

# 光ポンピング磁場生成用ヘルムホルツコイルについての検討

A. Tamii

ver 1.0 21-NOV-2004

## 1 序

<sup>6</sup>Li 原子線の光ポンピング領域に、レーザーと平行な方向に一様磁場を生成するヘルムホルツコイルの設計に関して考察する。

## 2 磁場に関する要請

磁場に関する要請については、検討 [1] において考察している。要請を下記にまとめる。

1. 光ポンピングの為に磁場の一要請を確保すべき領域を、ビームの進行方向に  $\pm 25\text{mm}$ 、ビームと垂直方向に半径  $3\text{mm}$  とする。  
ノズルから  $70\text{mm}$  の位置に光ポンピング領域の中心があることが仮定されている。
2. 主磁場方向 (レーザー照射方向) の磁場の一様性が  $10\%$  以下であること。
3. 主磁場と垂直な方向の磁場成分が、主磁場方向の磁場成分に比べて  $9\%$  以下であること。即ち、磁場の方向が主磁場方向と成す角が  $5$  度以下であること。

## 3 ヘルムホルツコイル磁場の計算

断面積の大きさが無視できる 1 つの半径  $R$ 、電流  $I$  のコイルが生成する磁場は、次の式で与えられる [2]。コイルの軸方向の座標を  $z$ 、半径方向の座標を  $\rho$ 、方位角を  $\phi$  とする円筒座標をとり、コイル中心の座標を  $(z, \rho, \phi) = (A, 0, 0)$  とする。

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu I}{2\pi} \frac{1}{[(R + \rho)^2 + (z - A)^2]^{1/2}} \left[ K(k) + \frac{R^2 - \rho^2 - (z - A)^2}{(R - \rho)^2 + (z - A)^2} E(k) \right] \\ B_\rho &= \frac{\mu I}{2\pi \rho} \frac{z - A}{[(R + \rho)^2 + (z - A)^2]^{1/2}} \left[ -K(k) + \frac{R^2 + \rho^2 + (z - A)^2}{(R - \rho)^2 + (z - A)^2} E(k) \right] \\ B_\phi &= 0 \\ k &\equiv \left[ \frac{4R\rho}{(R + \rho)^2 + (z - A)^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $K(k)$ 、 $E(k)$  は、それぞれ第 1 種、第 2 種完全楕円積分で下記の式で定義される

$$K(k) \equiv \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}$$

$$E(k) \equiv \int_0^{\pi/2} d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} \quad (2)$$

したがって、2コイルが生成する磁場は、コイル位置が  $\pm A$  である2つのコイルが生成する磁場の重ね合わせとして計算される。この時、 $A$  はコイル間の half gap を、 $I$  はコイル当たりの電流量を意味する。なお、 $2A=R$  を満たす場合にヘルムホルツコイルと称する。

製作した磁場計算プログラムでは、完全楕円積分の計算に GNU Scientific Library (GSL)[3] を用いた。ライブラリを使用する前に、完全楕円積分の計算値が、数表 [4] に記載されている値と記載されている7桁の精度内で一致することを確認した。

また1つのコイルが生成する軸上の磁場は、次の簡単な式で表される [5]。

$$B_z = \mu I \frac{A^2}{2[A^2 + (z - A)^2]^{3/2}} \quad (3)$$

計算プログラムの軸上の計算値が式 (3) の値に一致していることを確認した。

対象となる領域内での磁場変位の最大値の推定には、領域内の主要点  $(z, r) = (0, 0), (0, 25), (3, 0), (3, 25)$  の位置 (単位 mm) に加え、 $0 < z < 3, 0 < r < 25$  の領域内の点を乱数により1万点サンプリングして行った。

## 4 ヘルムホルツコイル磁場の計算結果

計算結果を図 1 から 3 に示す。

図 1 および 2 から、磁場の理想値からのずれの最大値は、軸に平行、垂直な方向共に、ヘルムホルツコイルの条件  $2A=R$  が成り立つ時に極小値をとることが分かる。

磁場の一樣性の条件は、軸方向磁場の中心磁場に対する変位において 10% 以下 (図 1)、磁場方向が軸方向と成す角度において 5 度以下 (図 3) とされている。ハーフギャップ ( $A$ ) 25 mm 以上のコイルであれば、ヘルムホルツコイルの条件が正しく成り立つ場合には、要請を十分満たしている。

これらの図から、コイル断面の大きさが有限である効果やコイルの位置精度、例えば  $\pm 5$  mm 程度のコイルの大きさや位置のずれを考慮にいれても、十分要請を満たすと考えられる。

したがって、コイルの設計にあたっては、周辺装置のジオメトリが許す様に大きさを設定し、ヘルムホルツコイルの条件を成すようにコイル設計するのが良いと考えられる。

## 5 補正コイルへの要請

主磁場を生成するコイルと直角を成す2方向に補正用の空芯コイルを設置する予定である。

補正コイルは、ほぼ一樣と仮定される外部磁場を相殺する目的で設置するものであり、主磁場の 1/10 程度 (1 Gauss) を想定している。そのため、一樣性の要請は非常に緩い。

補正コイルについては、周辺装置のジオメトリが許す範囲で設計し、必要な磁場強度が出れば十分であると考えられる。

## 6 ヘルムホルツコイルコイルの電流値

中心磁場の計算結果を図 4 に示す。なお、この計算では空間の透磁率 ( $\mu$ ) として真空の透磁率 ( $\mu_0$ ) を用いている。

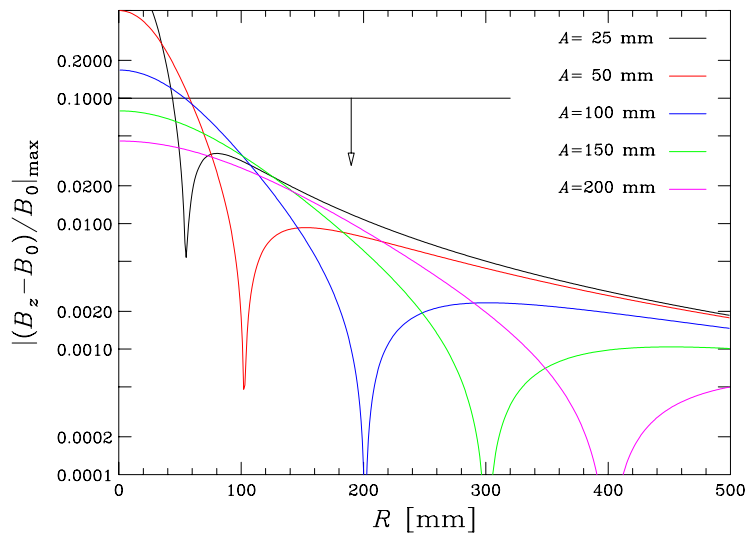


図 1: 使用領域内での軸方向磁場の中心磁場に対する相対変化の最大値。横軸 ( $R$ ) はコイル半径。5 種類のコイル間ハーフギャップ ( $A$ ) についての計算値を示している。ヘルムホルツコイルの条件 ( $2A=R$ ) において極小値をとることが分かる。矢印は要請される条件を示す (10%以下)。

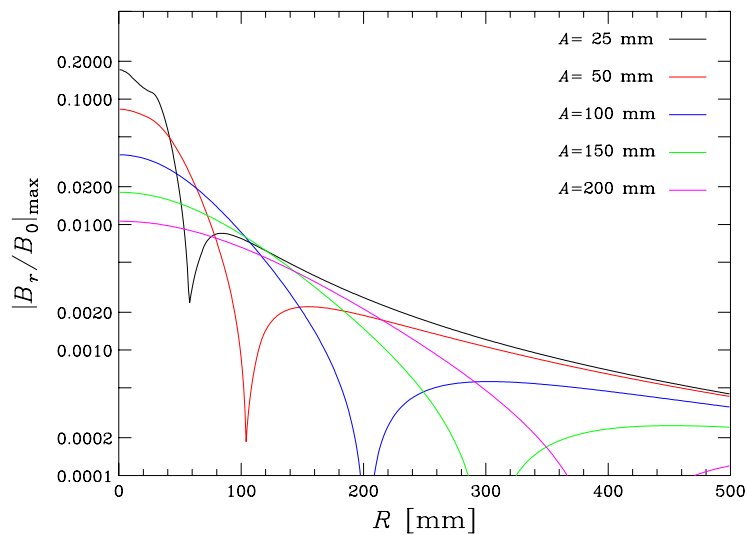


図 2: 使用領域内でのコイル軸に対して垂直方向の磁場の最大値。軸方向の中心磁場で規格化している。横軸 ( $R$ ) はコイル半径。5 種類のコイル間ハーフギャップ ( $A$ ) についての計算値を示している。ヘルムホルツコイルの条件 ( $2A=R$ ) において極小値をとることが分かる。

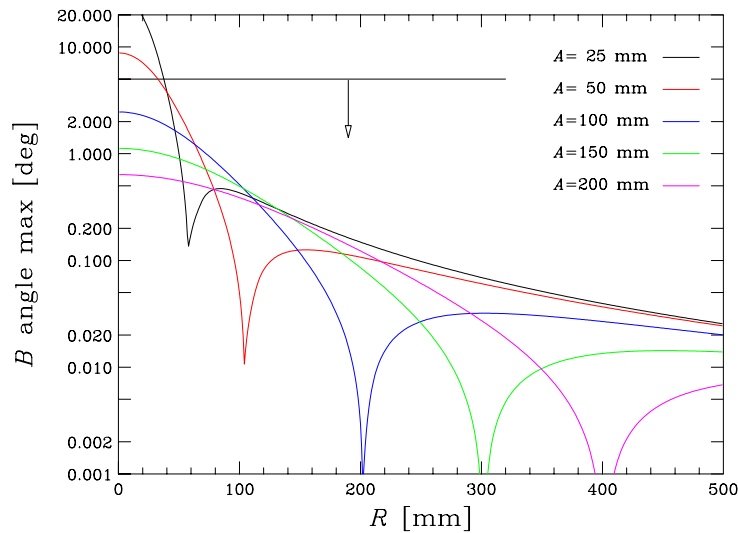


図 3: 使用領域内での磁場方向のコイル軸と成す角度の最大値。横軸 ( $R$ ) はコイル半径。5 種類のコイル間ハーフギャップ ( $A$ ) についての計算値を示している。ヘルムホルツコイルの条件 ( $2A=R$ ) において極小値をとることが分かる。矢印は要請される条件を示す (5 度以下)。

中心磁場の要請は 10 Gauss であるので、例えば、0.1 Gauss/(A/Coil) の場合には 100 A/Coil、0.02 Gauss/(A/Coil) の場合には、500 A/Coil の電流が必要である。この値は各コイルの総電流量 (全てのターンの合計値) であるので、巻数を  $N$  とした場合の各線あたりの電流値は  $1/N$  である。

## 7 まとめ

光ポンピング領域の主磁場を生成する空芯コイルは、ハーフギャップ 25mm 以上でヘルムホルツコイルの条件を満たす様に設計すれば十分磁場一様性の要請を満たすことができると考えられる。

したがって、コイル設計において最初に考慮すべきは、回転コリメータなどの周辺装置のジオメトリからの要請と、できるだけリチウムオープンのノズルに近づけたいという要請であると思われる。周辺条件によっては、かならずしもヘルムホルツコイルの条件を満たす必要はない。

今検討の計算には、下記の点が考慮されていない

- コイルが有限の面積をもつ効果
- 周辺の磁性体の影響
- 周辺磁場の影響

具体的な周辺ジオメトリの検討が進んだ後に、実際の周辺ジオメトリや位置精度をとりこんだ磁場計算によるチェックを行う必要がある。

なお、図面と写真から読み取られるフロリダ大学の空芯コイルの大きさは、およそ下記の様なものである。

- 主磁場 (レーザー方向): 半径  $\sim 100$  mm、ハーフギャップ  $\sim 100$  mm

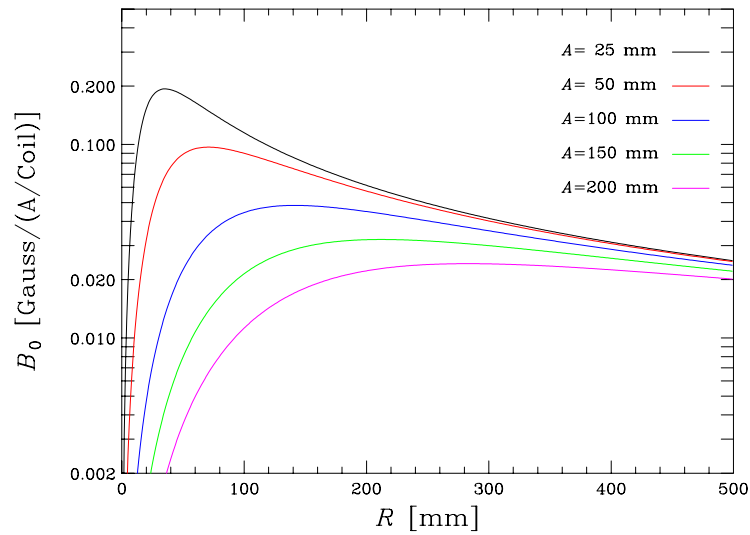


図 4: 中心磁場の大きさ。透磁率 ( $\mu$ ) を真空の透磁率 ( $\mu_0$ ) としている。要請される中心磁場は 10 Gauss。

- 垂直磁場 (鉛直方向): 半径  $\sim 100$  mm、ハーフギャップ  $\sim 130$  mm
- 垂直磁場 (ビーム方向): 半径  $\sim 50$  mm、ハーフギャップ  $\sim 13$  mm

## 8 参考文献

### 参考文献

- [1] A. Tamii, 「光ポンピング領域の磁場に関する検討に関する検討」, ver 1.1.
- [2] T. Bergeman *et al.*, Phys. Rev. A **35** (1987) 35, Eqs.(1) and (2), and references therein; J.A. Stratton, Electromagnetic Theory (MacGraw-Hill, New York, 1941) pp. 263.
- [3] GNU Scientific Library, <http://www.gnu.org/software/gsl/>.
- [4] 森口他、数学公式 III (岩波,1960) pp. 263.
- [5] 一般的な電磁気学教科書に載っている。例えば 三谷他、電磁気学 (学術図書、1977)pp. 86、式 (2.7)。