

Eikonal Reaction Theory (ERT)

チャンネル結合計算に基づいてストリッピング過程を記述する模型。



μ : 換算質量

アイコナール近似の演算子表現

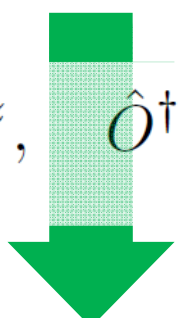
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + \hbar - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{1}{\sqrt{\hbar \hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad \hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu(E - \hat{h})}, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu}$$

アイコナール反応理論(つづき)

Φ の2階微分を落とすと

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

$$\hat{O}(z) \equiv \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z}, \quad \hat{O}^\dagger(z) \equiv e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}}$$


$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = -i \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

方程式の形式解:

$$\hat{S} \equiv \exp \left[-i \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

時間順序積

アイコナール反応理論(さらにつづき)

$$\hat{S} \equiv \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

U_n に対してのみ断熱近似を適用:

$$\hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu (E - \hat{h})} \longrightarrow K_0, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu} \longrightarrow v_0, \quad \mathcal{P} \longrightarrow 1$$

Pの基底状態のエネルギー
固有値で置き換える。

$$\hat{S} \rightarrow \exp \left[-i \frac{1}{\hbar v_0} \int_{-\infty}^{\infty} U_n(R_n) dz \right] \exp \left[-i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) U_c(R_c) \hat{O}(z) dz \right]$$

$\equiv \hat{S}_n$
 $\equiv \hat{S}_c$

右の式の形式解が \hat{S}_c ! $\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$

アイコナール反応理論(まとめ)

アイコナール近似と U_n に対する断熱近似によりS行列を分割可能。

$$\hat{S} = \hat{S}_n \hat{S}_c$$

S行列とその“成分”は以下の方程式を解くことで得られる。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_c$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_n$$

- 3体分解のダイナミクスが入っている。
- クーロン力を含む U_c に断熱近似を適用すると発散の問題が起きる。

各種断面積

反応断面積: $\sigma_R = 2\pi \int (1 - |\langle 0|\hat{S}|0\rangle|^2) b db$

※ブラケットはPの状態を表す(cおよびAは基底状態)。

弾性分解断面積: $\sigma_{EB} = 2\pi \int \sum_{c \neq 0} |\langle c|\hat{S}|0\rangle|^2 b db$

$$= 2\pi \int \sum_{c \neq 0} \langle 0|\hat{S}^\dagger|c\rangle \langle c|\hat{S}|0\rangle b db$$

近似的完全系

$$\sum_c |c\rangle \langle c| \approx 1 \rightarrow \approx 2\pi \int (\langle 0|\hat{S}^2|0\rangle - |\langle 0|\hat{S}|0\rangle|^2) b db$$

全融合断面積: $\sigma_{TF} \equiv \sigma_R - \sigma_{EB} = 2\pi \int \underbrace{(1 - \langle 0|\hat{S}^2|0\rangle)}_{\approx} b db$

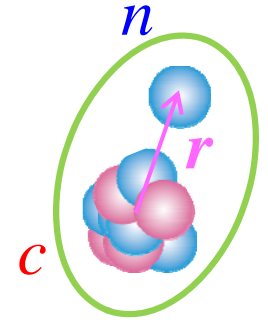
何らかの吸収(追跡していないチャネルへの流束の逃げ)が起きる“確率”。



$$1 - \sum_c \langle 0|\hat{S}^\dagger|c\rangle \langle c|\hat{S}|0\rangle = 1 - \sum_c |\langle c|\hat{S}|0\rangle|^2$$

電気双極子(E1)遷移の発散問題

$$\text{遷移相互作用: } V_{E1} = \frac{e_{E1} Z_T e r}{R^2} \equiv C \frac{r}{R^2}$$



$$\text{位相差: } \chi_{E1}(b) = \frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} C \frac{r}{R^2} dz \equiv C' r \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R^2} dz = C' r \frac{\pi}{b}$$

遷移確率分布(ϕ_0 は実数とする):

$$\begin{aligned} P_{E1}(b) &= \left\langle \phi_0 \left| \left| \exp \left[i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right|^2 \right| \phi_0 \right\rangle - \left| \left\langle \phi_0 \left| \exp \left[i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim 1 - \left| \left\langle \phi_0 \left| 1 + i C' r \frac{\pi}{b} - \frac{1}{2} \left(C' r \frac{\pi}{b} \right)^2 \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r^2 | \phi_0 \rangle - \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r | \phi_0 \rangle^2 = \left(C' \frac{\pi}{b} \right)^2 (\Delta r)^2 \end{aligned}$$

分散

$$(\Delta r)^2$$

電気双極子(E1)遷移の発散問題(つづき)

E1分解断面積:

$$\begin{aligned}\sigma_{E1} &= \int P_{E1}(b) d\mathbf{b} = 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \int \frac{1}{b^2} b db \\ &= 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \int \frac{1}{b} db\end{aligned}$$

対数発散

※この発散を引き起こす項のみを、**摂動計算**(断熱近似なし)の結果で置き換える方法もある(**C**oulomb-**C**orrected **E**ikonal model)。

P. Capel, D. Baye, Y. Suzuki, PRC**78**, 054602 (2008).

全融合断面積の分割

$$\sigma_{\text{TF}} = 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c \hat{S}_n|^2 | 0 \rangle) b db$$

$$\sigma_{\text{TF}} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{c:\text{STR}} + \sigma_{\text{CF}}$$

中性子剥離(吸収)断面積:

中性子は何らかの吸収を起こす。

$$\sigma_{n:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$

コア核は吸収を起こさない。

コア核剥離(吸収)断面積:

$$\sigma_{c:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_n|^2 (1 - |\hat{S}_c|^2) | 0 \rangle b db$$

完全融合断面積:

$$\sigma_{\text{CF}} = 2\pi \int \langle 0 | (1 - |\hat{S}_c|^2) (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$

中性子剥離・除去断面積(計算法)

$$\begin{aligned}\sigma_{n:\text{STR}} &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle b db - 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle) b db - 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle) b db \\ &= \sigma_{\text{TF}} - \sigma_{\text{TF}}(c)\end{aligned}$$

※(c)は U_c のみを取り入れて計算した値。

価中性子の分布
を測る手段

——— 中性子除去断面積

$$\sigma_{-n} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{\text{EB}}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{-n} &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{EB}} - [\sigma_{\text{R}}(c) - \sigma_{\text{EB}}(c)] + \sigma_{\text{EB}} \\ &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(c) + \sigma_{\text{EB}}(c)\end{aligned}$$

^{31}Ne の1中性子除去反応への適用

^{31}Ne を $^{30}\text{Ne} + n$ の簡単な模型で表し(相対軌道角運動量は1とする)、その配位の割合 S (分光学的因子)を決定する。

	^{12}C	ERT	Glauber*	^{208}Pb	ERT	Glauber*
$\sigma_{n:\text{STR}}$		90 [109]	96	244 [367]	330	
σ_{EB}		24		800	810 (摂動)	
σ_{-n}		114 [133]	96	1044 [1167]	1140	
S		0.69 [0.59]	0.82	0.68 [0.61]	0.62	

※ [] は $\sigma_{n:\text{STR}} \approx \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(\text{c})$ と近似して計算した結果

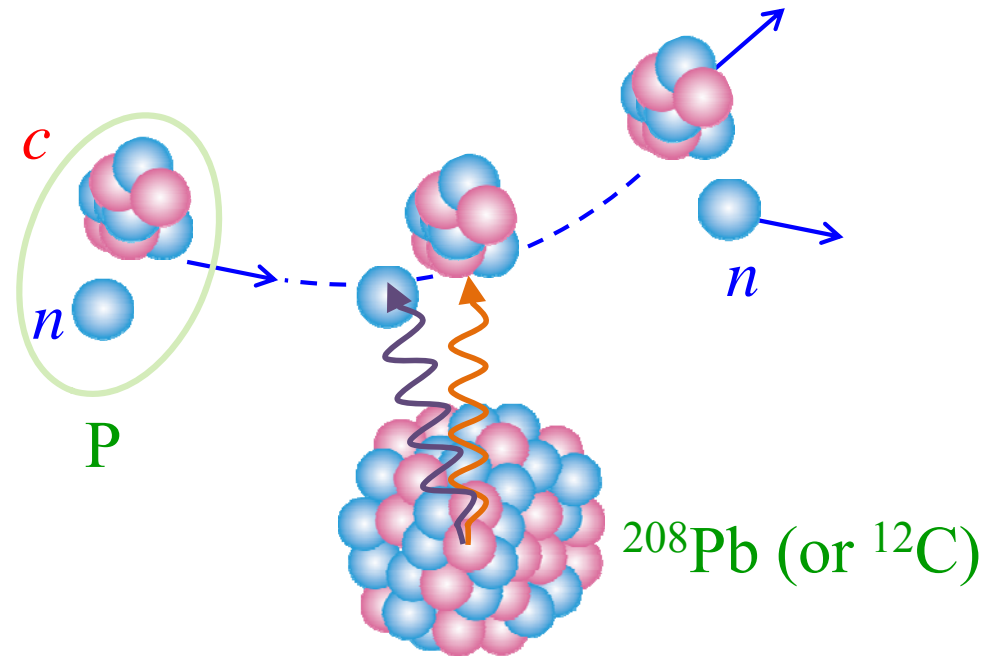
- ^{12}C 標的でも弾性分解が効く。
- 中性子剥離断面積には分解断面積の差の項が重要。
- 大雑把に見れば、ERTとGlauberの一致は良い。

*W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, D. Baye, PRC81, 024606 (2010).

Extraction of the E1 breakup X-sec.

In many cases, $1n$ removal X-sec.'s with ^{12}C and ^{208}Pb targets are measured.

e.g., T. Nakamura *et al.*, PRL**103**, 262501 (2009).



Then, the E1 cross section is extracted by $\sigma(E1) = \sigma_{\text{Pb}}^{-1n} - \Gamma \sigma_{\text{C}}^{-1n}$.

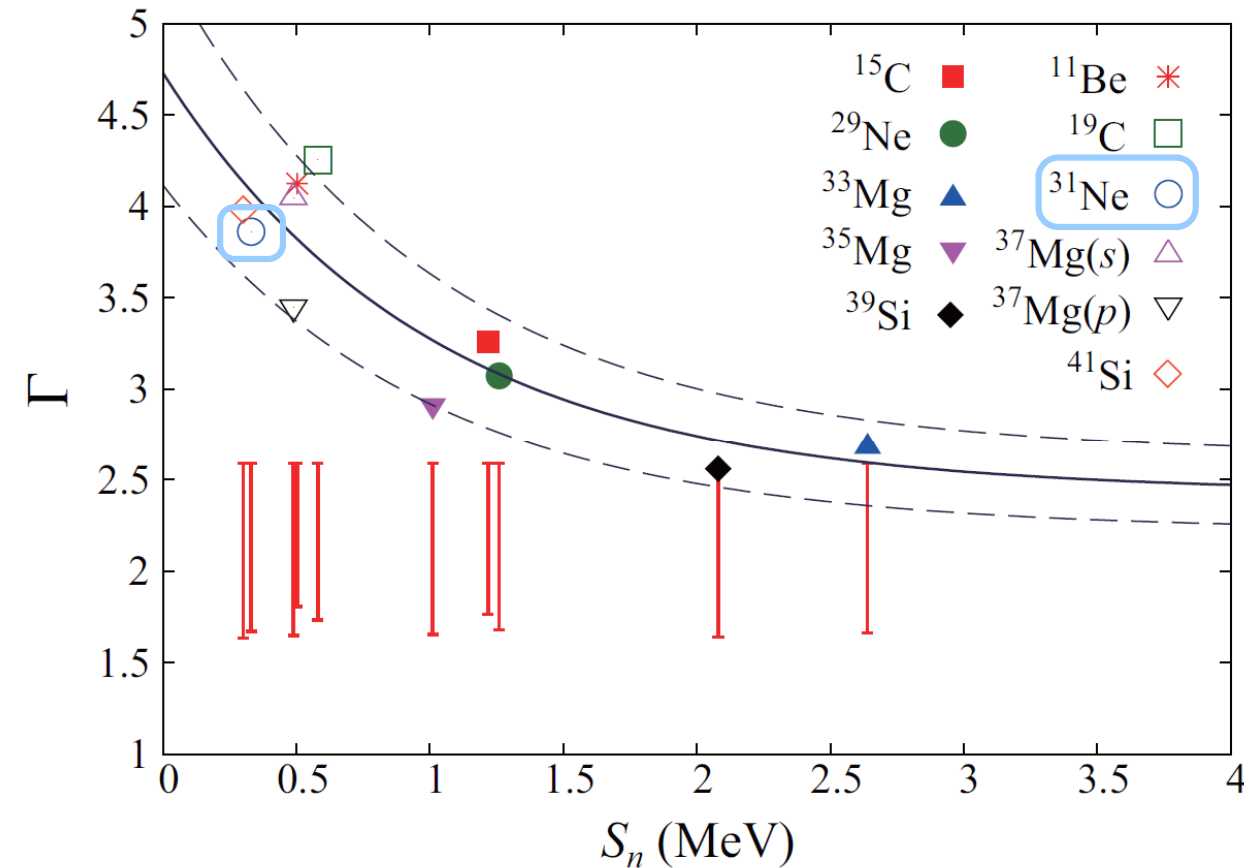
Question: 1) What is the **accuracy** of this formula? **➡ 95%** for $1n$ halo nuclei

2) How do we determine **the scaling factor Γ** ?

$$\text{with } \Gamma = \frac{\sigma_{\text{Pb}}^{-1n}(n)}{\sigma_{\text{C}}^{-1n}(n)}$$

The scaling factor Γ

K. Yoshida, Fukui, Minomo, O, PTEP**2014**, 053D03 (2014).



Key points

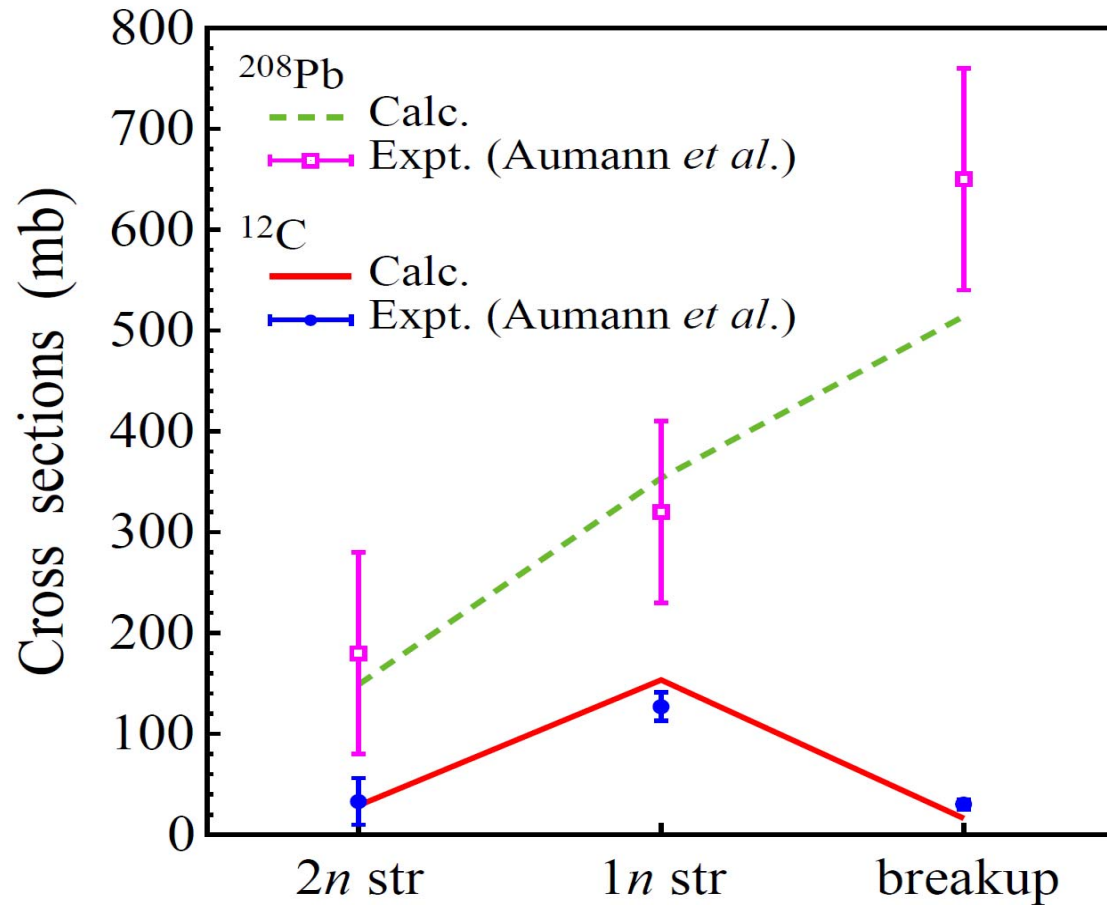
- ✓ Γ is **larger** than in the prev. study for very weak binding nuclei.
- ✓ For ^{31}Ne , the E1 cross section may **decrease** by 13-20%.
- ✓ Γ is well fitted by

$$(2.30 \pm 0.41)e^{-S_n} + (2.43 \pm 0.21)$$

Red bars: used in the previous study (Nakamura *et al.*)

$$\frac{A_{\text{Pb}}^{1/3} + A_{\text{pro}}^{1/3}}{A_{\text{C}}^{1/3} + A_{\text{pro}}^{1/3}} \leq \Gamma \leq \frac{A_{\text{Pb}}^{1/3}}{A_{\text{C}}^{1/3}}$$

${}^6\text{He}$ の1, 2中性子剥離(除去)反応への適用



調整パラメータなしで実験データと良く一致。

未知の2中性子ハロー核の分析へ!

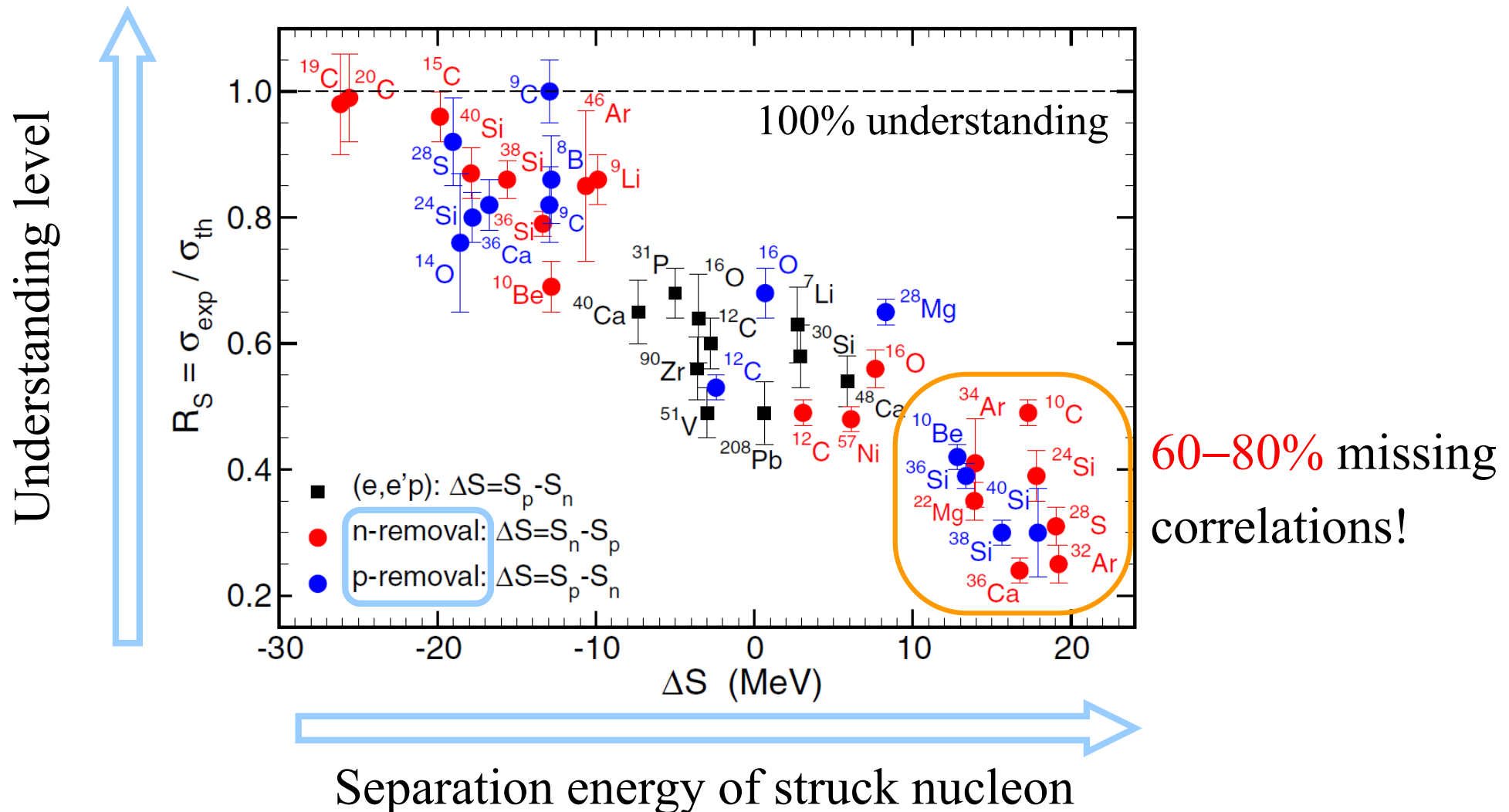
アイコナール反応理論とその中性子 除去反応への応用のまとめ

- 価中性子の分布を抽出する手段として注目されている、**中性子除去反応**について学んだ。
- 離散化チャンネル結合法の枠組みに基づき、包括的反応を記述する新しい「**アイコナール反応理論(ERT)**」を提案した。
- ERTは ^{31}Ne や ^6He 等の不安定核の中性子除去反応に適用され、成功を収めている。
- **強束縛系**からの核子の剥ぎ取りを記述するためには、**断熱近似**を捨てる必要あり。→ Gade plot の再検討

Missing Correlations (the Gade plot)

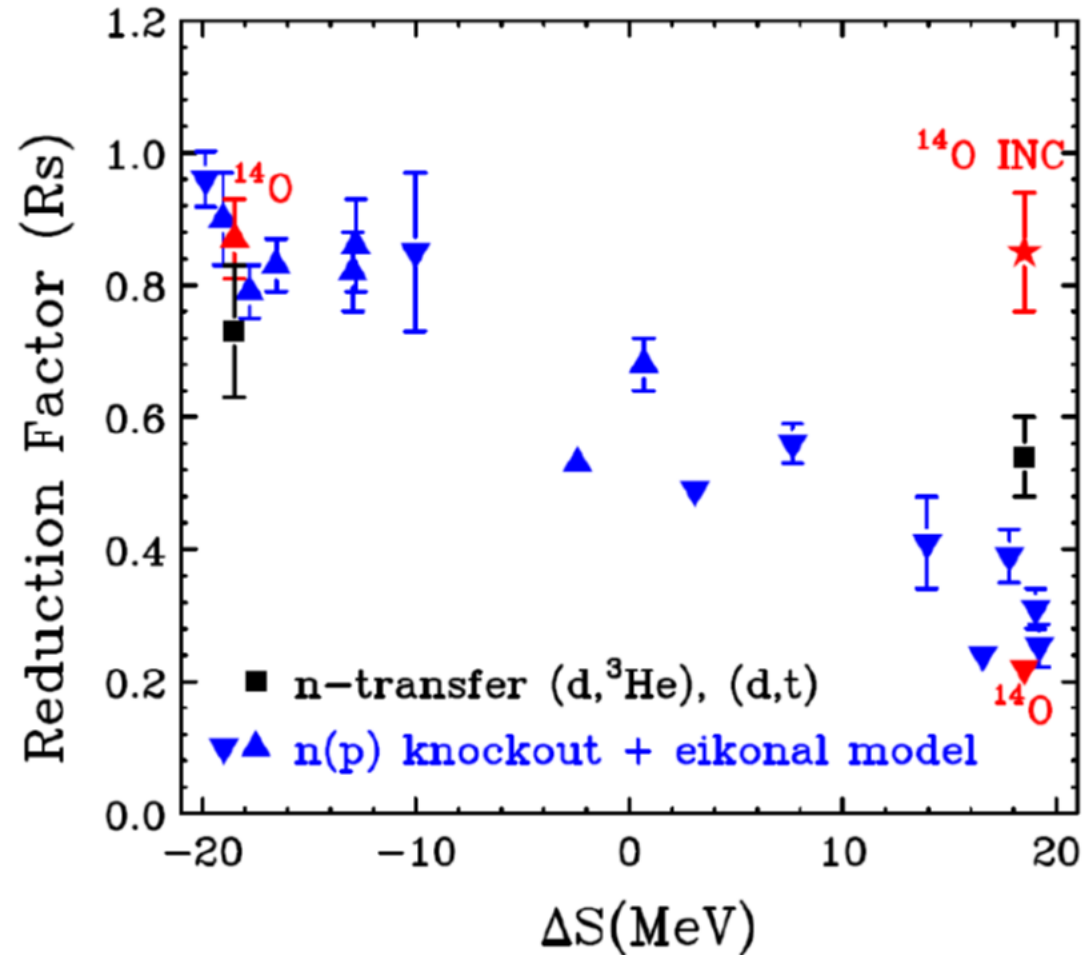
A. Gade *et al.*, PRC77, 044306 (2008) [updated in Tostevin and Gade, PRC90, 057602 (2014)].

Reduction of spectroscopic strength: Weakly-bound and strongly-bound single-particle states studied using one-nucleon knockout reactions

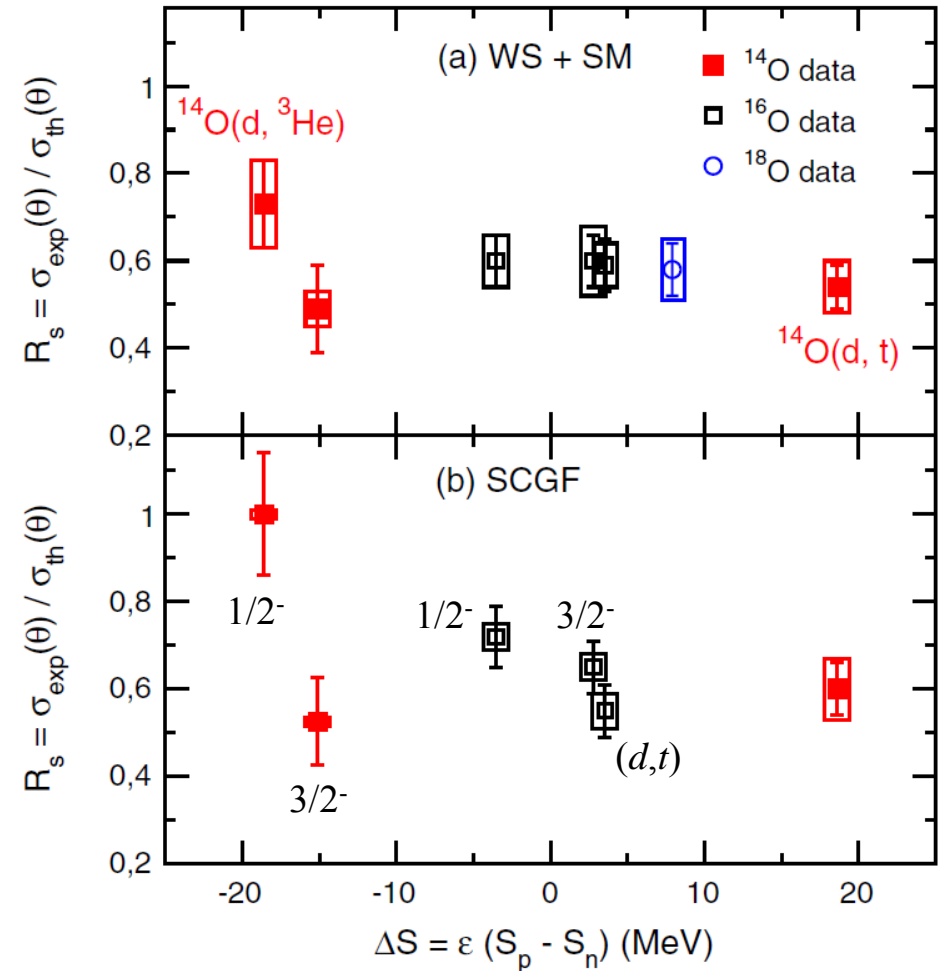


Some counterarguments

J. Lee, private communication*



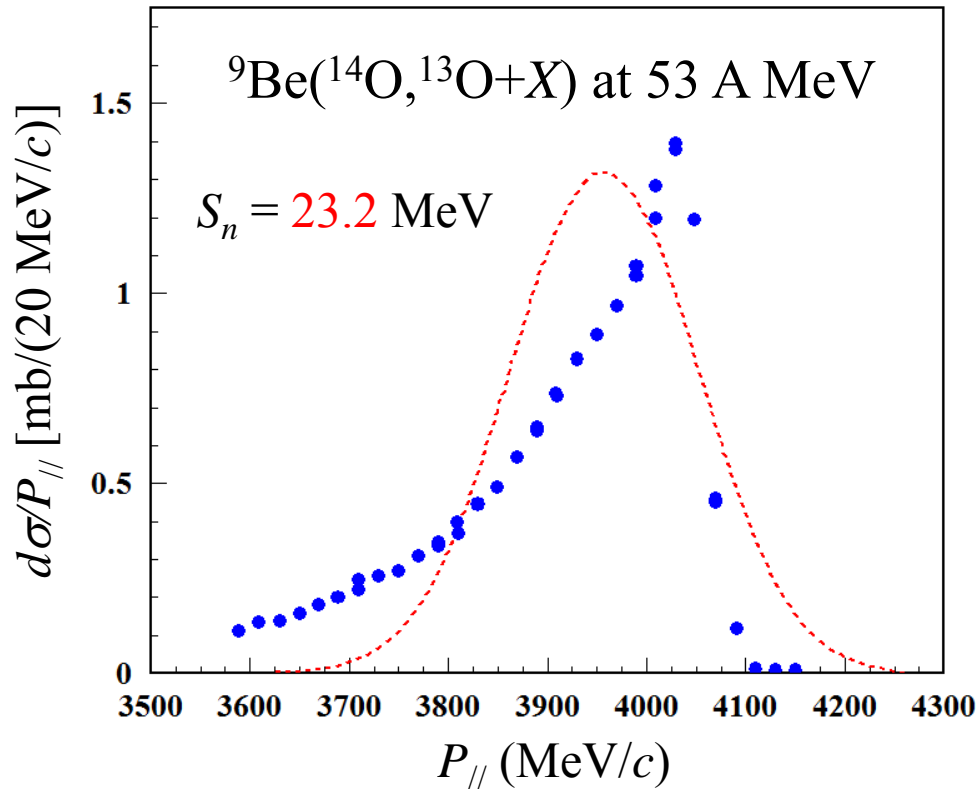
F. Flavigny *et al.*, PRL110, 122503 (2013).



*A compilation of A. Gade *et al.*, PRC77, 044306 (2008),
 F. Flavigny *et al.*, PRL108, 252501 (2012), and
 F. Flavigny *et al.*, PRL110, 122503 (2013).

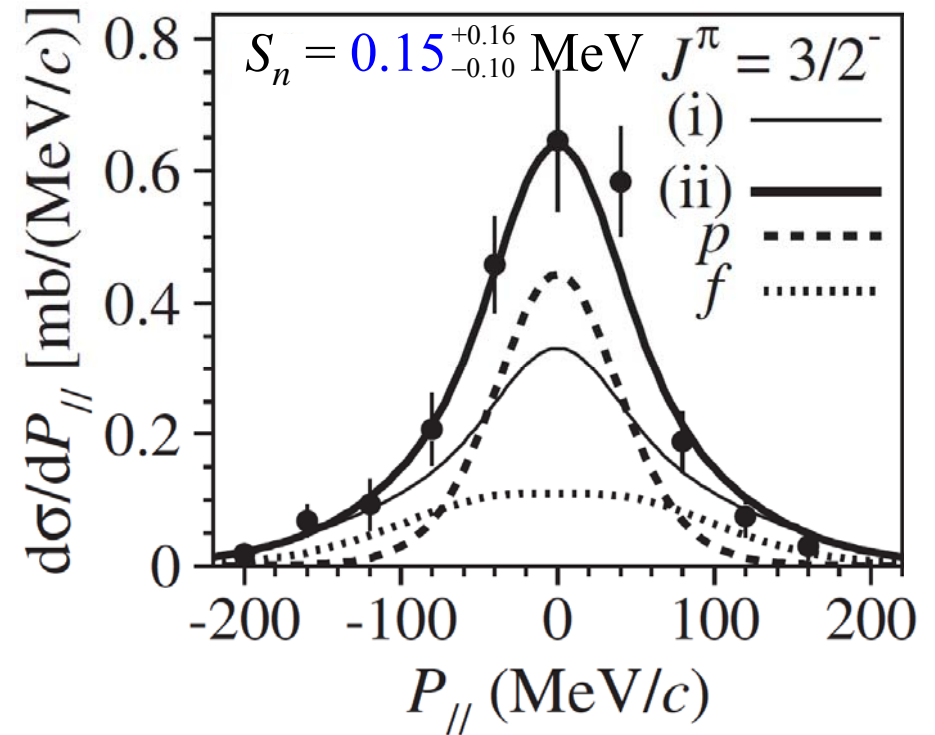
Asymmetry in $P_{//}$ (PMD)

F. Flavigny *et al.*, PRL **108**, 252501 (2012).



${}^{12}\text{C}({}^{31}\text{Ne}, {}^{30}\text{Ne}+X)$ at 230 A MeV

T. Nakamura *et al.*, PRL **112**, 142501 (2014).

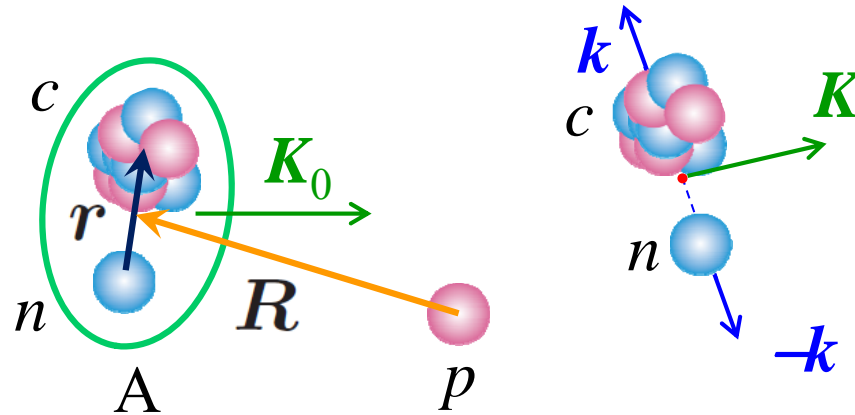


- ✓ The Glauber model is usually adopted that gives inevitably a symmetric $P_{//}$ because of the ADiabatic (sudden) approximation.
- ✓ For non weak-binding nuclei, $P_{//}$ is asymmetric, which is not understood well.

Possible strategy

- It is still difficult to describe stripping processes **non-adiabatically**.
 - We **cannot discuss the Gade plot** directly.
 - cf. Transfer to continuum model by Bonaccorso and Brink, PRC **38**, 1776 (1988).
 - Revival of the Ichimura-Austern-Vincent model by J. Lei and Moro, PRC **92**, 044616 (2015).
- We focus on the **KO** processes with **a proton target** and aim at finding **the mechanism that generates the asymmetry in the PMD**, with clarifying why the Glauber model cannot explain it (for EB/diffraction process).
 - If the mechanism exists also in stripping processes, we may regard it as **a possible source of the strong quenching** of the reduction factor.
- We will use **DWIA**, which is “equivalent” (and can **be superior**) to CDCC in some cases.

CDCC and DWIA



$$T_{\text{CDCC}} = \left\langle \varphi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \left| v_{pn} + U_{pc} \right| \sum_i \varphi_i(\mathbf{r}) \chi_i^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle$$



1. Weak coupling to the BU channels

$$\approx \left\langle \varphi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \left| v_{pn} + U_{pc} \right| \varphi_0(\mathbf{r}) \chi_{\text{DW}}^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle$$



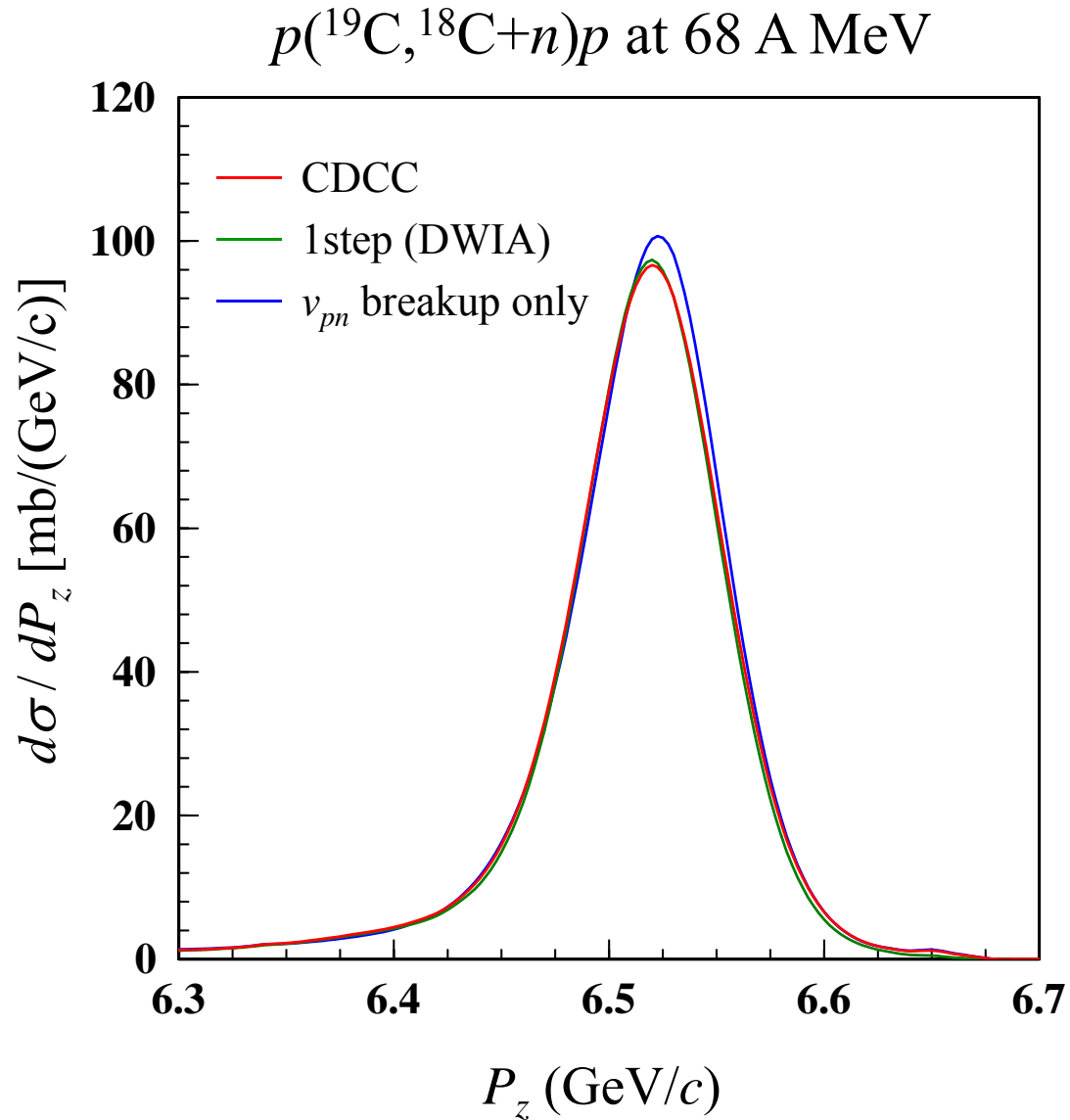
2. Only v_{pn} breaks up A. p -A elastic wave function

$$\approx \left\langle \chi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) \chi_{pc,\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{R}) \left| v_{pn} \right| \varphi_0(\mathbf{r}) \chi_{\text{DW}}^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle = T_{\text{DWIA}}$$

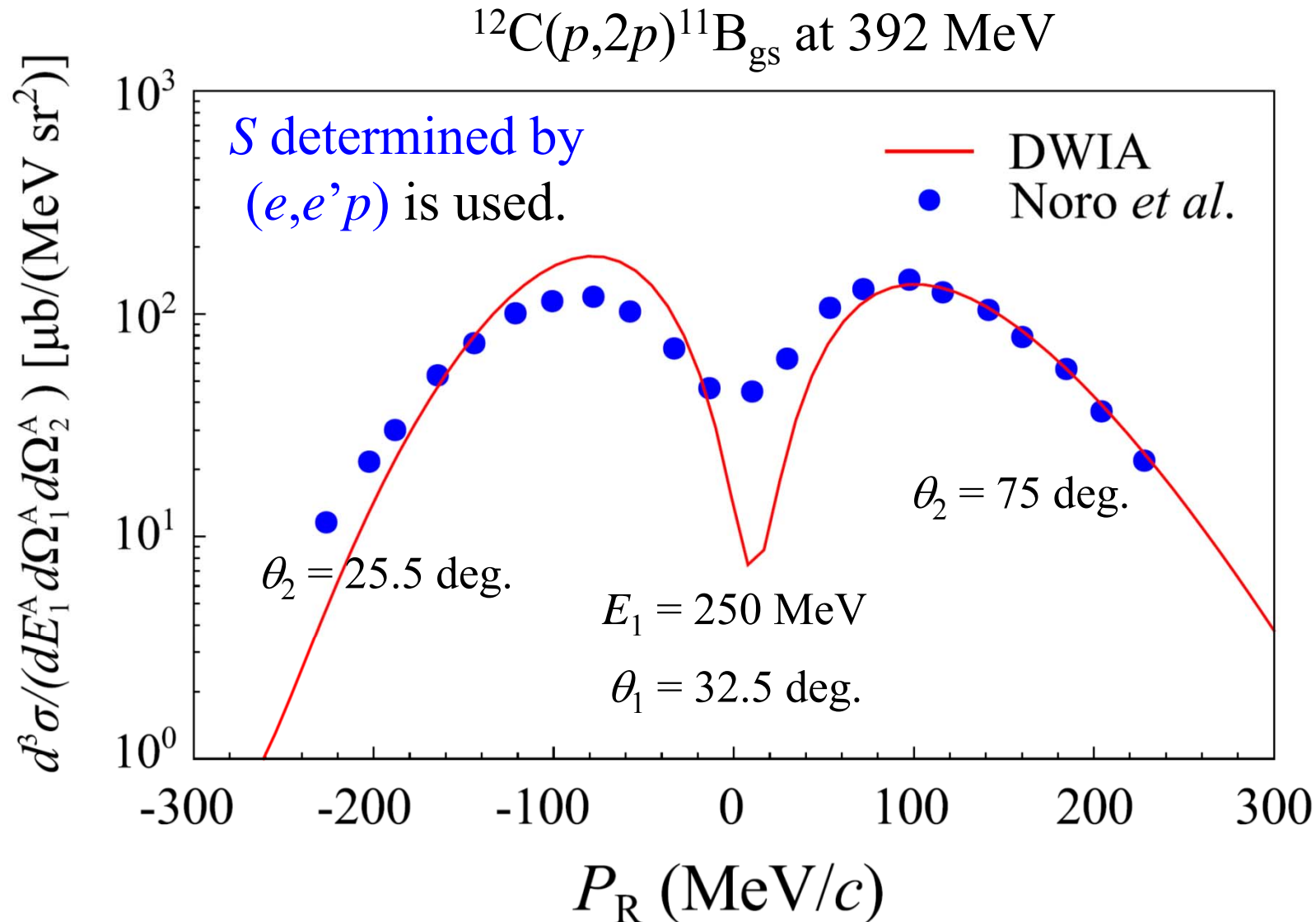
n -c DW (w/ E -dep. complex pot. and/or large l)

DWIA vs. CDCC

KO, Matsumoto, Yahiro, in preparation.



Comparison with data for stable target



Exp. data: T. Noro, private communication (2014).

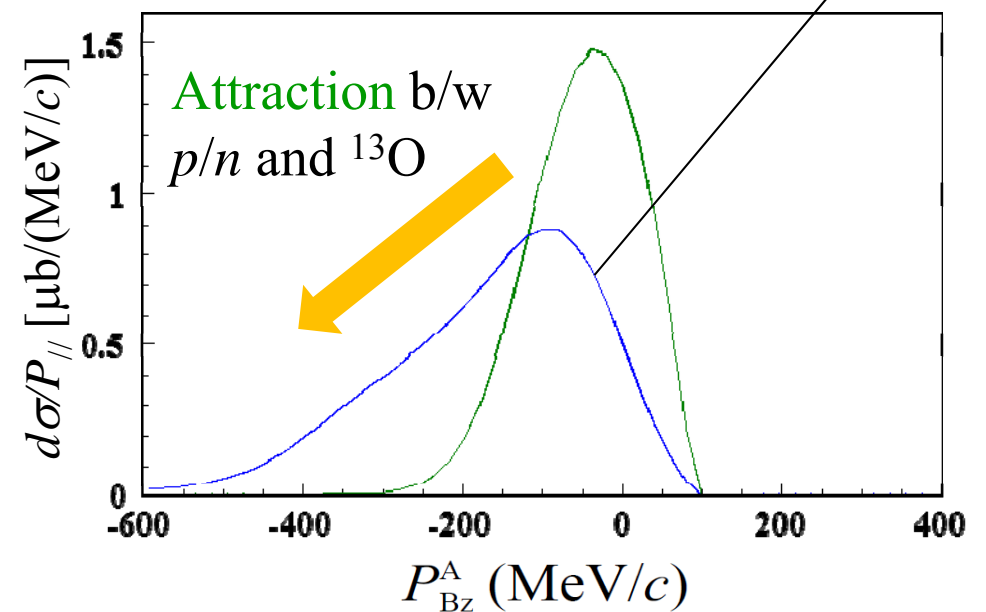
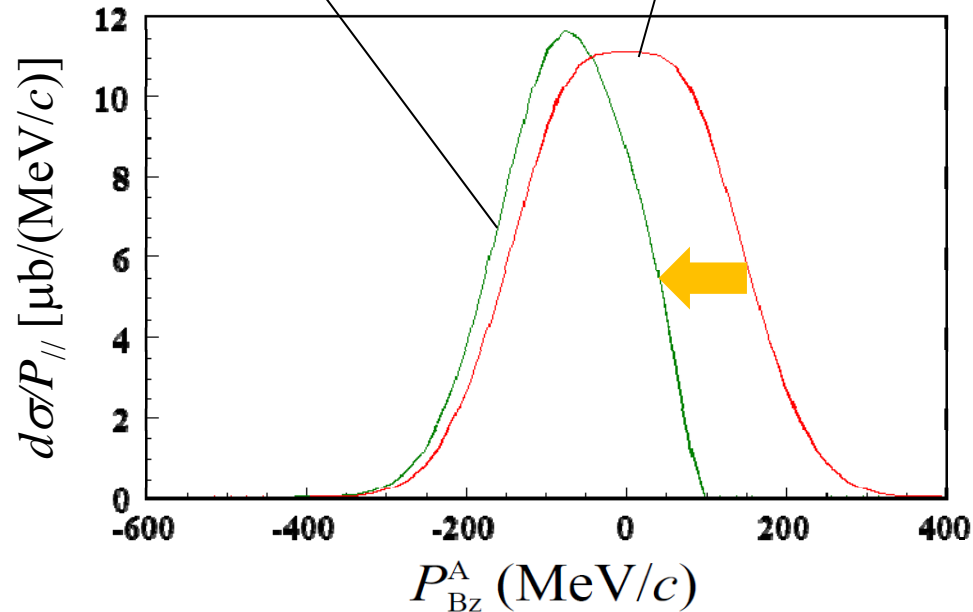
Asymmetry in the PMD of $^{14}\text{O}(p,pn)^{13}\text{O}$

KO, Yoshida, Minomo, PRC **92**, 034616 (2015).

Energy-momentum
conservation

Glauber-like

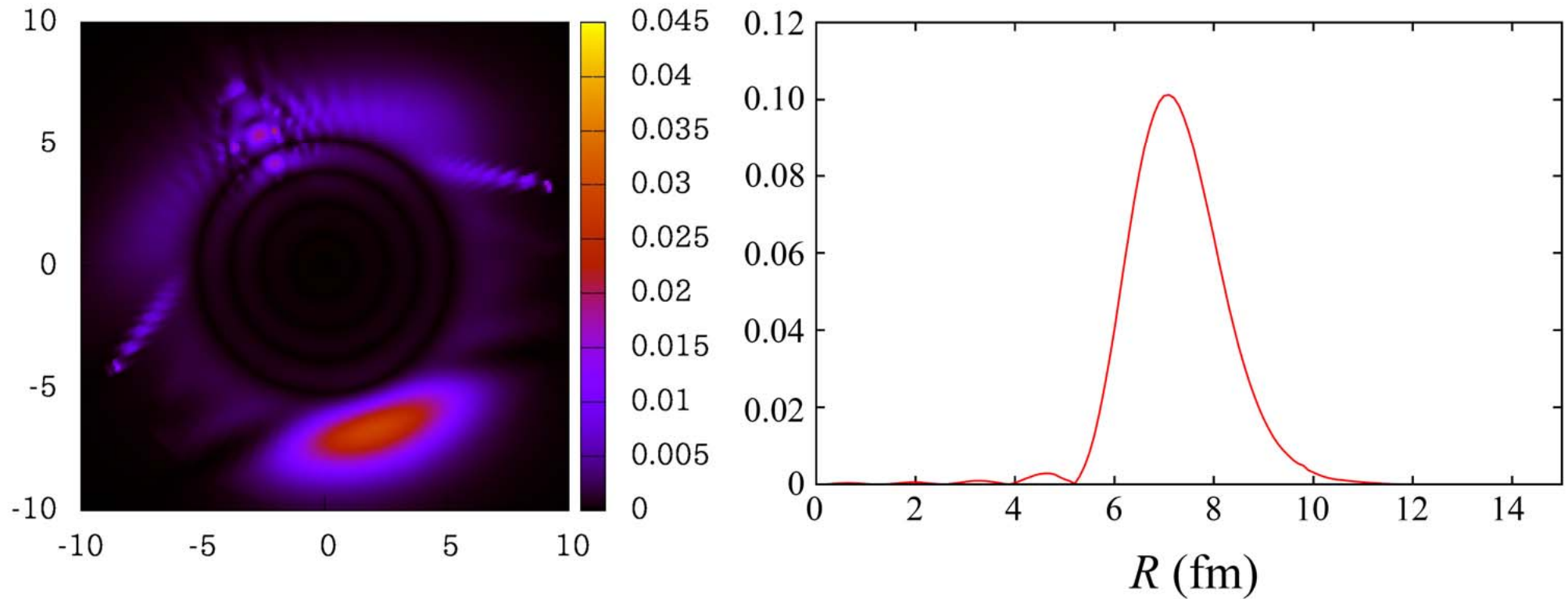
This work



- ✓ The **Glauber-like** calc. overshoots both the **integrated X-sec.** and the **peak height**, possibly resulting in **overestimation of the missing correlation**.
- ✓ PV and distortion effects exist also in nucleon removal processes with a nucleus target, and will affect the reduction factor.
- ✓ Studies on the reduction factor **with a proton target are going on** (collaboration with Uesaka-san's group).

Contribution to the $(p,p\alpha)$ cross section

$$T = \int d\mathbf{R} \chi_0(\mathbf{R}) \chi_1^*(\mathbf{R}) \chi_2^*(\mathbf{R}) \varphi(\mathbf{R}) \sqrt{\frac{d\sigma_{p\alpha}}{d\Omega_{p\alpha}}(\theta_{p\alpha}, E_{p\alpha}; \mathbf{R})}$$



Courtesy of K. Yoshida (RCNP)

${}^6\text{He}(p,pn)$

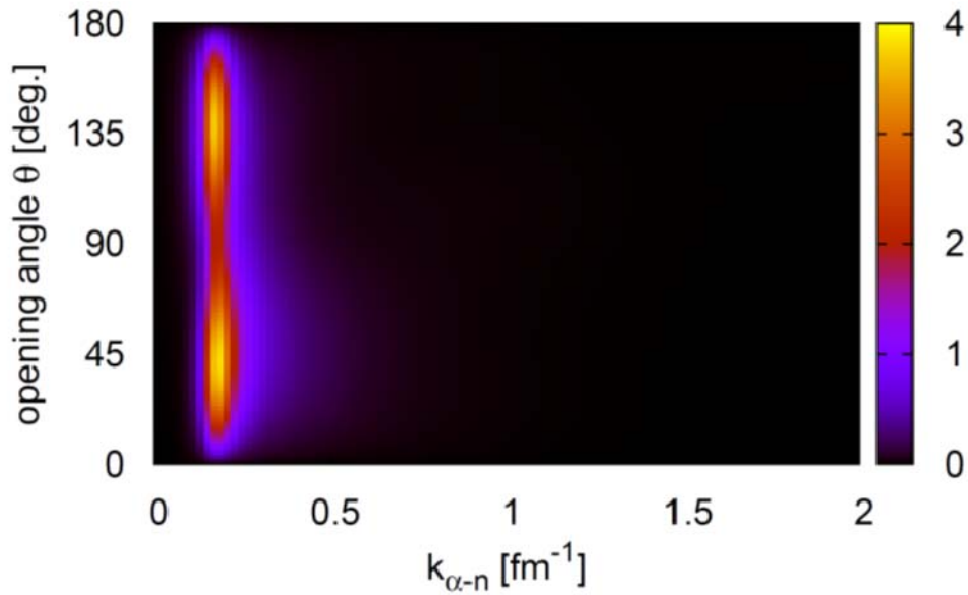


FIG. 5. (Color online) Two-dimensional momentum distribution of the emitted neutrons in the knockout reaction.

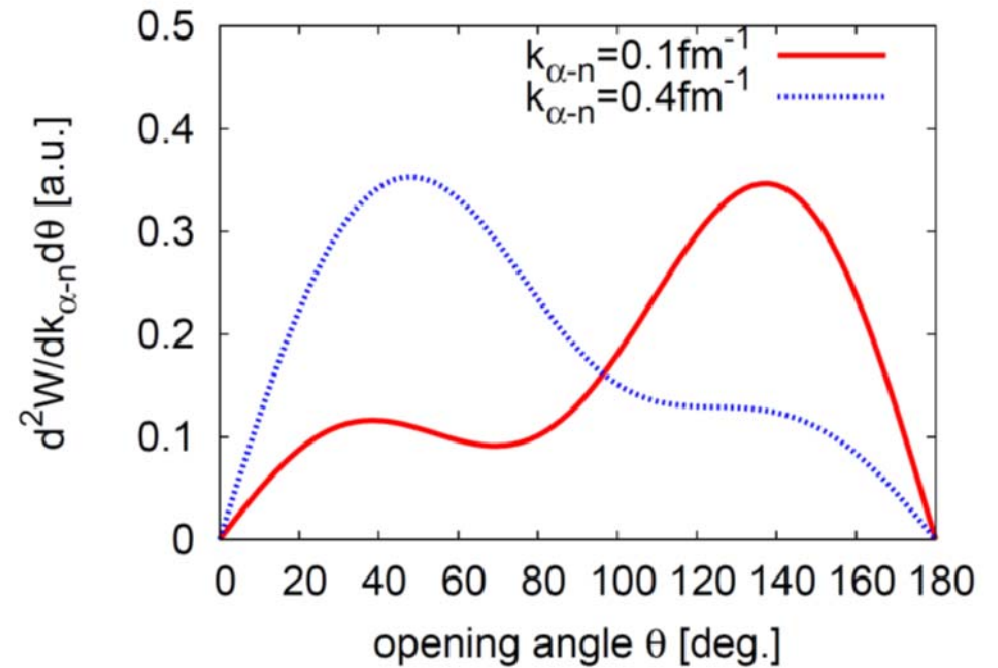


FIG. 7. (Color online) Momentum distributions of the emitted neutrons in the knockout reaction with fixed $k_{\alpha-n}$. The red (solid) and blue (dotted) lines represent the distributions for $k_{\alpha-n} = 0.1$ and 0.4 fm^{-1} , respectively.