

${}^6\text{Li}$ 原子線および ${}^6\text{Li}^{1+}$ イオンビームの輸送系の磁場の偏極保持条件についての検討

A. Tamii

ver 1.1 28-APR-2005

ver 2.0 03-MAY-2005

ver 2.1 03-MAY-2005

1 序

${}^6\text{Li}$ 原子線および ${}^6\text{Li}^{1+}$ イオンビームの偏極を保持する為に、外部磁場の満たすべき条件について検討する。

2 断熱理論下での偏極保持の条件について

粒子の磁気モーメントの大きさは時間により変化しないが、磁気モーメントの磁場方向成分は時間により変化することができる。

今、粒子が感じる外部磁場 \mathbf{B} の時間変化を下記のように記述する。

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{B} + \Omega_1 \mathbf{B} \quad (1)$$

$\boldsymbol{\Omega}$ の方向 $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ は磁場方向の変化の回転軸を、大きさ $|\boldsymbol{\Omega}|$ は磁場方向の変化の角速度を、 Ω_1 は磁場の大きさの変化速度を表す。 $\boldsymbol{\Omega}$ 、 Ω_1 は、ともに t の関数である。

磁気モーメントの外部磁場の周りの歳差運動 (Larmor Precession) の角速度 γB が、磁場方向の変化の角速度 $|\boldsymbol{\Omega}|$ より十分小さい場合に断熱条件 (adiabatic condition) が成立する [1]。この条件を式に書くと、

$$|\boldsymbol{\Omega}| \ll \gamma B \quad (2)$$

となる。ここで γ は着目している粒子の磁気回転比 (gyromagnetic ratio) である。

断熱近似下において、磁気モーメントの外部磁場方向の成分が保存するためには、磁場方向変化の角速度 $\boldsymbol{\Omega}(t)$ の時間依存性が、 γB の周波数領域において有意な値を持たないことが必要である [1]。現実的にはより強い条件として

$$\frac{1}{|\boldsymbol{\Omega}|} \frac{d|\boldsymbol{\Omega}|}{dt} \ll \gamma B \quad (\text{for any } t) \quad (3)$$

を要請する。

3 ${}^6\text{Li}$ 原子について

基底状態の ${}^6\text{Li}$ 原子の磁気モーメントは、 $2S_{1/2}$ 軌道の電子が担う磁気モーメントによりほぼ決まる。データのコンパイルーション ([2] pp. 57) によればリチウム原子の g 因子は

$$g_J = 2.0023010(7) \quad (4)$$

であり、原子の磁気モーメント (μ) および磁気回転比 (γ) は、

$$\mu = g_J \mu_B J = 5.795 \times 10^{-11} \text{ MeV/T} \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{g_J \mu_B}{\hbar} = 1.761 \times 10^{11} \text{ rad/sT} \quad (6)$$

である。ボーア磁子およびプランク定数の値として、それぞれ $\mu_B = 5.788381804(39) \times 10^{-11} \text{ MeV/T}$ 、 $\hbar = 6.58211915(56) \times 10^{-22} \text{ MeV s}$ を用いた [3]。

使用する磁場は、10 Gauss (光ポンピング部) から 1 kGauss (表面電離器) 程度である。式 (6) からの計算により、歳差運動の周波数は光ポンピング部で 28 MHz ($1.8 \times 10^8 \text{ rad/s}$)、表面電離器で 2.8 GHz ($1.8 \times 10^{10} \text{ rad/s}$) 程度となる。

一方、約 800°C に熱した Li オープンから吹き出す原子線の速度は、典型的には 1-3 km/s 程度と考えられる [4, 5]。安全側として 3 km/s の値を採用した場合、1 rad の歳差運動中の飛行距離 (波数ベクトルの大きさ) は、光ポンピング部で $17 \mu\text{m/rad}$ 、表面電離器で $0.17 \mu\text{m/rad}$ である。

従って、式 (2) の断熱条件を満たすには、原子の軌道中での磁場方向変化の割合が、光ポンピング部で $17 \mu\text{m/rad}$ 、表面電離器で $0.17 \mu\text{m/rad}$ より十分大きければ良いこととなり、通常は十分満たされていると考えられる。

さらに、偏極が保持されるためには、式 (3) の条件が満たされる必要がある。磁場変化の 2 次の曲率を問題にしているため感覚的にとらえにくい、 dt の飛行距離に対応するスケールとして $20 \mu\text{m}$ 以下の議論をしており、磁場分布を特徴付けるスケールがこれよりも十分大きいことを考えれば、条件は十分に満たされていると考えられる。

原子線輸送系の各位置における諸数を表 1 に掲げる。

表 1: ${}^6\text{Li}$ 原子線のスピン回転に関わる諸数

| 位置 | v | B | ω_l | | v/ω_l |
|---------|-----------------|---------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------|
| | [m/s] | [T] | [rad/s] | [Hz] | [$\mu\text{m/rad}$] |
| 光ポンピング | 3×10^3 | 0.001 | 1.8×10^8 | 2.8×10^6 | 17 |
| MFT | 3×10^3 | 0.0018-0.0027 | $3.2\text{-}4.8 \times 10^8$ | $5.0\text{-}7.6 \times 10^7$ | 9.4-6.3 |
| 表面イオン化器 | 3×10^3 | 0.1 | 1.8×10^{10} | 2.8×10^9 | 0.17 |
| 偏極度測定部 | 3×10^3 | 0.1 | 1.8×10^{10} | 2.8×10^9 | 0.17 |

4 ${}^6\text{Li}^{1+}$ イオンについて

基底状態の ${}^6\text{Li}^{1+}$ の 2 つの電子はスピン 0 に組んでいるため、 ${}^6\text{Li}^{3+}$ を含めて同じ議論ができる。この場合、対象となるのは原子核の磁気モーメントである。歳差運動の周期が長いため、輸送系での断熱近似はなり立たない。

${}^6\text{Li}$ 原子核 (スピン $I=1$) の g 因子は [6] より、

$$g_I = +0.822047 \quad (7)$$

である。よって、原子核の磁気モーメント (μ) および磁気回転比 (γ) は、

$$\mu = g_I \mu_N I = +2.591 \times 10^{-14} \text{ MeV/T} \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{g_I \mu_I}{\hbar} = 3.937 \times 10^7 \text{ rad/sT} \quad (9)$$

である。核磁子の値として $\mu_N = 3.152451259(21) \times 10^{-14} \text{ MeV/T}$ を用いた [3]。

参考の為、磁場中でのサイクロトロン周波数は

$$\omega_c/B = \frac{qe}{m} \quad (10)$$

$$= \begin{cases} 1.606 \times 10^7 \text{ rad/sT} = 0.408\gamma & \text{for } {}^6\text{Li}^{1+} \\ 4.819 \times 10^7 \text{ rad/sT} = 1.223\gamma & \text{for } {}^6\text{Li}^{3+} \end{cases} \quad (11)$$

である。質量として、 ${}^6\text{Li}^{1+}$ イオンの値 6.014575 AMU を用いた [7]。

使用する磁場は、1 kGauss (表面電離器) から 3 T (ECR 最大磁場部) 程度までで、その間の磁場は数 Gauss から 10 Gauss 程度に落ちる。ECR プラズマ内では、5 kGauss 程度である。

1 価イオン輸送系の各位置における諸数を表 2 に掲げる。

表 2: ${}^6\text{Li}^{1+}$ イオン原子核のスピン回転に関わる諸数

| 位置 | E | v | B | ω_l | | θ_l^{*1} | v/ω_l |
|----------------|-------|---------------------|-------|-------------------|-------------------|-----------------|--------------|
| | [kV] | [m/s] | [T] | [rad/s] | [Hz] | [rad] | [mm/rad] |
| 表面イオン化器 Grid 前 | 0-1.4 | $0-2.1 \times 10^5$ | 0.1 | 4.0×10^6 | 6.3×10^5 | 0.2^{*2} | 0-5.3 |
| 表面イオン化器 Grid 後 | 1.4 | 2.1×10^5 | 0.1 | 4.0×10^6 | 6.3×10^5 | 1.9^{*3} | 5.3 |
| 輸送系 | 19 | 7.8×10^5 | 0.001 | 3.9×10^4 | 6.3×10^3 | 0.05^{*4} | 20,000 |
| 減速前 | 19 | 7.8×10^5 | 3 | 1.2×10^8 | 1.9×10^7 | 4.9^{*5} | 6.5 |
| 減速後 | 0.01 | 1.8×10^4 | 3 | 1.2×10^8 | 1.9×10^7 | large | 0.15 |
| プラズマ内 | 0.01 | 1.8×10^4 | 0.5 | 2.0×10^7 | 3.1×10^6 | large | 0.90 |

*1 総歳差角。

*2 タングステン板とグリッドの間の距離を 5 mm とし、加速時間 47 ns より回転角を計算。

*3 磁場による偏向角を 45° として計算。

*4 輸送系の長さを 1 m、磁場を 10 Gauss で一様とした場合。

*5 減速前の磁場を 平均 $1.5 \text{ T} \times 0.4 \text{ m}$ として計算。

表中の、総歳差角 (θ_l) を見ると、表面イオン化器中や、ECR 入射減速前後の回転角が大きい。しかし、これらの磁場が強い領域では主磁場の方向は偏極方向に一致しているため減偏極には寄与しない。実際には主磁場に垂直な方向の成分を検討すべきである。

もっとも影響を与える可能性があるのは、ECR への減速電極前の磁場領域である。一旦 10 eV まで減速されてしまえば、原子核のスピンは磁場方向に巻き付くと期待できる。

減速前の磁場が、偏極方向に与える影響を調べるため、比較的現実的な ECR 磁場計算値 (DEC024) [8] に対して、中心軸 (z) から $+x$ 方向に 10 mm ずれた位置での z 軸に平行な直線上の磁場分布を計算した。結果を図 1 に示す。

仮にイオンがこの直線軌道を通ったとした場合、減速電極位置 ($z = -20 \text{ cm}$) までの B_x の積分値は $15,600 \text{ Gauss cm}$ となるので、 B_z が存在しなければ x 軸周りのスピン回転角が 0.79 rad となり大きな影響を与える。しかし、実際には B_x よりも 10 倍以上強い B_z が存在するため、 B_x が与える影響はこれよりもかなり小さくなるであろう。

また、粒子が通る軌道は直線ではなく、中心軸方向への収束作用が存在するため、減偏極はさらに小さくなると期待できる。

定量的な判断を行うため、イオン軌道のトラッキングと偏極軸回転のシミュレーション解析を行う。

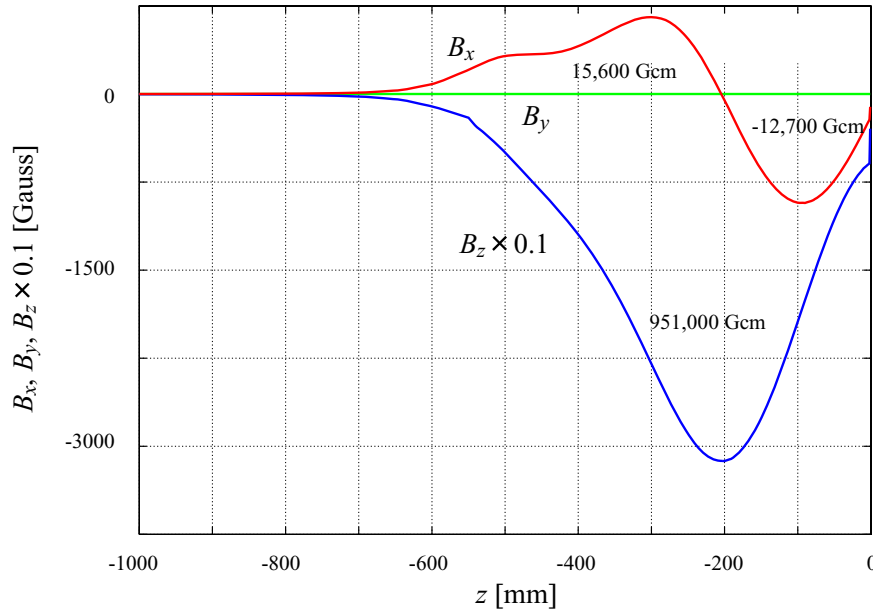


図 1: ECR 入射部の $x=+10$ mm 位置での、対称軸 (z 軸) に平行な直線上の磁場の計算値。 B_z のみ 0.1 倍してプロットしている。 $z=0$ は ECR の中央コイルの中心位置。減速位置は $z=-20$ cm 付近。

5 ECR 入射部でのスピン回転のシミュレーション

現実的な ECR 入射減速部分の磁場・電場分布および入射ビームエミッタンスとして、減速電極に関する検討メモ [8] で使用しているベース設定 (表 1、ID=1) を使用する。入射エネルギー 19.01 kV、エミッタンス $60 \pi \text{mmmr}$ 、最大磁場 3.1T、減速電極位置 $z=-210$ mm、減速後エネルギー 10 eV である。 z は ECR 軸方向の座標で $z=0$ を ECR 中心と定義している。軸上磁場の分布については [8] に示されているが、図 1 の青線とほぼ同様で、イオン発生位置 $z=-855$ mm で 50 Gauss、 $z=-200$ mm 付近で最大値 3.1T をとり、ECR 中心 $z=0$ mm で 0.6 T である。

入射時は、偏極が 1 で、完全に z 軸方向を向いているとした。軌道のトラッキングおよびスピン回転の追跡を、4 次の Runge-Kutta 法によりおこなった。時間ステップとして、1 nsec もしくはその瞬間の位置での磁場による Larmor Precession 角周期 (s/rad) の $1/7000$ のいずれか小さい方をとった¹。実際に使用する前に、(非現実的な仮定ではあるが) 前節の $x=10$ mm での直線軌道上で B_x のみが存在する場合のスピン回転角の計算値 0.79 rad を再現することを確認した。

シミュレーション結果の例を図 2 に示す。横軸は軸方向位置、赤線はイオン軌道の x 座標、緑線はスピンの x 方向成分、青線はスピン軸が z 軸と成す角度、紫線はスピン軸がその位置での磁場方向と成す角度である。

最大磁場位置 ($z=-200$ mm) に近づくにつれて振動がはじまり、 $z=-200$ mm を越えると減速の効果により急激に振動が激しくなっている。減速後はスピンの磁場に巻きつくことになるため、減偏極についての調べる場合には、紫線を見ると良い。 $z=-200$ mm 付近の減速領域を越えた後はほぼフラットとなっており、スピンの磁場に巻き付くことにより偏極が保持される効果を示し

¹ 時間ステップのとり方が悪いと時間ステップと歳差運動の間の共鳴を生じる場合があるため注意が必要である。時間ステップを変更して結果に変化がないかどうか確認するのがよい。

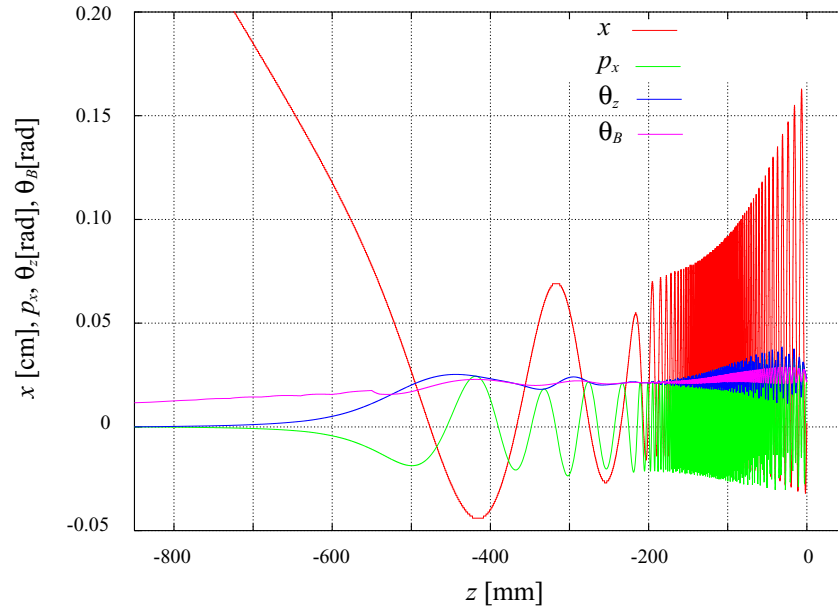


図 2: ECR 入射部の軌道およびスピン回転のトラッキングシミュレーションの例。赤: イオン軌道の x 座標 (x)、緑: スピンの x 方向成分 (p_x)、青: スピン軸が z 軸と成す角度 (θ_z)、紫: スピン軸その位置での磁場方向と成す角度 (θ_B)、横軸は軸方向位置。

ている。振幅の小さい高周波振動成分が残っているのは、イオンのサイクロトロン運動に伴う磁場方向変化にスピン軸が部分的に追従している為と考えられ、サイクロトロン周波数と Larmor Precession 周波数の差の周波数で一種のうなりのように振動している。図の例では ECR 入射後のスピン軸が磁場方向となす角度はおよそ 21 mr である。磁場方向に垂直なスピン成分は多数の粒子を合わせて平均すると消えるため、入射後の偏極度は $\cos(21 \text{ mr}) = 0.9998$ と計算される。

同様の計算を多数の粒子に対して行うことで、平均的な入射後の偏極度 (以下、ECR 入射における偏極保持率と呼ぶ) を得る。多数のイオンのスピン回転を ECR 中心まで追跡するにはかなりのシミュレーション時間を要するため、ここでは $z = -200 \text{ mm}$ 位置でのスピンの位置での磁場方向と成す角度を元に、ECR 入射における偏極保持率を見積もることとした。但し、減速電場を通過して $z = 0$ 位置まで通り抜けたデータのみを集めることとし、1000 個の統計量を使用した。

結果を図 3 に示す。横軸は $z = -200 \text{ mm}$ 位置においてスピンの位置での磁場方向と成す角度、縦軸は頻度である。この結果から、スピンが倒れる角度の平均値は、Gaussian Fit による値で $26.6 \pm 0.4 \text{ mr}$ $\sim 1.5^\circ$ 程度で、偏極保持率は 99.96% となり、ECR 入射磁場による減偏極は事実上無視できることが分かった。

6 まとめ

${}^6\text{Li}$ 原子線については、使用を検討している 10 Gauss 以上の磁場中において、十分に断熱条件が成立すると考えられる。目安となるスケールは、 10 Gauss において $17 \mu\text{m}$ である。磁場分布を特徴付けるスケールがこれよりも十分大きい場合には、断熱理論による偏極保持条件の式 (2、3) が成立する。この為、原子線が通る領域の磁場に関して 10 Gauss 程度を保持すれば、輸送中の減

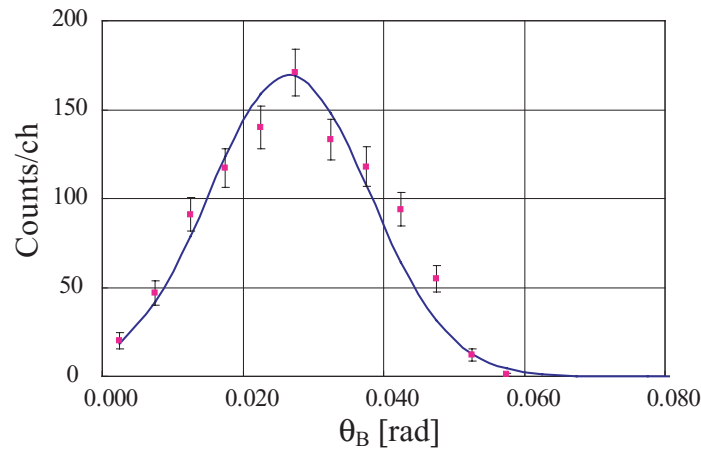


図 3: ECR 入射部の軌道およびスピン回転のトラッキングシミュレーションによる、 $z=-200$ mm 位置でのスピン軸と磁場方向の成す角度 (θ_B) の頻度分布。

偏極は事実上問題にならないと考えられる。原子線を直接 ECR に入射する場合でも同様である。

${}^6\text{Li}^{1+}$ イオンビームについては、ビーム輸送中に最も影響を与えるのは、ECR 入射部での軸方向に垂直な磁場成分であると考えられる。現実的な ECR 入射軌道を用いたスピン回転のトラッキングシミュレーションを行った結果、減速位置 $z=-200$ mm での偏極保持率は 99.96% であり減偏極は事実上無視できることが分かった。上流の他の輸送系部ではさらに減偏極効果は小さいと考えられる。

参考文献

- [1] A. Abragam, Principles of Nuclear Magnetism, (Oxford Univ. Press, New York, 1961) pp.34–36. このテキスト中では、主に静磁場中での高周波の変調を扱っている為、今回の様な計算に適用する場合には注意が必要。
- [2] E. Arimondo *et al.*, Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 1.
- [3] Particle Data Group, Review of Particles Physics, Phys. Lett. B **592** (2004) 1.
- [4] H. Ebinghaus *et al.*, Z. Phys. 267 (1974) 15.
- [5] A.J. Mendez, PhD thesis, Florida State Univ, 1993, unpublished, pp. 59.
- [6] Tables of Isotopes 8th ed. 1998 update, R.B. Firestone, (Wiley Intescience, 1998, Newyork).
- [7] A. Tamii, 「Wien Filter に関する検討資料 ver 4.1」, 15-SEP-2004。
- [8] A. Tamii, 「減速電極の設計とイオンの減速電場通過効率 ver 1.1」, 02-MAY-2005。