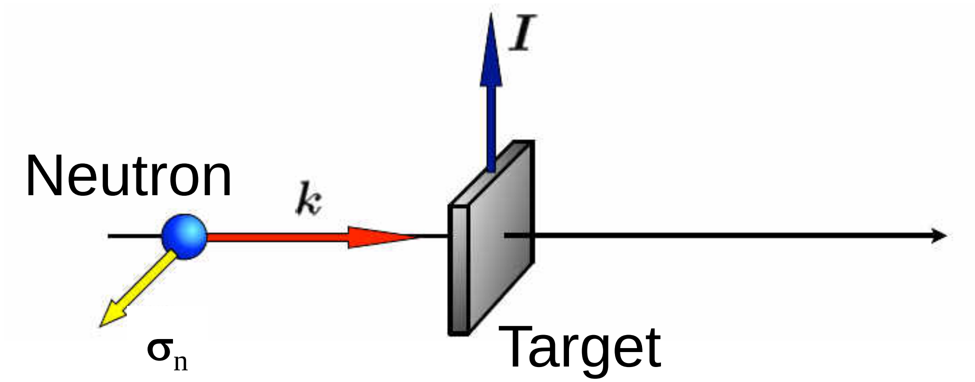
研究会「時間階層進化として捉える原子核反応」
RCNP (ZOOM), 2020年10月8日

多段階反応における量子相関

大阪大学核物理研究センター
嶋 達志

Contents

1. 話の発端；複合核反応における大きなパリティの破れ



Scattering amplitude;

$$\delta = A + B\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{I} + \underline{C\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k}}$$

Parity-odd term

$\boldsymbol{\sigma}_n$; neutron spin vector

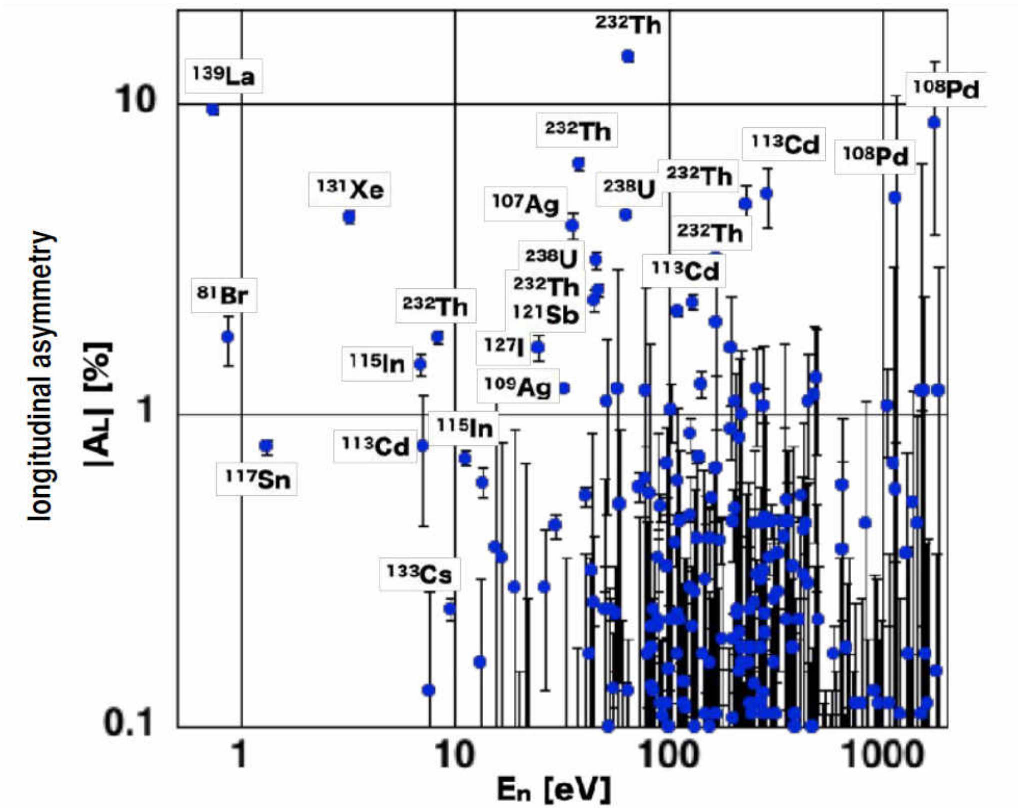
$\mathbf{k}$; neutron momentum vector

$\mathbf{I}$; target polarization vector

Asymmetry in compound nuclei

$$A_L = \frac{\sigma(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k} = +) - \sigma(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k} = -)}{\sigma(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k} = +) + \sigma(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k} = -)} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma = \sigma_0 \cdot \left(1 + A_L\left(\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{k}\right)\right)$$

(Cross section)



G.E. Mitchell et al., Phys. Rep. 354, 157 (2001)

PV ~10^{-7} in bare nucleon-nucleon interaction

PV ~0.1 (max) in compound nuclei

- - - amplified by ~10^6 !!

Mixing between states with different parities

$$A_L = -2\boxed{\frac{W}{\left|E_p - E_s\right|}}\boxed{\sqrt{\frac{\Gamma_s^n}{\Gamma_p^n}} \cdot \sqrt{\frac{\Gamma_p^n\left(j=1/2\right)}{\Gamma_p^n}}}$$

(ratio of j=1/2 component)

Dynamical Enhancement

(10^2 ~ 10^3)

Kinematical Enhancement

(Γ_s~eV, Γ_p~meV → ~10^3)

$$W = \left\langle \psi_s \middle| H_W \middle| \psi_p \right\rangle$$ --- matrix element of weak interaction for s-p mixing

Dynamical Enhancement

$$\eta = \frac{W}{\left|E_p - E_s\right|} = \frac{\langle \psi_s | H_W | \psi_p \rangle}{\left|E_p - E_s\right|}$$

$$\Delta E = \left|E_s - E_p\right| \sim \frac{1}{N} \Delta E_f \ \text{(few body)}$$

$$W \sim \frac{1}{\sqrt{N}} W_f$$ ← **Random Matrix Theory**

Level density; $N \sim 10^6$ [MeV^{-1}] for heavy nuclei

⇨ $\eta \sim 10^3$

重い原子核の性質の記述には古典的なランジュバン方程式が使われており、成功を収めている。

→ いつの間に「古典化」したのか？

重い原子核 --- 多核子系

→ 多数の状態（準位密度 大）

→ 個別の状態を見分けることが困難（分解能の制限）

→ 多数の状態の平均的な量だけが観測可能

--- 「古典化」は観測の際に起きるのか？

多粒子の極限（N→∞）は古典極限（$\hbar\to 0$）か？

→ 必ずしもそうではない。（超伝導、超流動、BECなど）

２．（古典的）ランジュバン方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-\gamma\frac{dx}{dt}+R(t)$$

摩擦項　　外力

- - - 外力 $R(t)$ がランダムな力（$\langle R(t)\rangle=0$）の場合、
ブラウン運動を表す。

$$u(t)\equiv\frac{dx(t)}{dt}=u(t_0)e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t_0)}+\int_{t_0}^{t}e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t')}\frac{R(t')}{m}dt'$$

$$x(t)=x(t_0)+\frac{mu(t_0)}{\gamma}\left(1-e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)+\int_{t_0}^{t}\left(1-e^{-\frac{\gamma}{m}(t-t')}\right)\frac{R(t')}{m\gamma}dt'$$

* γ と $R(t)$ は独立ではなく揺動散逸定理を満たす。

ブラウン運動における粒子の変位

$$\Delta x(t) = \int_0^t u(t')\,dt'$$

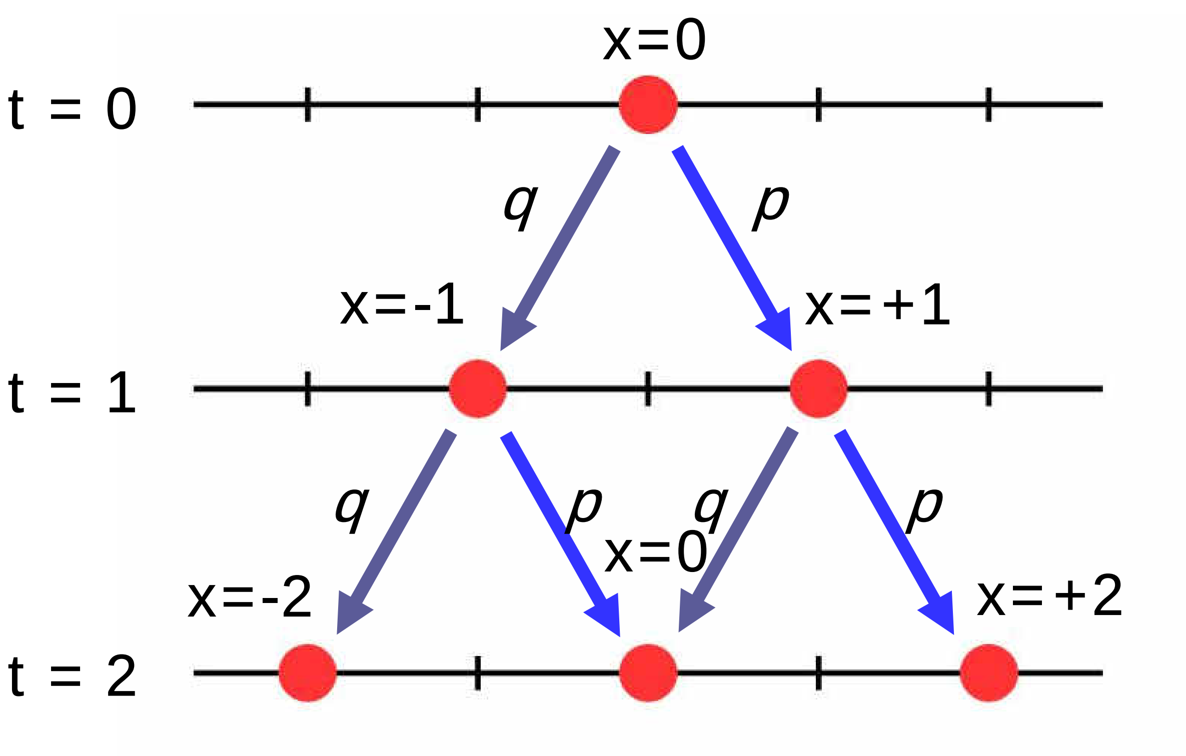
$$\left\langle \left(\Delta x(t)\right)^2 \right\rangle = \int_0^t \int_0^t \left\langle u(t') u(t'') \right\rangle dt'dt'' = \int_0^t \int_0^t dt'dt'' \frac{B}{2m\gamma} e^{-\frac{\gamma}{m}|t'-t''|}$$

$$= \frac{mB}{\gamma^3}\left(\frac{\gamma}{m} t - 1 + e^{-\frac{\gamma}{m}t} \right) \cong \frac{B}{\gamma^2} t \quad \text{, if } t >> \frac{m}{\gamma} = \tau_c$$

(Einstein relation)

これをシミュレートする手法のひとつがランダムウォーク。

3. ランダムウォーク(古典論)

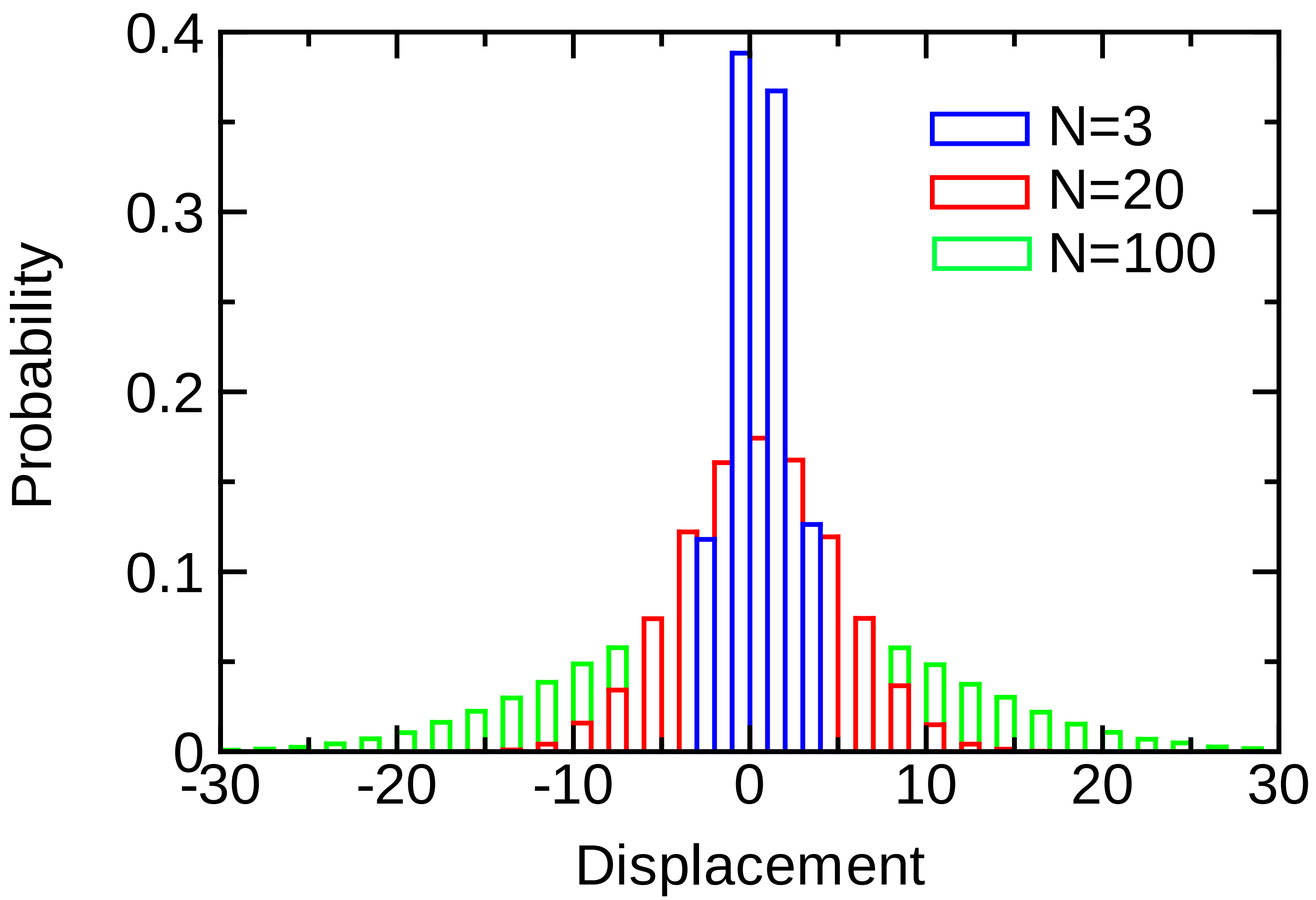


p and *q* are the probabilities of increasing and decreasing x by 1.

$$p;\ x \to x+1$$

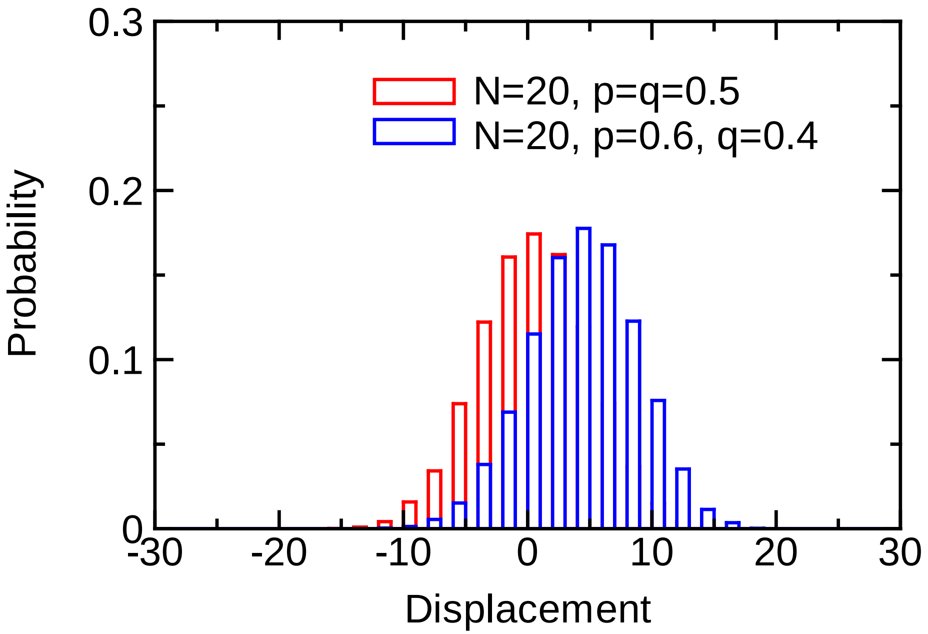
$$q;\ x \to x-1$$

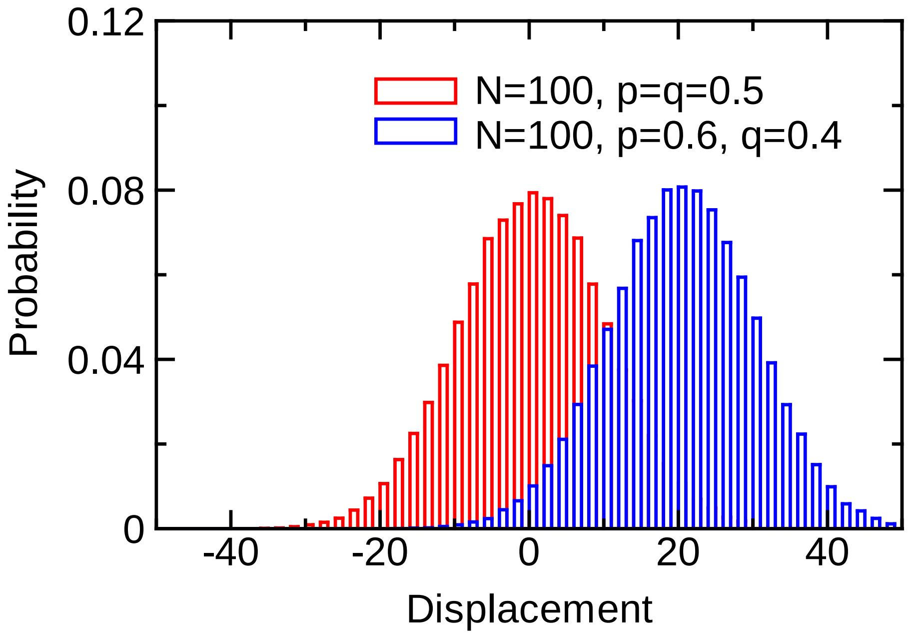
$$p+q=1$$

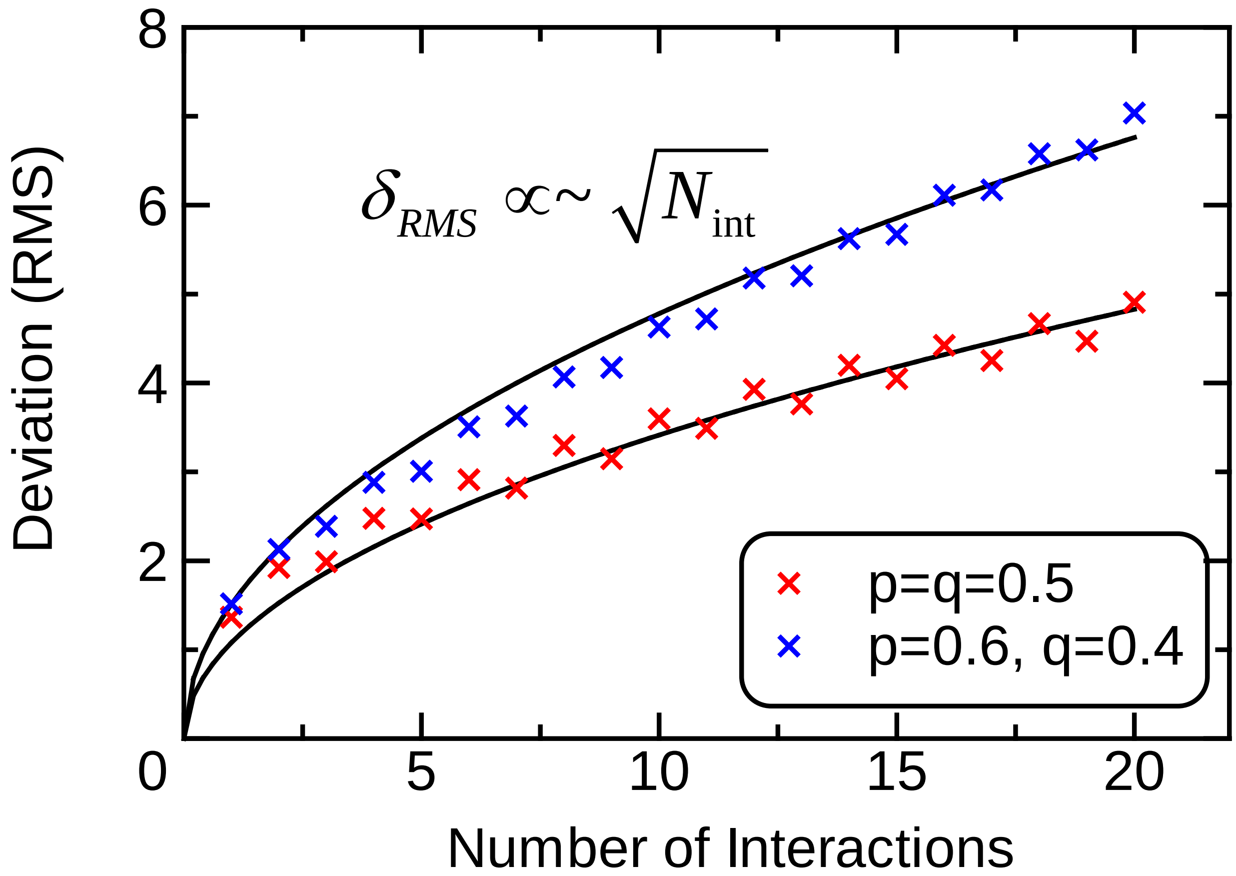


注；前のページの t がここでは N。
　つまり相互作用した回数を時間変数として用いている。

+1, -1が等確率でない、つまり対称性が破れている場合







＊ここまでは古典論。

→ 量子論的ランダムウォーク？

その前に。。。

(古典的)ランジュバン方程式　$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma \frac{dx}{dt} + R(t)$

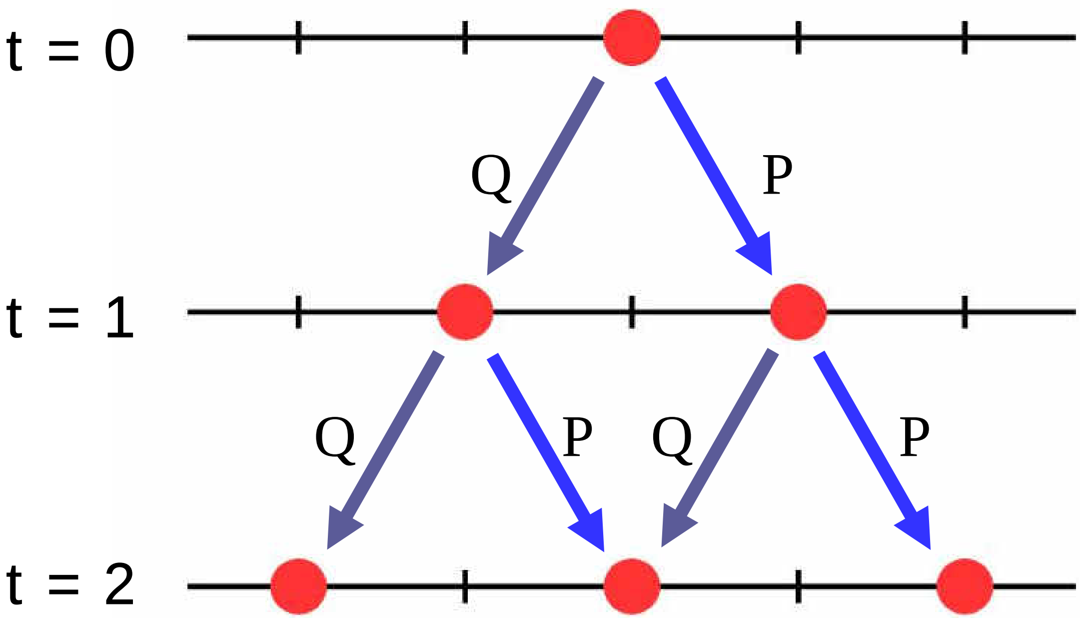
- - - 外力 $R(t)$ がランダムな力 ($\langle R(t) \rangle = 0$) の場合、
　ブラウン運動を表す。

※ x の確率分布 $P(x,t)$ を考え、上記のランジュバン方程式から
フォッカー・プランク方程式を作ると、$|\psi(x,t)|^2 = P(x,t)$ を
満たすような $\psi(x,t)$ が満たす波動方程式を導くことが
できる。(確率過程量子化 (Nelson))

⇒ もう一度量子化する必要はあるのか？
ランジュバン方程式の量子論版は何を意味するのか？

4. 量子ウォーク

S.P. Gudder, Quantum Probability (1988)
A.D. Meyer, J. Stat. Phys. 85, 551-574 (1996)
N. Konno, Quantum Inf. Proc. 1, 345 (2002)



$$\psi(t=0)=\psi_0$$

$$\psi(t=1)=P\psi_0+Q\psi_0$$

$$\psi(t=2)=P^2\psi_0+PQ\psi_0+QP\psi_0+Q^2\psi_0$$

$$\psi(t)=\left(\alpha|R\rangle+\beta|L\rangle\right)|x\rangle_t\ ,\quad \langle x\rangle_t=\psi^*(t)\psi(t)$$

$$P|R\rangle|x\rangle=|R\rangle|x-1\rangle,\ \ P|L\rangle|x\rangle=|R\rangle|x-1\rangle,$$

$$Q|L\rangle|x\rangle=|L\rangle|x+1\rangle,\ \ Q|R\rangle|x\rangle=|L\rangle|x+1\rangle$$

$$\psi(t,x)=P\psi(t-1,x-1)+Q\psi(t-1,x+1)$$

Operators P and Q are non-commutative.

Algebra of Hadamard walk

2×2 Hadamard matrix; $H_m = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

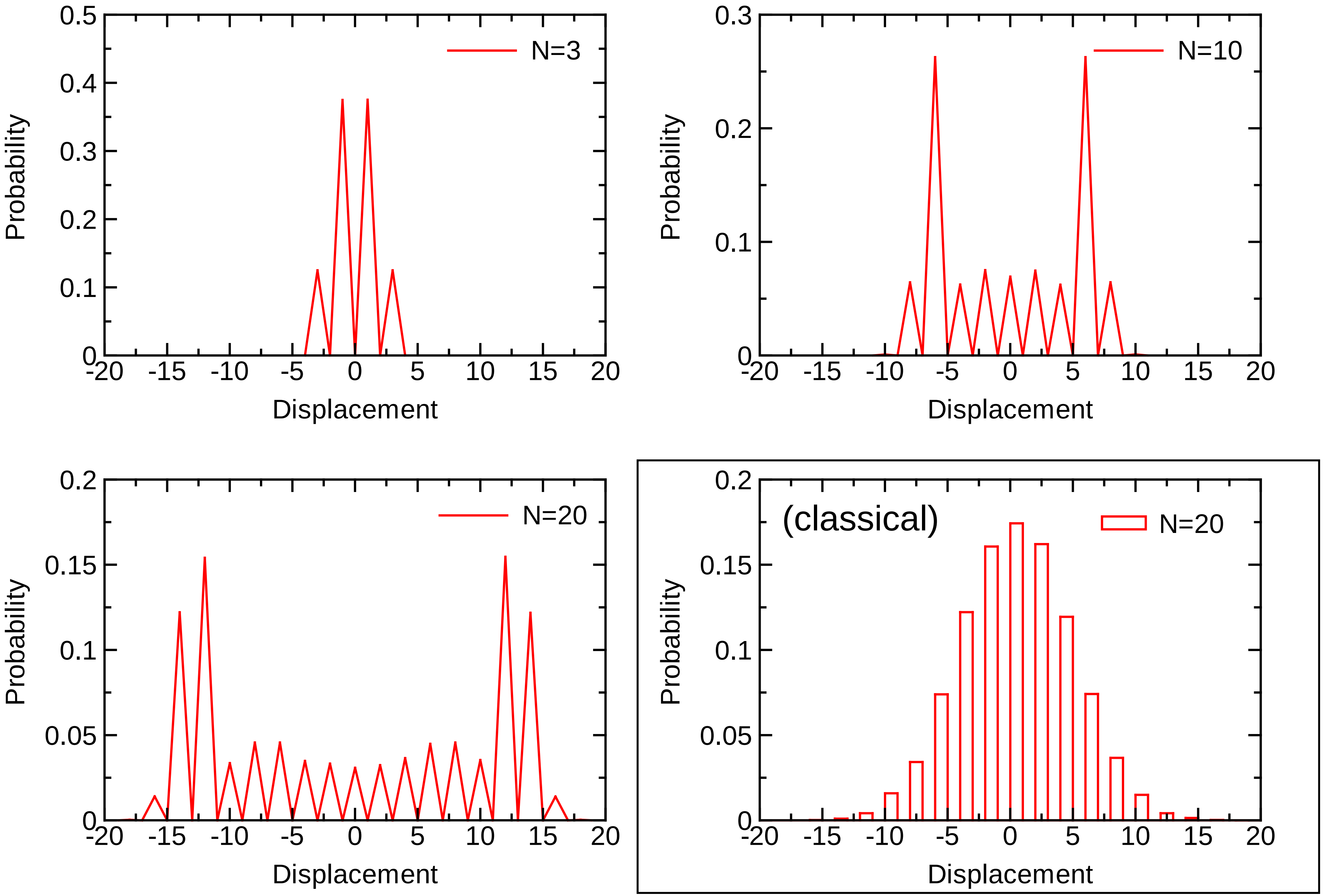
$$H_m = P + Q \ , \ P \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , \ Q \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\psi(t) = \left(\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle\right)|x\rangle_t \ , \ \langle x\rangle_t = \psi^*(t)\psi(t)$$

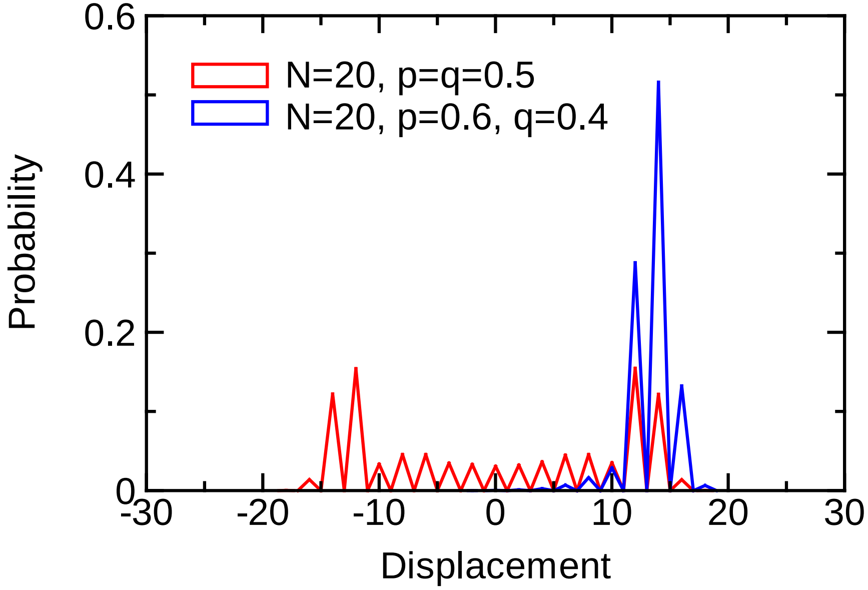
$$P|R\rangle|x\rangle = |R\rangle|x-1\rangle, \ P|L\rangle|x\rangle = |R\rangle|x-1\rangle,$$

$$Q|L\rangle|x\rangle = |L\rangle|x+1\rangle, \ Q|R\rangle|x\rangle = |L\rangle|x+1\rangle$$

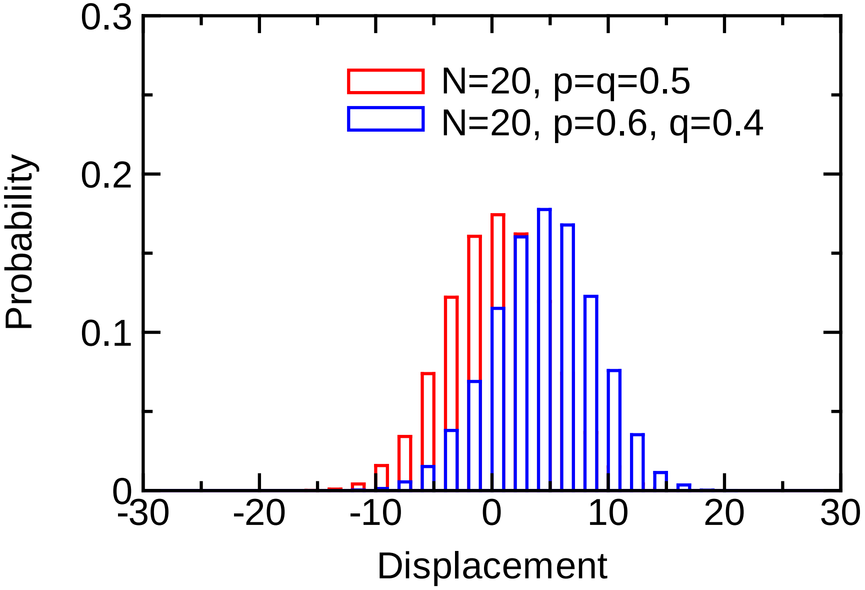
$$\psi(t,x) = P\psi(t-1, x-1) + Q\psi(t-1, x+1)$$


N=3
N=10
N=20
(classical)
N=20
Probability
Displacement
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.05
0.15
-20
-15
-10
-5
5
10
15
20

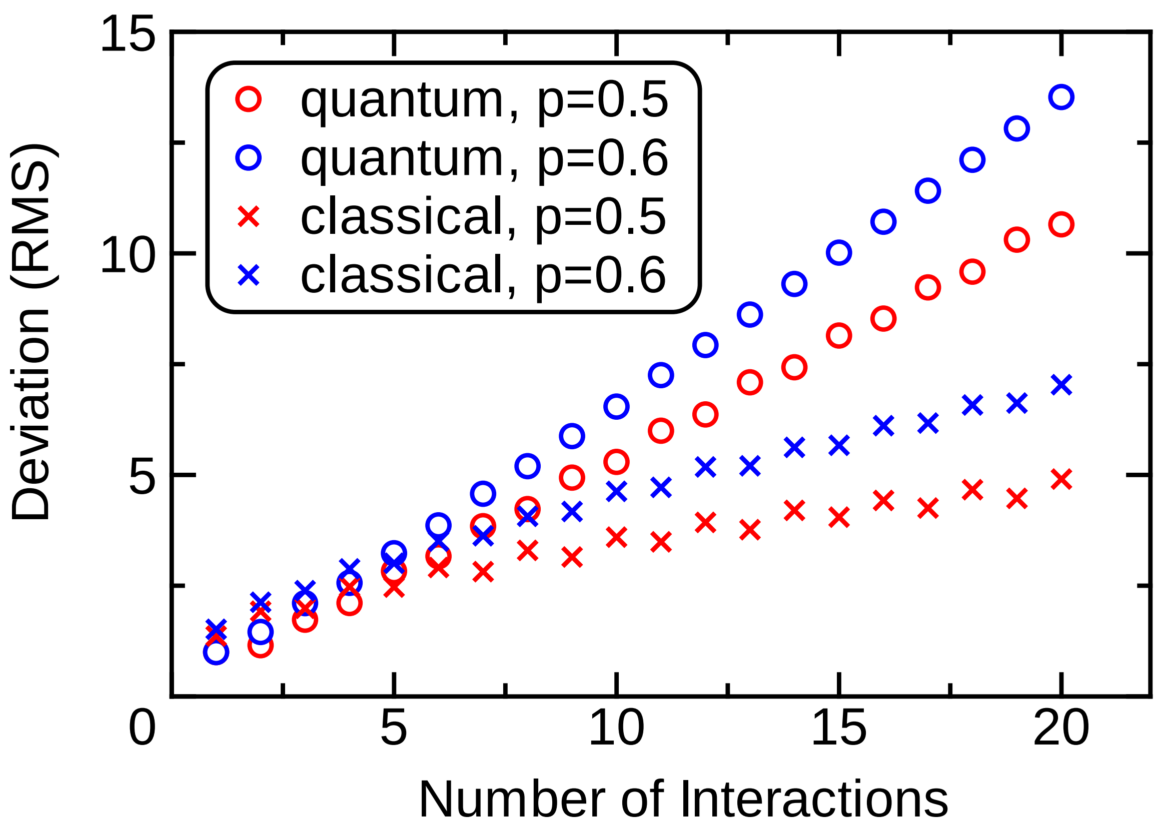
対称性が破れている場合



Quantum walk



Classical walk



Quantum; $\delta_{RMS} \propto\sim N_{\text{int}}$

Classical; $\delta_{RMS} \propto\sim \sqrt{N_{\text{int}}}$

5. 対象系と環境の分離

量子状態の時間発展を記述するユニタリー変換はコヒーレンスを維持する。

$$\psi(t) = U(t - t_0)\psi(t_0)$$

$$U(t - t_0) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H(t - t_0)\right)$$

ユニタリー性は確率を保存するために必要。

$$\left|\psi(t)\right|^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \psi^*(t)\psi(t) = \psi(t)\psi^*(t) = 1$$

$$\Leftrightarrow \psi^*(t_0)U^*U\psi(t_0) = \psi(t_0)UU^*\psi^*(t_0) = 1$$

$$\Leftrightarrow U^*U = UU^* = I$$

Note. (cont.)

→ デコヒーレンスは非ユニタリーな演算子で表される。
→ この時、確率の保存が保証されない。

処方箋;
観測系も含めた全系の波動関数を考える。

$$\left|total\right\rangle = \left|subsystem\right\rangle + \left|environment\right\rangle$$

$|total>$ はユニタリー発展。

Note. (cont.)

E.B. Davies, “Quantum Theory of Open Systems”, Academic Press, London (1976)
R. Alickialld, K. Lendi, “Quantum Dynamical Semigroups and Applications”, Lecture Notes in Physics Vol. 286, Springer, Berlin (1987)

オブザーバブル A の期待値;

$$\langle A \rangle = \mathrm{Tr}_{SE}\left(\rho_T A \otimes I_E\right) = \mathrm{Tr}_S\left(\left(\mathrm{Tr}_E \rho_T\right) A\right)$$

in total Hilbert space

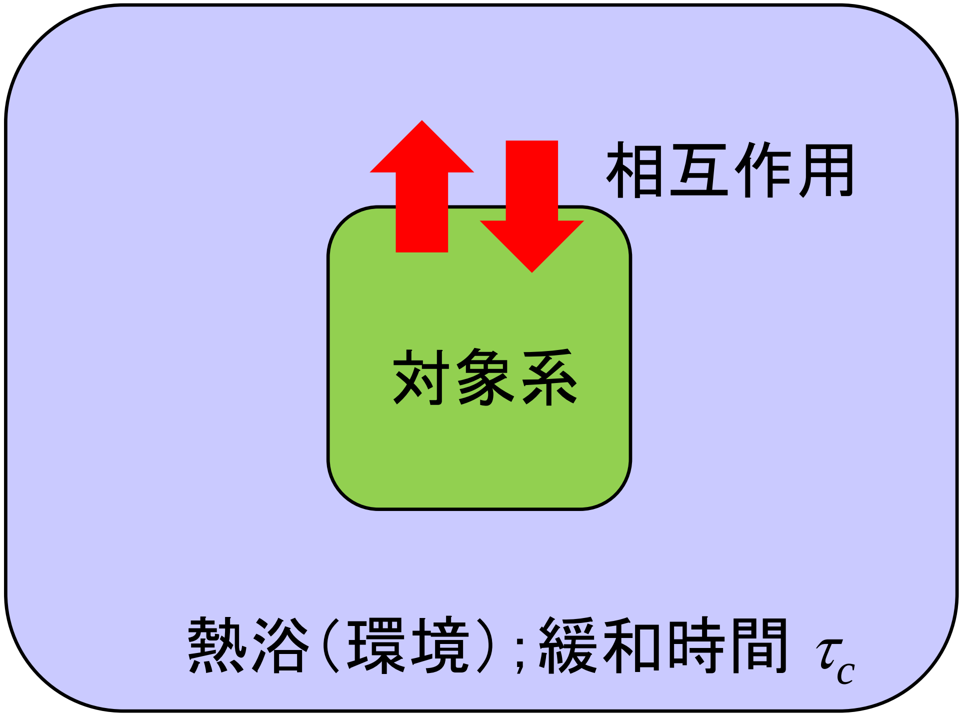
$$\langle A \rangle = \mathrm{Tr}_S\left(\rho_S A\right)$$ in Hilbert space of subsystem

$$\Rightarrow \rho_S = \mathrm{Tr}_E\left(\rho_T\right)$$

Subsystem の状態はその他の部分(環境)を積分することで得られる。

Subsystem だけでは確率は保存しないが、正定値ではある。

6. 量子マスター方程式と非マルコフ性



全系の密度行列を ρ、ハミルトニアンを H とすると

時間発展 $$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] \equiv iL\rho$$ （量子リウヴィル方程式）

$$H = H_0 + H_1$$

無摂動 $H_0 |l\rangle = E_l |l\rangle$; eigen function of H_0

射影演算子 $\langle l | PA | m \rangle = \langle l | A | m \rangle \delta_{lm}$ 対角成分

$\langle l | P' A | m \rangle = \langle l | A | m \rangle (1 - \delta_{lm})$ 非対角線分

江崎ひろみ氏（東京工芸大）
https://core.ac.uk/download/pdf/234017005.pdf

$$\rho = P\rho + P'\rho$$

$$\frac{\partial P\rho}{\partial t} = P\frac{\partial \rho}{\partial t} = P\left(iLP\rho\right) + P\left(iLP'\rho\right) \qquad \text{--- (1)}$$

$$\frac{\partial P'\rho}{\partial t} = P'\frac{\partial \rho}{\partial t} = P'\left(iLP\rho\right) + P'\left(iLP'\rho\right) \quad \text{--- (2)}$$

(2) を積分 $P'\rho = \int_0^t e^{(t-\tau)P'iL} P'iLP\rho d\tau + e^{tP'iL} P'\rho_0$ --- (3)

(3) を (1) に代入

$$\frac{\partial P\rho}{\partial t} = P\frac{\partial \rho}{\partial t} = P\left(iLP\rho\right) + P\left(iLP'\rho\right)$$

$$= PiLP\rho + PiL\int_0^t e^{(t-\tau)P'iL} P'iLP\rho d\tau + PiLe^{tP'iL} P'\rho_0$$

$$\frac{\partial P\rho}{\partial t} = PiLP\rho + PiL\int_0^t e^{(t-\tau)P'iL} P'iLP\rho d\tau + PiLe^{tP'iL} P'\rho_0$$

“記憶”項
（非マルコフ的）

初期条件

$$PiL\int_0^t e^{(t-\tau)P'iL} P'iLP\rho d\tau \simeq \left[PiL\int_0^t e^{(t-\tau)P'iL} P'iLd\tau \right] P\rho(t) \ ,$$

$$\text{if } \frac{dP\rho}{dt} \approx 0 \ \text{ and } \ t >> \tau_c$$

（マルコフ性を回復）

ここで τ_c は“環境”の緩和時間

注目する現象の時間スケールが τ_c よりも大きければ“環境”は統計的に扱う（＝確率分布で考慮する）ことができ、同時にマルコフ過程として近似できる。

How to introduce decoherence into QW?

$$\psi(t) = \left(\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle\right)|x\rangle_t \ , \ \langle x\rangle_t = \psi^*(t)\psi(t)$$

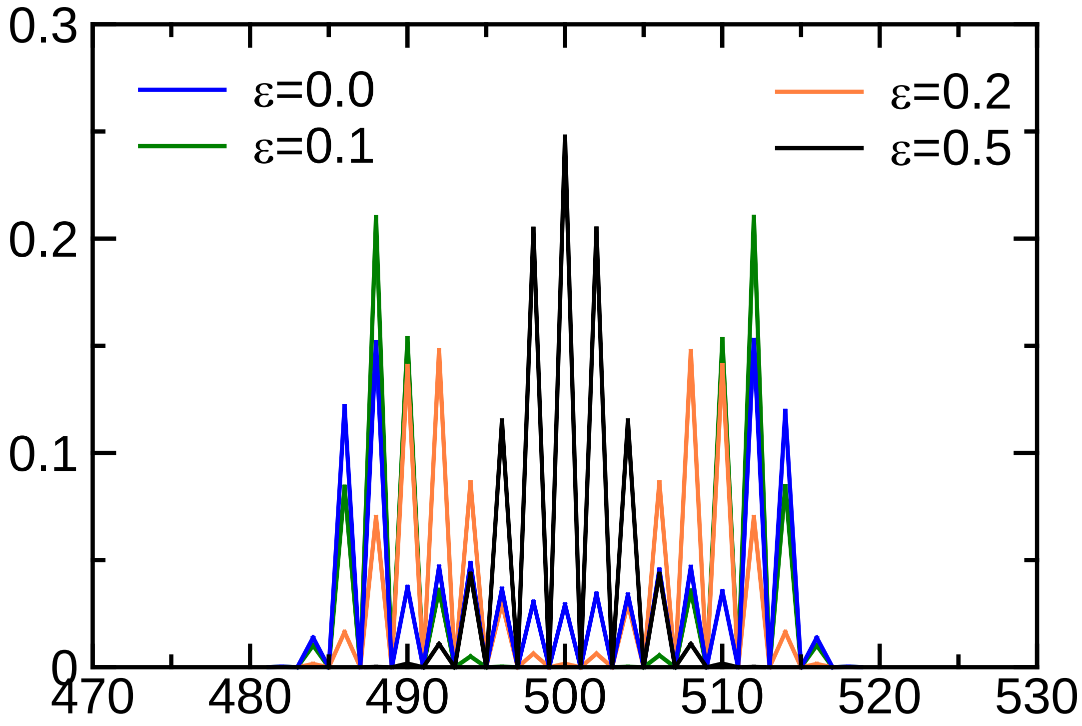
$$\boxed{\begin{aligned} &P|R\rangle|x\rangle = |R\rangle|x-1\rangle, \ P|L\rangle|x\rangle = |R\rangle|x-1\rangle, \\ &Q|L\rangle|x\rangle = |L\rangle|x+1\rangle, \ Q|R\rangle|x\rangle = |L\rangle|x+1\rangle \end{aligned}}$$

$$\psi(t,x) = P\psi(t-1,x-1) + Q\psi(t-1,x+1)$$

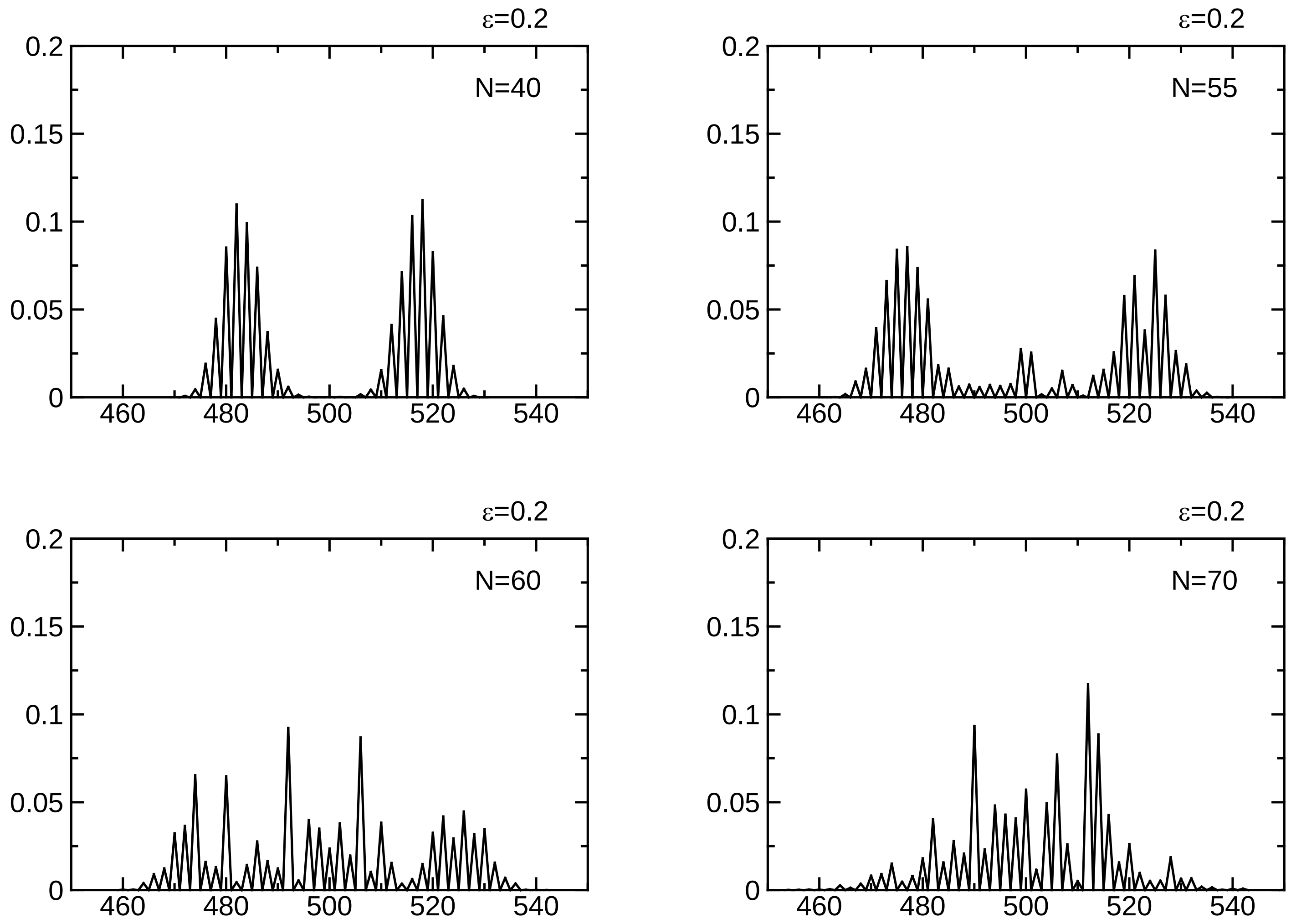
$$\boxed{\begin{aligned} &P|R\rangle|x\rangle = (1-\varepsilon)|R\rangle|x-1\rangle + \varepsilon|L\rangle|x+1\rangle, \\ &P|L\rangle|x\rangle = (1-\varepsilon)|R\rangle|x-1\rangle + \varepsilon|L\rangle|x+1\rangle, \\ &Q|L\rangle|x\rangle = (1-\varepsilon)|L\rangle|x+1\rangle + \varepsilon|R\rangle|x-1\rangle, \\ &Q|R\rangle|x\rangle = (1-\varepsilon)|L\rangle|x+1\rangle + \varepsilon|R\rangle|x-1\rangle \end{aligned}}$$

ε; decoherence factor

ε dependence (preliminary)



N dependence (preliminary)



まとめ

1. 「古典化」は最後の測定の瞬間ではなく時間発展の最中に起きる。
2. デコヒーレンスの機構が必要。
3. デコヒーレンスを引き起こす「観測」とは、必ずしも人為的な操作である必要はなく、一般に「環境」との相互作用。

Reference:

[1] E. Joos and H.D. Zeh, Z. Phys. B, 59 (1985).
[2] M. Brune, S. Haroche, et al., PRL 77, 4887 (1996).
[3] K. Ogata, next talk

まとめ（続き）

5. 重核の取り扱いに古典論が当てはまるのはコヒーレンスが消失しているから。
6. 古典ランダムウォークはランジュバン方程式を数値的に解く方法のひとつ。
7. 量子ウォークは量子論的なランジュバン方程式の数値解法。（⇔ 量子マスター方程式）

８. デコヒーレンスの途中経過を実験的に探査するには…
   - 非マルコフ性の検出
   - スピン輸送？

Example. Intensities of same γ-transition with different decay history