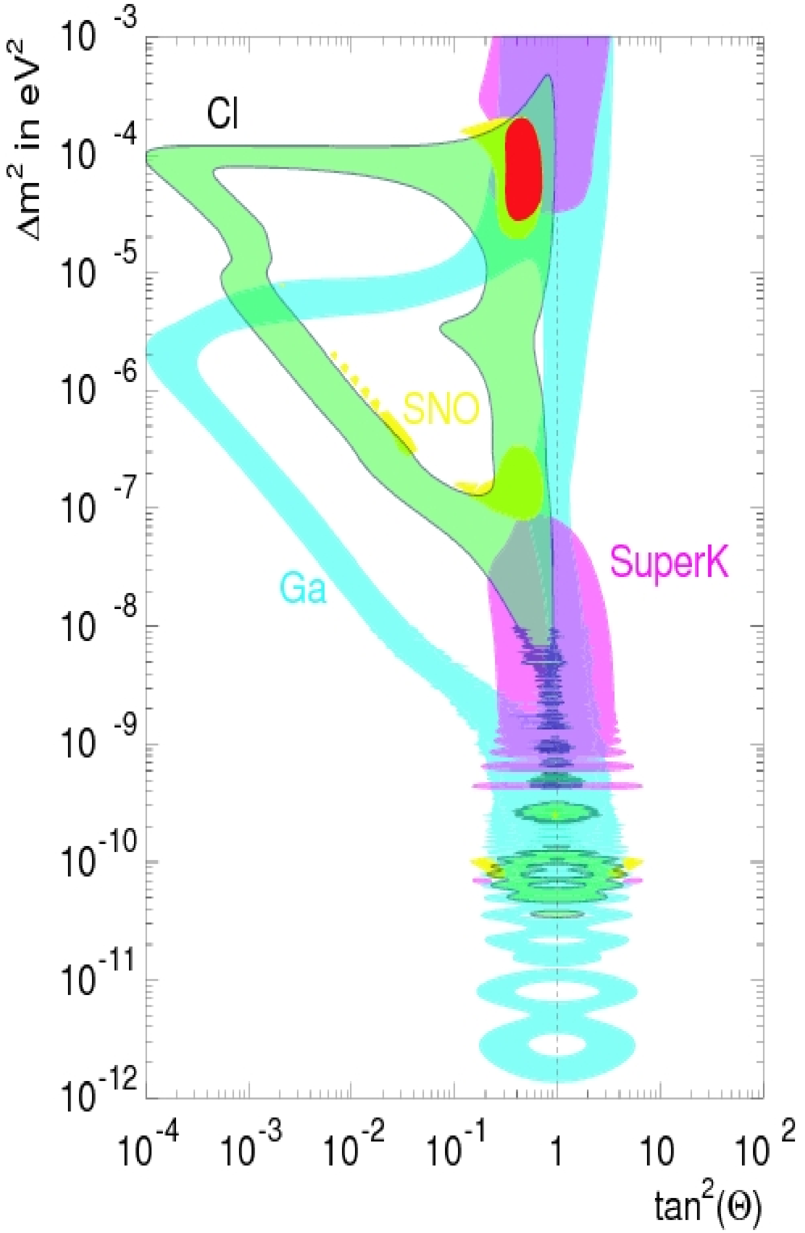
5. アイコナールCDCCとその天体核反応への応用

K. Ogata, S. Hashimoto, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Yahiro,

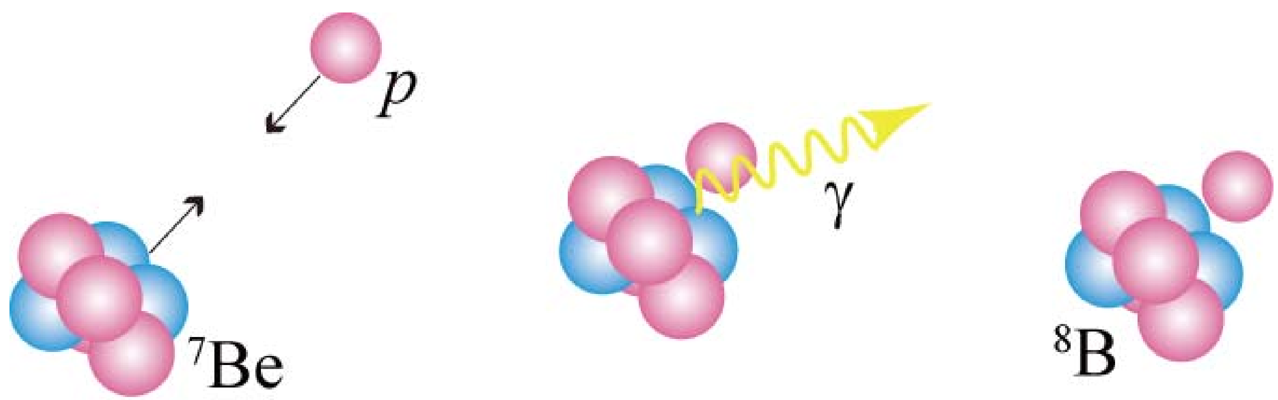
PRC**73**, 024605 (2006).

天体核物理学の重要課題: S_{17}の精密決定



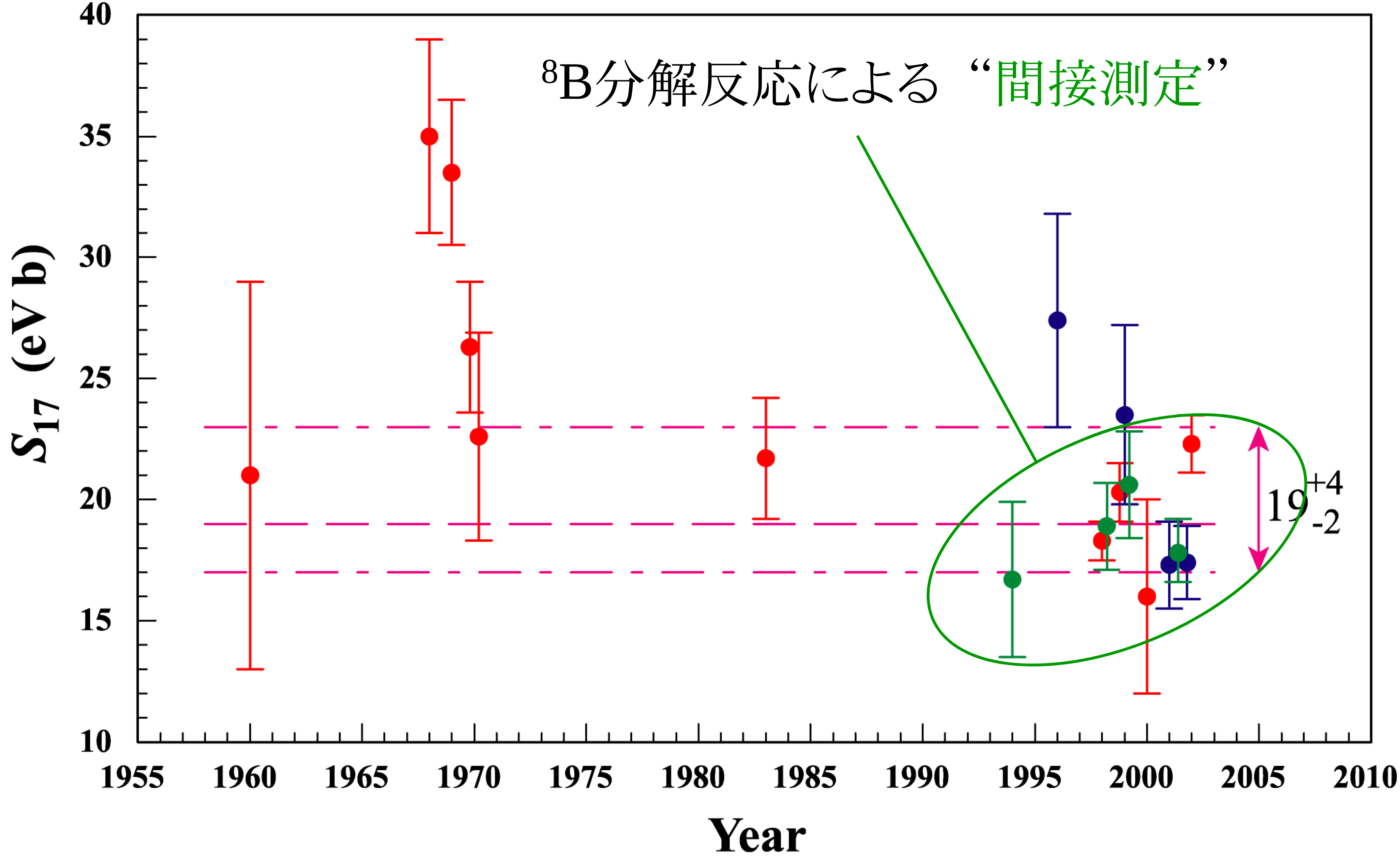
- ^{8}B太陽ニュートリノは、ニュートリノ振動パラメータの重要な情報源。
- その流量は、^{7}Be$(p,\gamma)^8$Bの天体核物理因子 S_{17} に比例。

$$S_{17}(E) = \sigma_{p\gamma} E \exp(2\pi\eta)$$



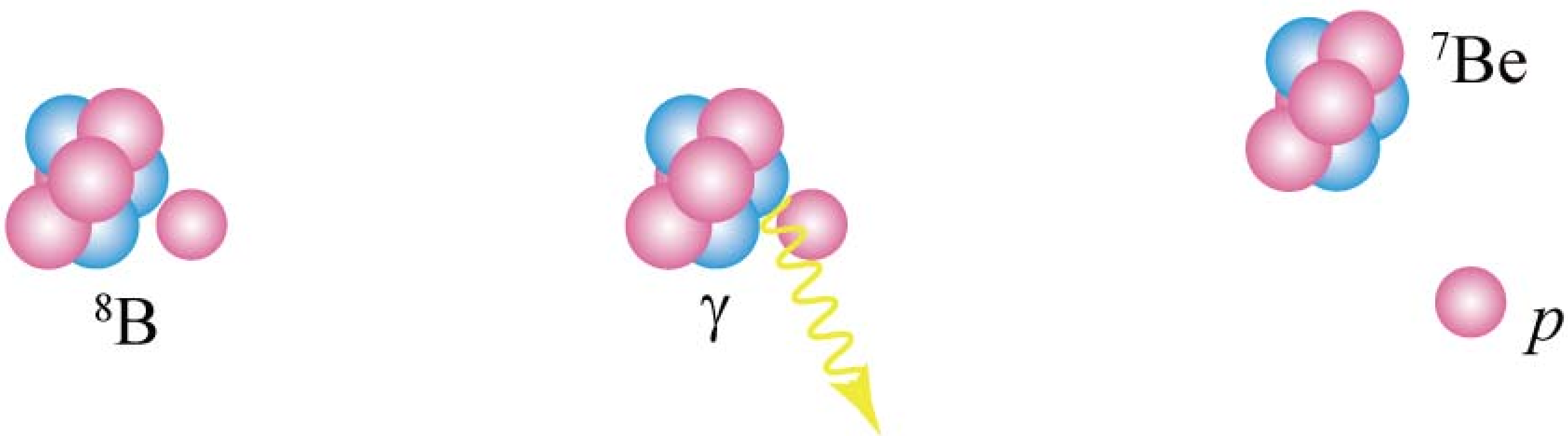
要請: S_{17} (0)を誤差5%以下で決定せよ。

S_{17}の年表



^{8}B分解反応による"間接測定"
40
35
30
25
20
15
10
S_{17} (eV b)
1955
1960
1965
1970
1975
1980
1985
1990
1995
2000
2005
2010
Year
19^{+4}_{-2}

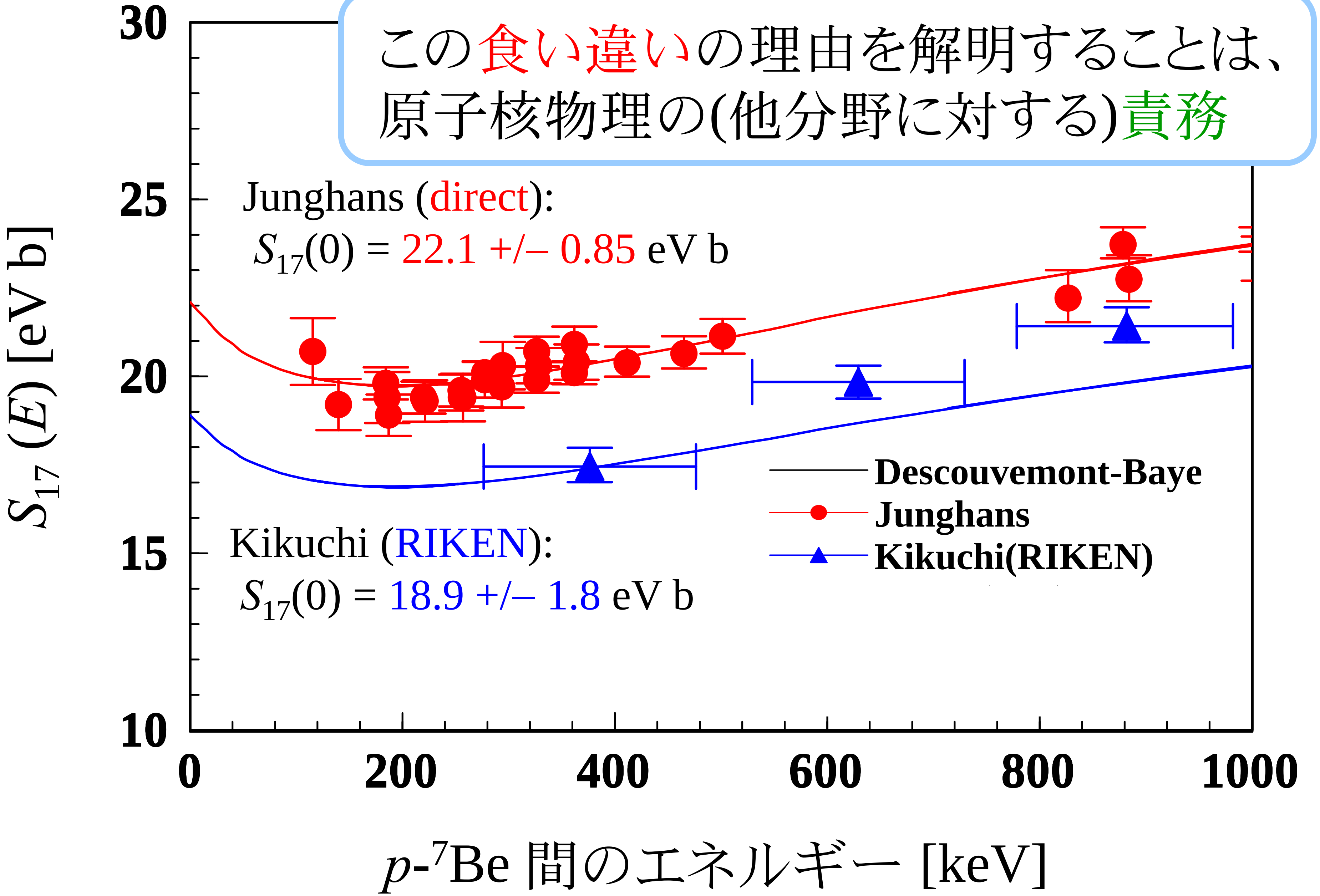
^{7}Be(p,γ)^{8}Bの間接測定



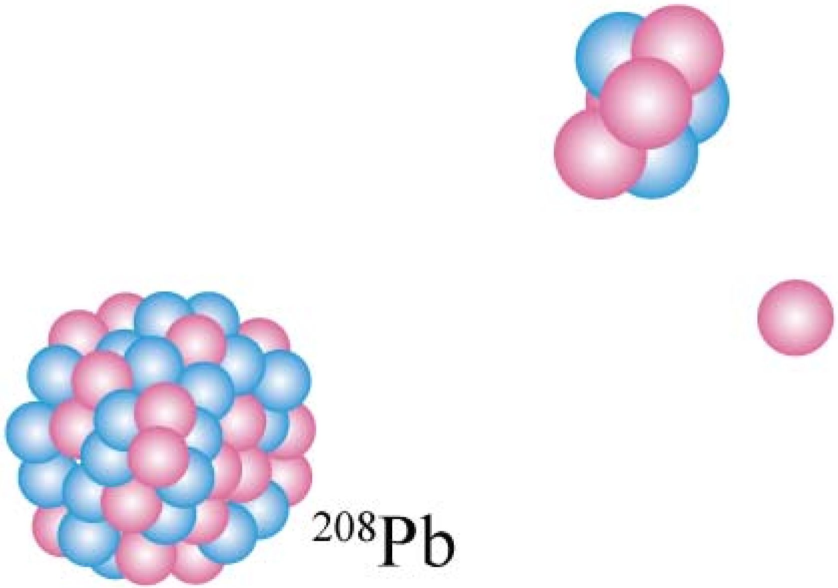
- 微細平衡の原理を利用すれば、^{8}B分解反応を測定することで、逆反応である^{7}Be(p,γ)^{8}Bの断面積を間接的に決定できる。
- この間接測定の結果は、仮定した反応機構が正しいときに限り、正確である。

^{7}Be(p,γ)^{8}B 天体核物理因子S_{17}の“測定”結果

この食い違いの理由を解明することは、
原子核物理の(他分野に対する)責務



実際の分解反応のメカニズム

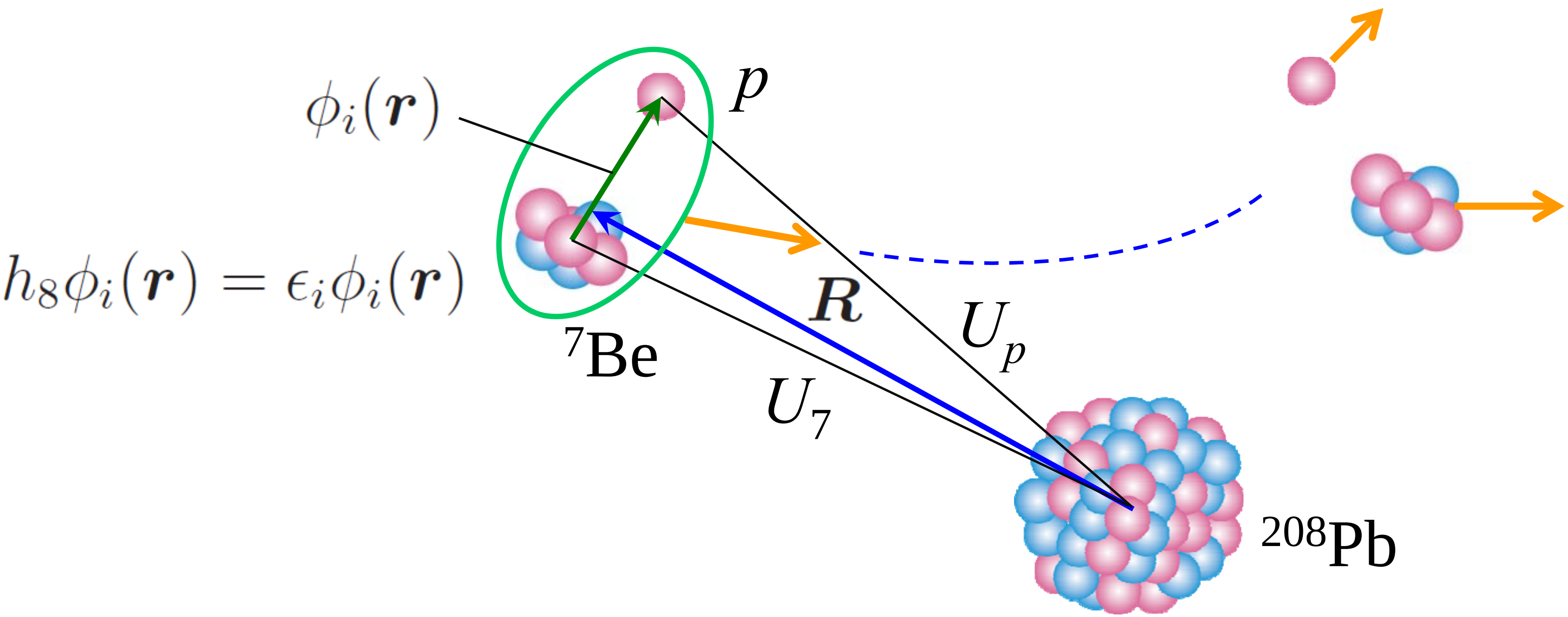


間接測定を妨害する要因

- 核力(強い相互作用)による分解
- 多段階の分解過程(チャネル結合効果)
- E1以外の多重極光子による分解

正確な反応模型による分解反応の記述が不可欠!

アイコナールCDCC (E-CDCC)



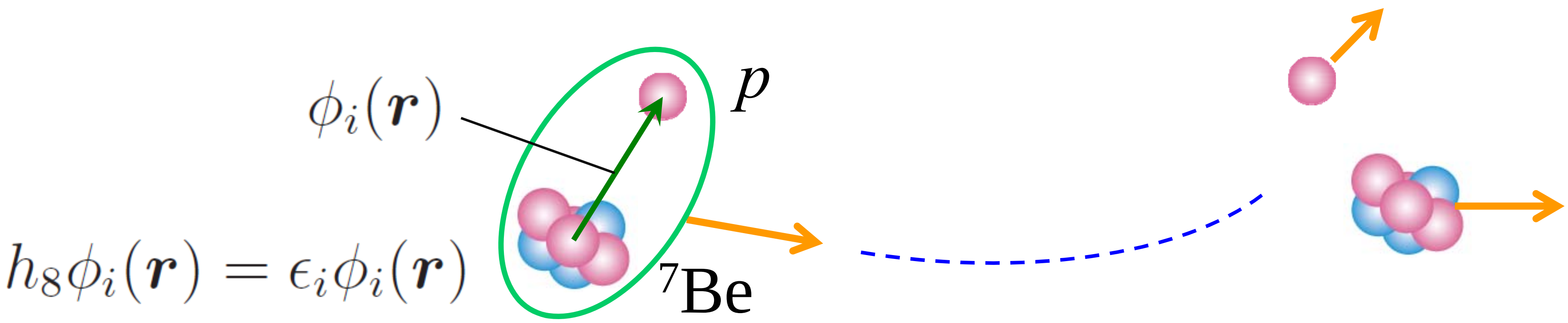
$$\left[T_{\boldsymbol{R}} + U_p(|\boldsymbol{R} + 7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}/8|) + h_8 - E\right]\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}) = 0$$

$$\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i(b, z)\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}e^{iK_i z}\phi_i(\boldsymbol{r})$$

$$K_i = \sqrt{2m_{\mathrm{P}}E_i}/\hbar, \quad E_i = E - \epsilon_i$$

※1/R のクーロン力の
影響は表記から省略。

反応解析の目的



- p+^{7}Beの低エネルギー分解状態

  部分平面波(正確にはクーロン入りの波)とみなせる。

- ^{8}Bの基底状態

  低エネルギーへの分解断面積に寄与するのは波動関数のテイル(pと^{7}Beが十分離れた領域)のみ。関数形は既知。ただしその振幅は不明。

テイルの振幅 C (漸近係数)を反応解析によって決める。

E-CDCC方程式

$$\left[T_{\boldsymbol{R}} + U_p(|\boldsymbol{R} + 7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}/8|) + h_8 - E\right] \Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}) = 0$$

左から $\phi_j^*(\boldsymbol{r})$ を掛けて $\boldsymbol{r}$ で積分し、$\nabla_{\boldsymbol{R}}^2 \psi_i(b, z) \approx 0$ とすると

$$\boxed{i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z) = \sum_{i=0}^{n} F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}}$$

$$F_{ji}(b, z) = \left\langle \phi_j(\boldsymbol{r}) \left| U_p(|\boldsymbol{R} + 7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}/8|) \right| \phi_i(\boldsymbol{r}) \right\rangle_{\boldsymbol{r}}$$

$$v_i = \hbar K_i / m_{\mathrm{P}}$$

散乱の初期条件 $\lim_{z \to -\infty} \Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iK_0 z} \phi_0(\boldsymbol{r})$ を満たす解は、

反復法等によって求めることが可能。

取り入れられている自由度は?

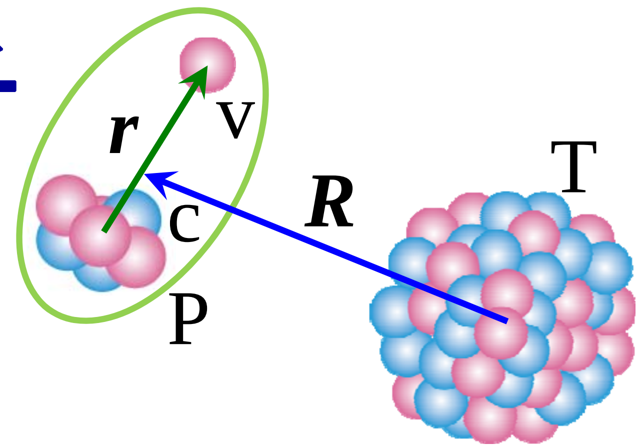
$$i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z}\psi_j(b,z) = \sum_{i=0}^{n} F_{ji}(b,z)\psi_i(b,z)e^{i(K_i-K_j)z}$$

$$F_{ji}(b,z) = \langle \phi_j(\boldsymbol{r}) \,|U_p(|\boldsymbol{R}+7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r}/8|)|\, \phi_i(\boldsymbol{r})\rangle_{\boldsymbol{r}}$$

1. チャネル結合計算なので、F_{ji} は無限次まで入っている。
2. U_p と U_7 は、核力ポテンシャルとクーロンポテンシャルの和。よって核力とクーロン力は区別なく扱われている(干渉も入る)。
3. クーロンの多重極度は全て含まれる(核力も) 。

※クーロン双極子遷移のみ取り入れ、摂動の1次で止めれば、
　先行研究の計算に対応する。

クーロンの多重極子



点電荷分布

$$U^{\rm Coul}_{\rm v+c} = \frac{Z_{\rm v}Z_{\rm T}e^2}{|\boldsymbol{R}+A_{\rm c}\boldsymbol{r}/A_{\rm P}|} + \frac{Z_{\rm c}Z_{\rm T}e^2}{|\boldsymbol{R}-A_{\rm v}\boldsymbol{r}/A_{\rm P}|}$$

$$R > r \longrightarrow = Z_{\rm T}e\sum_{\lambda}\left(\frac{(A_{\rm c}r/A_{\rm P})^{\lambda}Z_{\rm v}e}{R^{\lambda+1}} + \frac{(-A_{\rm v}r/A_{\rm P})^{\lambda}Z_{\rm c}e}{R^{\lambda+1}}\right)P_{\lambda}(\cos\theta_{\boldsymbol{Rr}})$$

$$= \boxed{Z_{\rm T}e\frac{Z_{\rm v}e+Z_{\rm c}e}{R}}P_0(\cos\theta_{\boldsymbol{Rr}}) \quad \text{[単極子]}$$

$$\frac{Z_{\rm T}eZ_{\rm P}e}{R}$$

PT重心間の
クーロン力
(分解なし)

PのE1有効電荷

$$+\frac{Z_{\rm T}e\boxed{[(A_{\rm c}/A_{\rm P})Z_{\rm v}e-(A_{\rm v}/A_{\rm P})Z_{\rm c}e]}r}{R^2}P_1(\cos\theta_{\boldsymbol{Rr}}) \quad \text{[双極子]}$$

超ロングレンジ

$$+\frac{Z_{\rm T}e\boxed{[(A_{\rm c}/A_{\rm P})^2Z_{\rm v}e+(A_{\rm v}/A_{\rm P})^2Z_{\rm c}e]}r^2}{R^3}P_2(\cos\theta_{\boldsymbol{Rr}}) \quad \text{[4重極子]}$$

PのE2有効電荷

$$+\ldots$$

分解反応の遷移行列

^{8}Bの分解エネルギー(^{7}Be-p 間のエネルギー)をある区間で束ねた状態が、波数ベクトル$\boldsymbol{K}'_j$ で散乱される反応の断面積が観測されるものとする。

$$T_j = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\boldsymbol{K}'_j\cdot\boldsymbol{R}} \phi_j(\boldsymbol{r}) \middle| U_p(|\boldsymbol{R}+7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r}/8|) \middle| \Psi(\boldsymbol{R},\boldsymbol{r}) \right\rangle$$

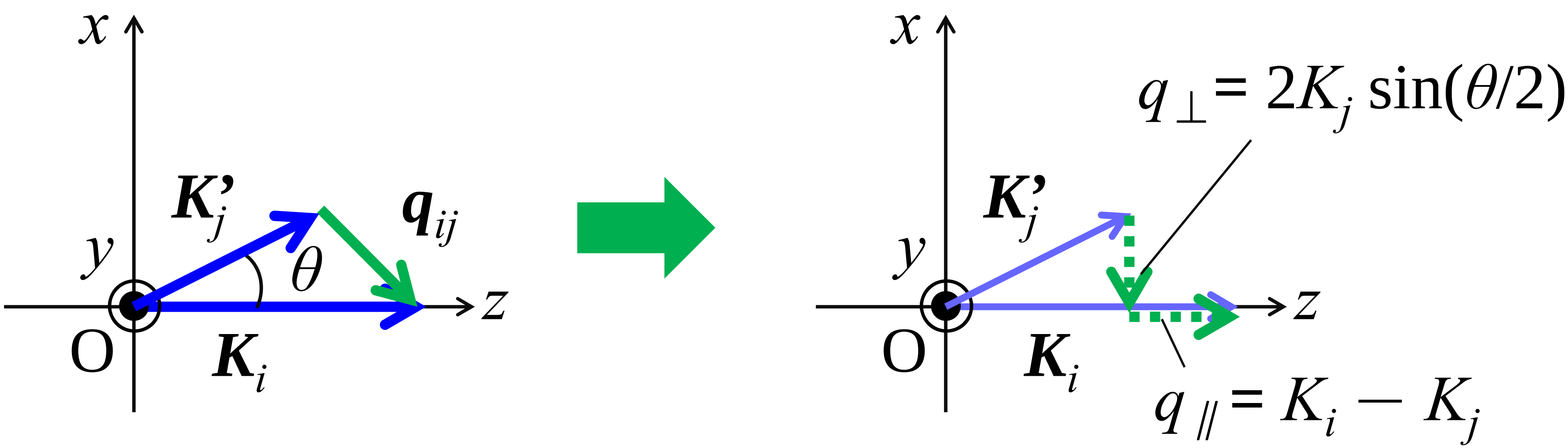
$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\boldsymbol{K}'_j\cdot\boldsymbol{R}} \sum_{i=0}^{n} F_{ji}(b,z)\psi_i(b,z) e^{iK_i z} d\boldsymbol{R}$$

$$\left(\because\ F_{ji}(b,z) = \langle \phi_j(\boldsymbol{r}) \left| U_p(|\boldsymbol{R}+7\boldsymbol{r}/8|) + U_7(|\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r}/8|) \right| \phi_i(\boldsymbol{r}) \rangle_{\boldsymbol{r}} \right)$$

移行運動量

$$e^{-i\boldsymbol{K}'_j\cdot\boldsymbol{R}}e^{iK_iz}=e^{i(\boldsymbol{K}_i-\boldsymbol{K}'_j)\cdot\boldsymbol{R}}\equiv e^{i\boldsymbol{q}_{ij}\cdot\boldsymbol{R}}$$

前方散乱近似を適用すると、$\boldsymbol{q}_{ij}$ の垂直成分と平行成分は、下図のようになる。



よって、$\boldsymbol{q}_{ij}$ と $\boldsymbol{R}$ の内積は、

$$\boldsymbol{q}_{ij}\cdot\boldsymbol{R}=-2K_j\sin(\theta/2)b\cos\phi_R+(K_i-K_j)z$$

分解反応の遷移行列(つづき)

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3}\int e^{-i\underbrace{\boxed{2bK_j\sin(\theta/2)}}_{\sim bK_j\theta}\cos\phi_R}\underbrace{\boxed{\sum_{i=0}^{n}F_{ji}(b,z)\psi_i(b,z)e^{i(K_i-K_j)z}}}_{=i\hbar v_j\frac{\partial}{\partial z}\psi_j(b,z)}dzbdbd\phi_R$$

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3}\int e^{-ibK_j\theta\cos\phi_R}i\hbar v_j\left[\psi_j(b,z)\right]_{z=-\infty}^{z=\infty}bdbd\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar v_j}{(2\pi)^3}\int e^{-ibK_j\theta\cos\phi_R}\left[S_j(b)-\delta_{j0}\right]bdbd\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar^2K_j}{(2\pi)^2m_{\mathrm{P}}}\int J_0\left(bK_j\theta\right)\left[S_j(b)-\delta_{j0}\right]bdb \Rightarrow \text{分解断面積の角度分布}$$

$$\because \int_0^{2\pi}e^{-ibK_j\theta\cos\phi_R}d\phi_R = 2\pi J_0\left(bK_j\theta\right)$$

(純)量子力学計算との対応

遷移行列の積分要素

$$I \equiv K_j \int J_0\left(bK_j\theta\right)\left[S_j(b)-\delta_{j0}\right] bdb$$

$$= K_j \sum_L \int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} J_0\left(bK_j\theta\right)\left[S_j(b)-\delta_{j0}\right] bdb$$

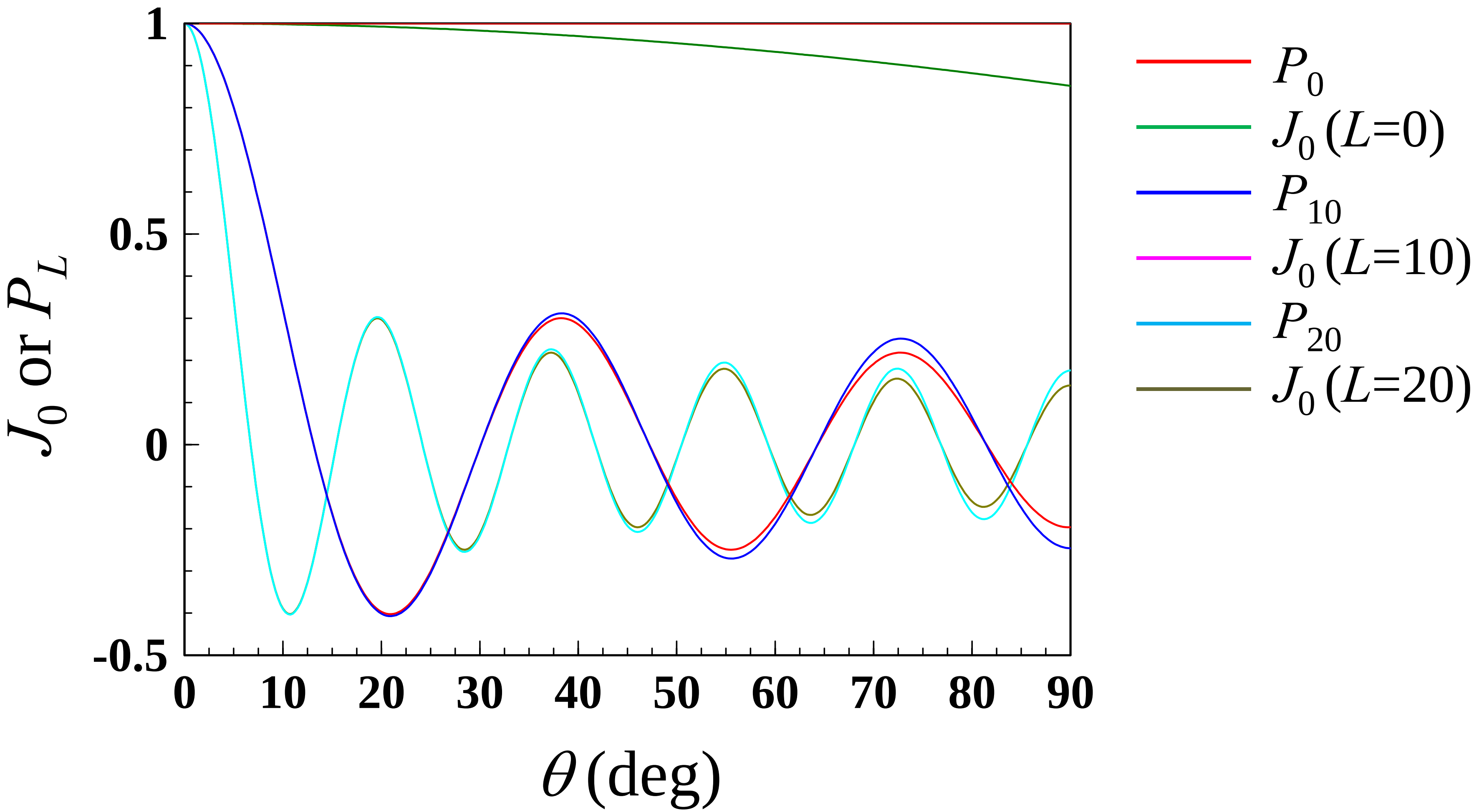
$$\approx K_j \sum_L \underbrace{\boxed{J_0\left(\left(2L+1\right)\frac{\theta}{2}\right)}}_{\approx P_L(\cos\theta)} \left[S_j^{(L)}-\delta_{j0}\right] \boxed{\int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} bdb} = \frac{2L+1}{2K_j^2}$$

$K_j b = L$+1/2 とすることで、量子力学的な表式が得られる。

$$I \approx \frac{1}{2K_j} \sum_L (2L+1)\left[S_j^{(L)}-\delta_{j0}\right] P_L(\cos\theta)$$

※小さい L の S 行列のみ量子力学的に計算すれば、より正確。

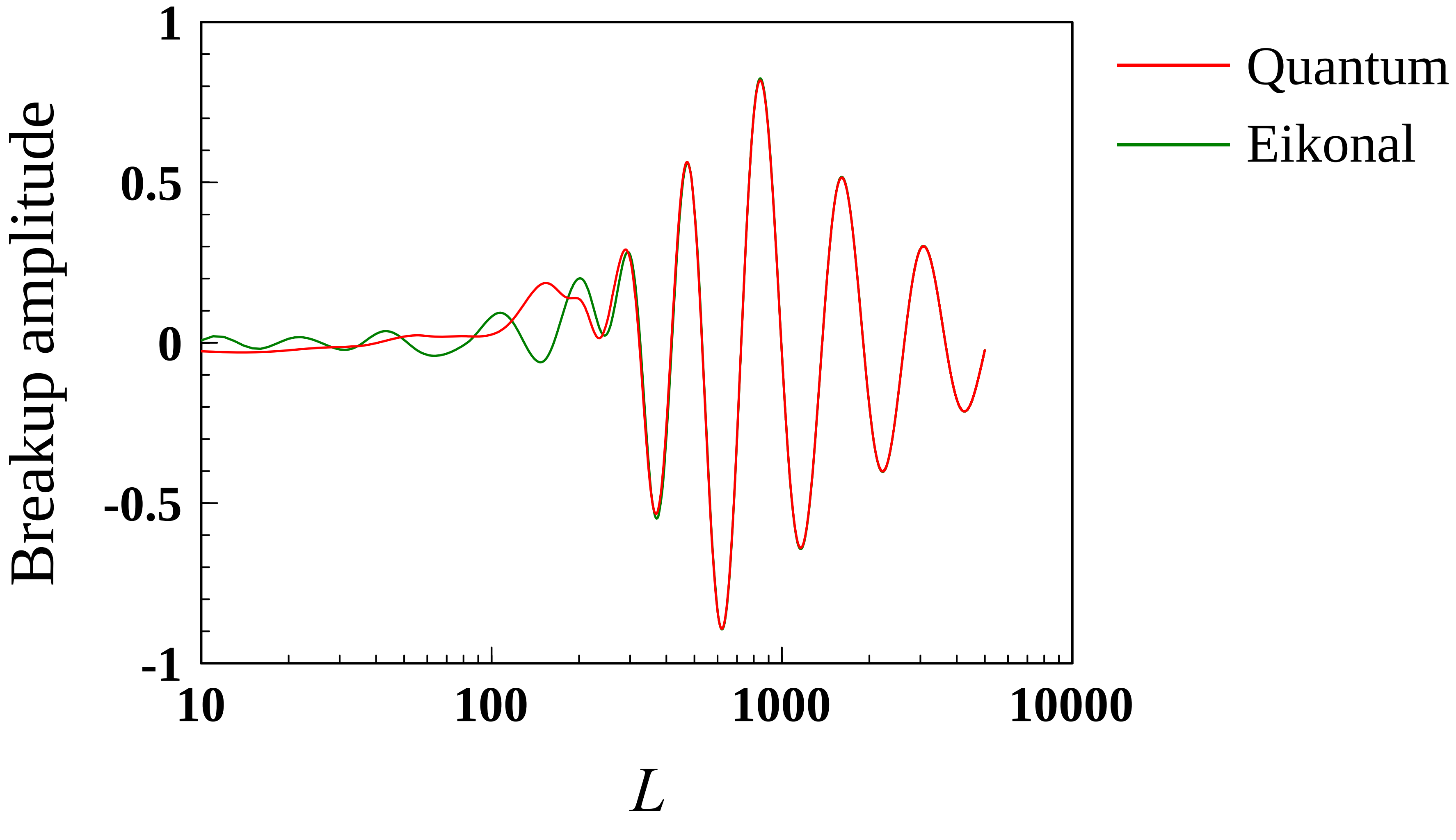
ルジャンドル関数とベッセル関数



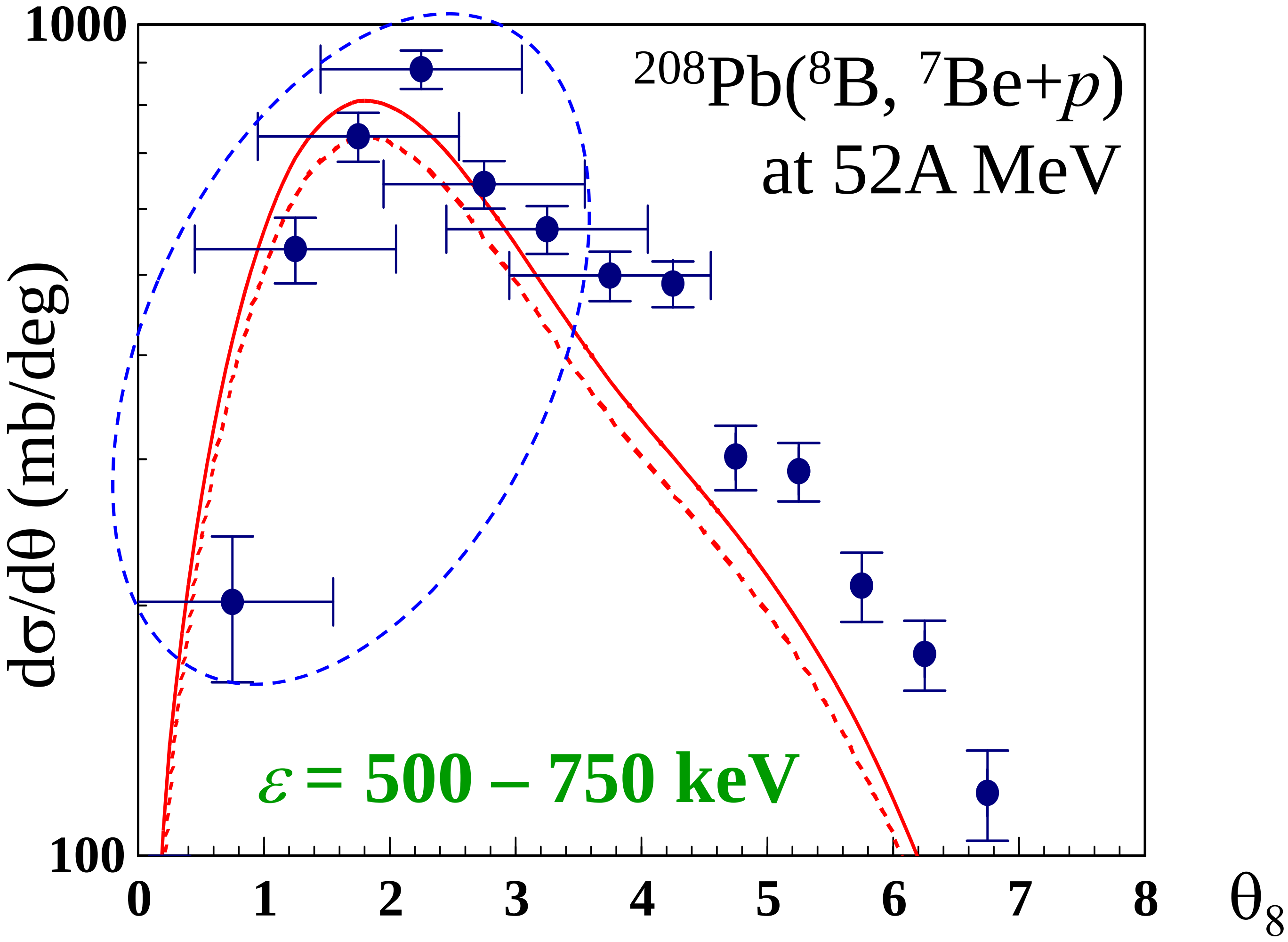
- 散乱振幅の角度依存性は、$J_0(bK\theta)$ でほぼ表現できている。
- 前方散乱近似をやめると、余分な(強すぎる)角度依存性が出る。

量子力学計算との対応(分解反応)

^{208}Pbによる ^{8}B分解反応(at 核子あたり 250 MeV)の遷移振幅(実部)

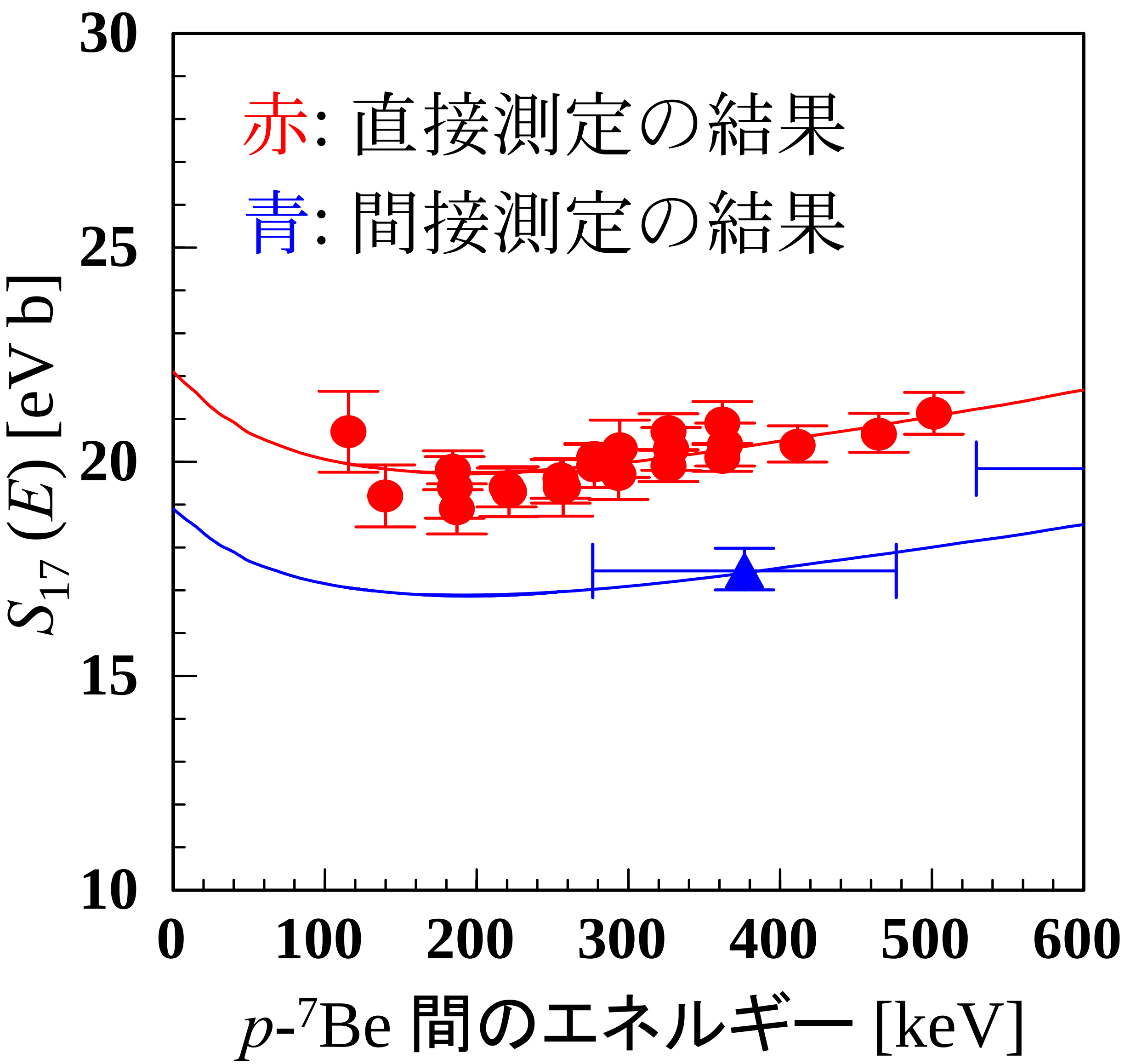


^{8}B 分解断面積の角分布



実験値と理論計算値の“比”から、^{8}B波動関数の漸近係数 C を得ることができる。C が得られれば、$S_{17}(E)$が描ける。

^{7}Be(p,γ)^{8}B 天体核物理因子 S_{17}



以前の結果

直接測定:

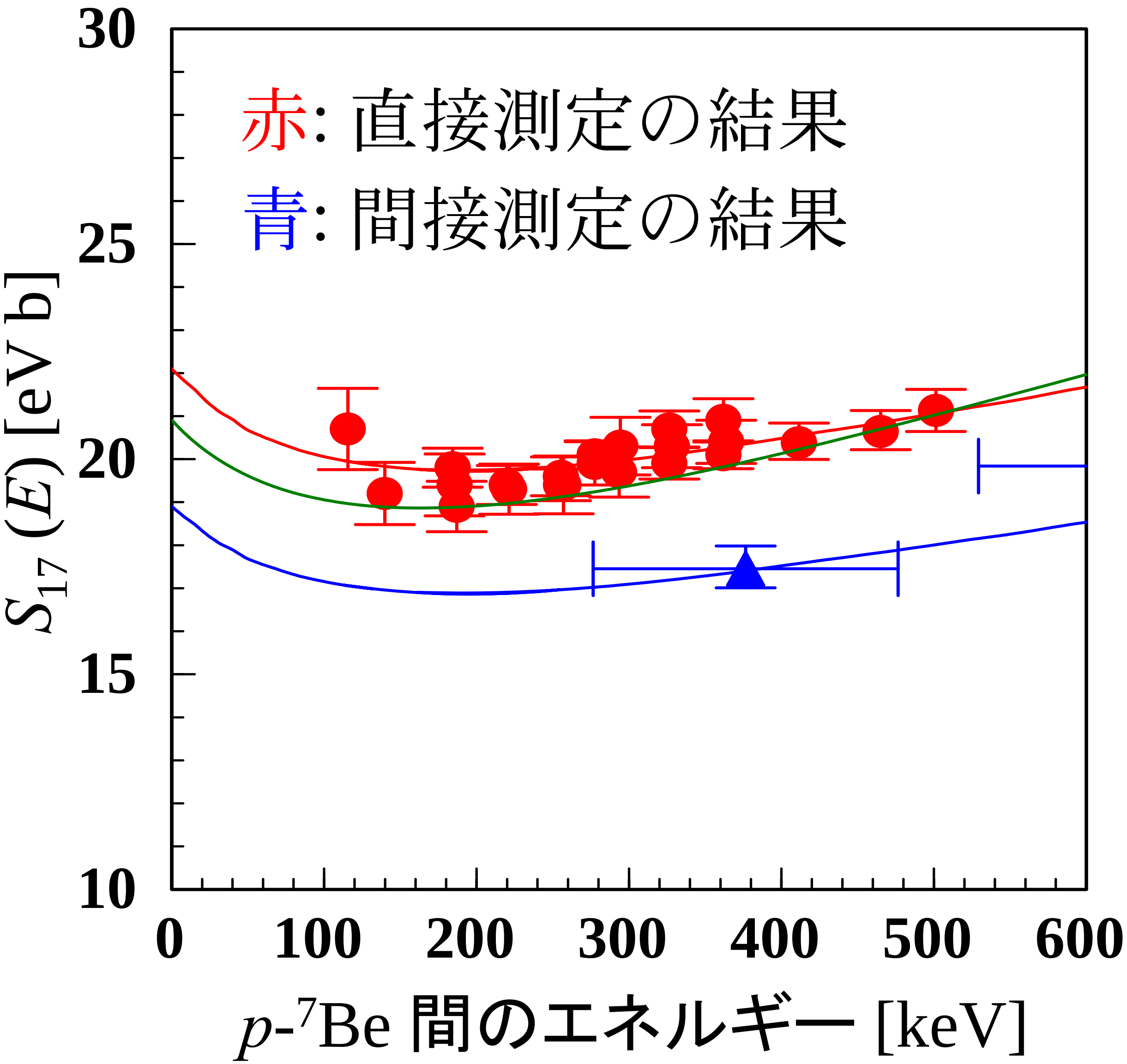
$S_{17}(0) = 22.1 \pm 0.85$ eV b

間接測定:

$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8$ eV b

今回の解析結果

^{7}Be(p,γ)^{8}B 天体核物理因子 S_{17}



以前の結果

直接測定:

$S_{17}(0)$ = 22.1 ± 0.85 eV b

間接測定:

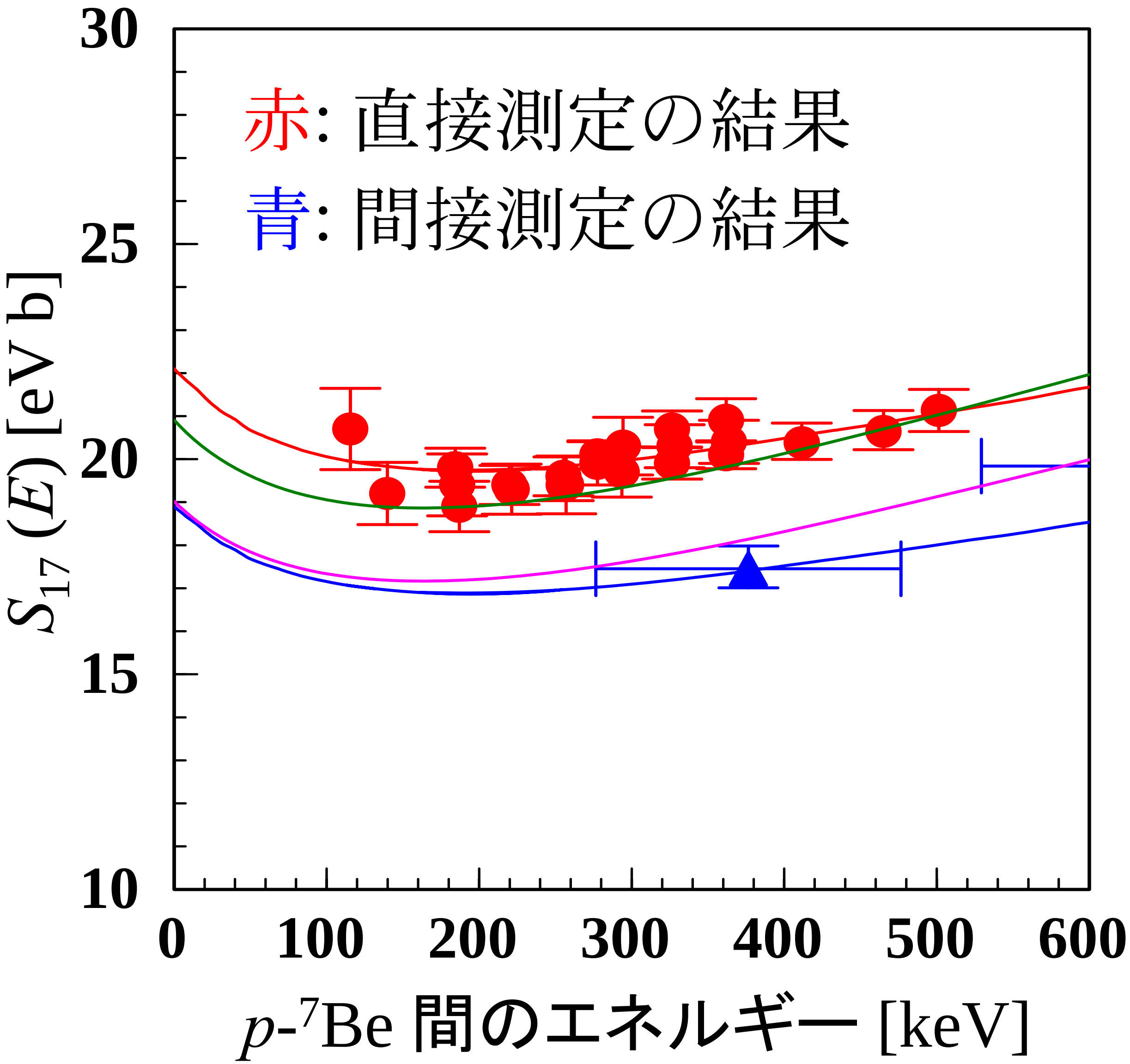
$S_{17}(0)$ = 18.9 ± 1.8 eV b

今回の解析結果

“完全”計算:

$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9}$ eV b

^{7}Be(p,γ)^{8}B 天体核物理因子 S_{17}



以前の結果

直接測定: updated

$S_{17}(0)$ = 20.9 ± 0.92 eV b

間接測定:

$S_{17}(0)$ = 18.9 ± 1.8 eV b

今回の解析結果

“完全”計算:

$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9}$ eV b

間接測定(簡易計算):

$S_{17}(0) = 19.0^{+1.9}_{-1.7}$ eV b

間接測定法は、正確な反応理論と組み合わせれば機能する。

E-CDCCとその天体核反応への応用のまとめ

- 天体核物理学上の重大な課題である S_{17}問題を紹介した。
- 不安定核^{8}Bの分解反応を、^{7}Be+p+標的核の3体反応模型に基づいて記述した。
- CDCCとアイコナール近似を組み合わせたアイコナールCDCC (E-CDCC)を紹介した。
- E-CDCCに対する量子力学的補正は最小の手間で実行可能。
- 反応解析により、S_{17}問題を解決することに成功した。