

# Wien Filter に関する検討

A. Tamii

ver 2.1 03-JUN-2004

## 1 序

RCNP での偏極  ${}^6\text{Li}^{3+}$  イオン源開発において、加速後の偏極軸を任意の方向に向けるために導入予定の Wien Filter に関する検討について記述する。Wien Filter は、ECR によるイオン化後で、AVF サイクロトロンへの入射ラインに設置する予定である。

## 2 諸数値

以下の計算に関わる諸データについてここでまとめておく。

基礎定数 [1]

光速 $p$	$c$	$2.99792458 \times 10^8$ (exact)	m/s
Plank 定数	$\hbar$	$6.58211889(26) \times 10^{-22}$	MeV s
素電荷	$e$	$1.602176462(23) \times 10^{-19}$	C
電子質量	$m_e$	$0.510998902(21)$	MeV/ $c^2$
陽子質量	$m_p$	$938.271998(38)$	MeV/ $c^2$
原子質量単位	AMU	$931.494013(37)$	MeV/ $c^2$
核磁子	$\mu_N \equiv \frac{e\hbar}{2m_p}$	$3.152451238(24) \times 10^{-14}$	MeV/T

加速イオンに関する数値

イオン	$I^\pi$	質量 <sup>*1</sup> [MeV/ $c^2$ (AMU)]	$\mu$ <sup>*2</sup> [ $\mu_N$ ]	$g$ <sup>*3</sup>	$d\phi/d\theta$	磁気偏向角 $\theta$ [deg]	スピン回転角 $\phi$ [deg]	$BL^{4*}$ [kG cm]
${}^1\text{H}^+$	$\frac{1}{2}^+$	938.272 (1.007276)	+2.792847	+5.585695	+2.792847	96.68	270	11.49
${}^2\text{H}^+$	$1^+$	1875.613 (2.013553)	+0.857438	+0.857438	+0.857013	105.02	90	52.96
${}^3\text{He}^{2+}$	$\frac{1}{2}^+$	2808.392 (3.014933)	-2.127625	-4.255250	-3.184190	84.79	-270	-12.33
${}^6\text{Li}^{3+}$	$1^+$	5601.519 (6.013478)	+0.822047	+0.822047	+0.817943	110.03	+90	55.36
${}^6\text{Li}^{1+}$	$1^+$	5602.541 (6.014575)	+0.822047	+0.822047	+2.453828	110.03	+270	31.96
${}^7\text{Li}^{3+}$	$\frac{3}{2}^-$	6533.835 (7.014361)	+3.256427	+2.170951	+2.519639	107.16	+270	19.41
${}^7\text{Li}^{1+}$	$\frac{3}{2}^-$	6534.857 (7.015458)	+3.256427	+2.170951	+7.558917	107.16	+810	11.20

<sup>\*1</sup> [2] より。Mass Excess および AMU=931.49432 (28) MeV/ $c^2$  [2] を用いて中性原子の質量を計算。価数に応じて電子質量  $m_e = 0.511$  MeV/ $c^2$  [1] を差し引いた。電子の束縛エネルギーは無視。

<sup>\*2</sup> [2] Appendix.E より。電子 2 個の付帯したイオンの磁気モーメントは原子核と同じとした。実際には電子による微細な擾乱があると予想される。

\*<sup>3</sup> 原子核の  $g$  因子の定義方法については充分調べ切れていないが、ここでは核磁気モーメントのコンパイルーションある [3] の定義に合わせて  $g \equiv \mu/I\mu_N$  ととった。森信氏メモと同じ定義。

\*<sup>4</sup> 加速電圧 20 kV での計算。1 価の  ${}^6\text{Li}, {}^7\text{Li}$  イオンを AVF サイクロトロンで加速するには、これよりも電圧を下げる必要がある。

### 3 $BL$ の要請

Wien Filter に入射した時、粒子のスピンの軌道に並行な方向を向くようにトランスポートできるものとする。Wien Filter が軌道の回りに  $360^\circ$  回転できる構造を持ち、スピンを  $90^\circ$  回転させるのに十分な磁場 ( $B$ ) と有効磁場長 ( $L$ ) を持つようにすれば、粒子の偏極軸を任意の方向に倒すことができる。

ただし、偏極方向を任意の方向に向けることができるようにするには、Wien Filter がスピンを  $180^\circ$  回転させることのできる  $BL$  を持つか、あるいは、Wien Filter がスピンを  $90^\circ$  回転させる能力を持ち、イオン源において偏極方向を反転することができる必要がある。

この検討では、後者の方式をとることにし、使用する可能性のある全ての偏極粒子について、スピンを  $90^\circ$  回転させるのに十分な  $BL$  を持つことを Wien Filter に要請する。

#### 3.1 ${}^6\text{Li}$ のスピン回転

民井メモ (2004.4.27) の計算値では、20 kV の電圧により加速された  ${}^6\text{Li}^{3+}$  (60 keV) のスピンを  $90^\circ$  回転させるのに必要な  $BL$  は、55.36 kG $\cdot$ cm である。

森信氏メモ (2004.4.18) による  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV の計算式

$$\phi = 2.838 \times 10^{-3} BL \text{ rad} \quad (1)$$

( $B$  in Gauss,  $L$  in m) を利用すると、 $\phi=90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) のスピン回転をする為に必要な  $BL$  は、

$$BL = \frac{\frac{\pi}{2}}{2.838 \times 10^{-3}} = 553.5 \text{ Gauss m} = 55.35 \text{ kG cm} \quad (2)$$

また、筑波の Wien Filter の実績では、90 keV の重陽子のスピンを  $90^\circ$  回転させるのに必要な磁場電流は 13.8A で、これは較正図から 1.21 kG にあたる。有効磁極長は約 86cm であるので、

$$BL_{d90keV} = 1.21 \times 86 = 104.1 \text{ kG cm} \quad (3)$$

これを  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV に換算すると、

$$BL_{{}^6\text{Li}60\text{keV}} = BL_{d90\text{keV}} \times \frac{v_{{}^6\text{Li}}}{v_d} \times \frac{g_d}{g_{{}^6\text{Li}}} = 104.1 \times \sqrt{\frac{20}{90}} \times \frac{0.8574}{0.8222} = 51.2 \text{ kG cm} \quad (4)$$

で、ほぼ一致していると言える。

#### 3.2 $BL$ の要請

Wien Filter に入射する  ${}^6\text{Li}$  のスピスが完全に軸方向を向いているとは限らない。実験遂行時に補正を行う為に、 $10^\circ$  のマージンをとって、 $100^\circ$  のスピン回転を行えるようにしておきたい。こ

のことは、Wien Filter の磁場設定とスピン回転の較正時にゼロクロスが測定できるようにするという意味でも必要と考えられる。

これにより Wien Filter に要請される BL は

$$BL = 55.36 \times \frac{100}{90} = 61.5 \text{ kG cm} \quad (5)$$

となる。

### 3.3 ${}^6\text{Li}$ 以外の粒子の場合

Section 2 の表から、 ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV のスピンを  $90^\circ$  回転できる磁場が発生できる場合には、 ${}^1\text{H}^+$ ,  ${}^2\text{H}^+$ ,  ${}^3\text{He}^{2+}$ ,  ${}^6\text{Li}^{1+}$ ,  ${}^7\text{Li}^+$ ,  ${}^7\text{Li}^{3+}$  の 20 kV による加速の場合でも、スピンを  $90^\circ$  回転できることが分かる。

このことは、下記の様にスピン回転が、g-factor に比例し、速度に反比例すること

$$\phi \propto \frac{g}{v} \propto g \sqrt{\frac{M}{E}} \quad (6)$$

および各粒子の  $g, M, E$  の値から確かめられる。

### 3.4 Wien Filter の最大磁場と最大電場

最大磁場として筑波の Wien Filter および RCNP の旧 Wien Filter の最大磁場と同程度の値をとることとし、磁極長を 35 cm とする。

この時、最大磁場は、 $61.5/35 =$

$$B_{\max} = 61.5/35 = 1.76 \text{ kG} \quad (7)$$

である。

一方、対応する電場は森信氏メモ (2004.4.18) によると下記の式で決まる

$$\frac{F}{B} = 1.39 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{E}{M}} \text{ kV/cm/Gauss} \quad (8)$$

( $E$  in MeV,  $M$  in a.m.u.)。  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV の場合、 $\sqrt{\frac{E}{M}}=0.100$  であるので、 $B=1.76$  kG に対応する電場は、2.45 kV/cm となる。ギャップ 60 mm の電極に印加する電圧は、 $\pm 7.35$  kV である。

${}^1\text{H}^+$ 、 ${}^3\text{He}^{2+}$  を 20 kV で加速する場合、磁場との比は  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV よりも大きくなるが、g-factor が大きいので、必要な磁場は十分小さくなる。このことから必要な最大電場は上記の 2.45 kV/cm となる。

### 3.5 一様性の要請

未検討

# New Ion Source Beam Line Wien Filter

Cross Sectional View

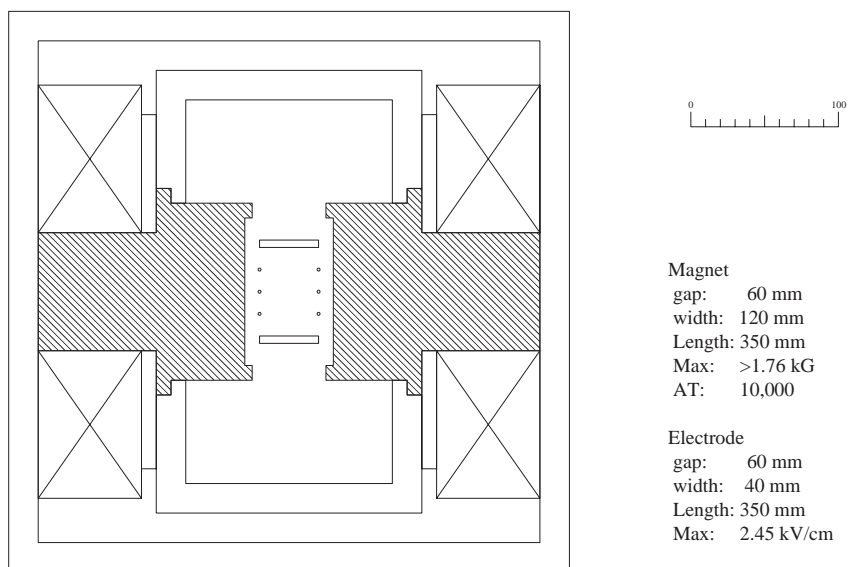


図 1: 検討中の Wien Filter の断面形状。

## 4 Wien Filter の構造の設計

### 4.1 磁極、電極の形状

イオン源ビームラインのオプティクスでは、Wien Filter 部での軌道の広がりが  $\pm 20\text{mm}$  となるように設計を進めている。これ以上の要請は厳しい。

このことから、Wien Filter のアクセプタンスが  $\pm 20\text{ mm}$  をとれるように下記のように磁極間隔および電極間隔を  $60\text{ mm}$  に設定した。磁場と電場の漏れ磁場の効果を同じにするために、磁極間隔と電極間隔を同じ値にしている。

磁場の一様性を確保するためのオーバーハング ( $a$ ) として、磁極間ギャップ ( $h$ ) の半分をとり、磁極幅を  $120\text{mm}$  とした。下記の経験式 [4]

$$\frac{a}{h} = 0.75 - 0.36 \ln\left(100 \left| \frac{\Delta B}{B} \right| \right) \quad (9)$$

によれば、今の  $a/h = 0.5$  の場合磁場の歪み  $\left| \frac{\Delta B}{B} \right|$  は  $2\%$  となる。磁極の両側にシムを付けることで一様性を上げることにする。シムのサイズについてはコードによる磁場計算が必要である。

電極の幅を  $40\text{ mm}$  とする。一様な電場を得るため、Field Shaping Wire を付ける。電場の一様性と電場に対するポールの影響については、コードによる電場計算が必要である。

以上から、Wien Filter の断面は図 1 のようになる。

リターンヨークの厚さを  $20\text{ mm}$  としているが、磁場による力を支えるためにもっと厚くする必要性が考えられる。詳細はさらに検討が必要。

## 4.2 アンペアターン

電磁石に必要なアンペアターン ( $NI$ ) は、下記の簡略化した式から計算される<sup>1</sup>。

$$NI = H_0 l_0 + Hl \quad (10)$$

ここで、 $H$  は磁界、 $l$  は磁気回路の長さであり、添字の 0 が付いているものは真空中での値を、付いていないものはポールやヨークの中の値を表している。また以下で透磁率の記号として  $\mu_0$  および  $\mu$  を用いる。

$l_0$  はポールギャップに対応し、今の設計では 60 mm である。また、ポール、ヨーク中での磁気回路の長さ  $l$  は 1020 mm 程度である。

ポールギャップ中での磁場 ( $B_0 = \mu_0 H_0$ ) は最大  $B_{\max} = 1.76$  kG である。この時の式 (10) の右辺の第 1 項は、

$$H_0 l_0 = \frac{B_0}{\mu_0} l_0 = 8400 \text{ AT} \quad (11)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (12)$$

となる。

磁気回路の中で、最も断面積が小さくなっている部分はリターンヨーク中であり、両方を合わせて磁極幅の 1/3 程度である。したがって、磁場の最も強い部分は  $B_{\max}$  の 3 倍の 5.3 kG 程度である<sup>2</sup>。鉄材として電磁軟鉄 (SUYP2 or 3) を使用する場合、該当する磁場中での比透磁率 ( $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$ ) の値は 2000 以上 [5]、よって  $H$  は  $H_0$  の 1/600 以下となり、式 (10) の第 2 項は第 1 項の 3% 以下となる。他の鉄材を用いる場合は再検討が必要である。第 2 項が第 1 項の 3% であるとして計算すると、アンペアターンは

$$NI = 8400 + 8400 * 0.03 = 8650 \text{ AT} \quad (13)$$

となる。

15% 程度のマージンをとることにし、 $NI = 10000$  AT として以下の設計を進める。

## 4.3 コイル

筑波の Wien Filter は自然空冷であるが、RCNP の旧 Wien Filter と理研 PIS の Wien Filter は水冷である。但しホローコンダクターを用いない間接冷却であると思われる。

軸の回りに 360° 回転させて使用するという性格上、太い冷却水配管を接続してホローコンダクターを用いる方式は避けたい。発熱を抑えて同じアンペアターンを稼ぐという目的では、コイルのターンを増やして電流量を減らすのが良い。

このことから、筑波と同じく断面積  $2 \times 10 \text{ mm}^2$  のコイルを合計 500 ターン (250 ターン/コイル) 巻き、最大 20A の電流を流すという方式で見積もることにする。

1 コイルの片方向の断面積は、

$$S_{\text{coil}}/4 = 20 \times 250 = 5000 \text{ mm}^2 = 50 \text{ cm}^2 \quad (14)$$

である。実際にはこれにパッキングファクターが加わることになる。図 1 では、コイル断面積として  $70 \text{ cm}^2$  を確保している。

<sup>1</sup> 正確には  $\mu$  や  $H$  の値は一樣ではないので積分操作が必要である。

<sup>2</sup> 磁束の保存  $B_0 S_0 = BS$  より。

コイル 1 巻きの平均長さは 1.3 m 程度であるので、コイルの総延長は

$$L_{\text{coil}} = 1.3 \times 500 = 650 \text{ m} \quad (15)$$

となる。

銅の電気抵抗は温度に依存するが、100°C 以下では  $2.2 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$  以下である [6]。コイルの総抵抗は

$$R_{\text{coil}} = 2.2 \times 10^{-8} \frac{650}{20 \times 10^{-6}} = 0.72 \Omega \quad (16)$$

20A で使用した場合の発熱量 (W) は

$$W = R_{\text{coil}} I^2 = 0.72 \times 20^2 = 290 \text{ W} \quad (17)$$

となる。

自然空冷、強制空冷、間接冷却のいずれを取るかについては、環境温度や全系の温度上昇を含めた検討がさら必要である。

筑波での実績では、コイル 520T の抵抗は  $1.01 \Omega$  (at 20°C)、自然空冷、室温 10°C で 20A 通電時のコイル平均温度は  $51.5^\circ\text{C}$  となっている。なお、筑波の Wien Filter の磁極長は 800 mm、ギャップは 75.2 mm で今回検討しているものよりもコイル長は長い。最大磁場の仕様は 1.5kG 以上で、実績は 1.75 kG である。

#### 4.4 磁石の重量

図 1 の断面形状と磁極長 35 cm の値から、各パートの重量を大雑把に見積もる。鉄材の密度を  $8 \text{ g/cm}^3$ 、コイルの銅の密度を  $9 \text{ g/cm}^3$  として、

- ポールピース  
断面積 =  $139 \text{ cm}^2$ /個  
体積 =  $4865 \text{ cm}^3$ /個  
重量 = 38.9 kg/個
- リターンヨーク  
断面積 =  $288 \text{ cm}^2$   
体積 =  $10080 \text{ cm}^3$   
重量 = 80.6kg
- コイル  
断面積 =  $0.2 \text{ cm}^2$   
総長さ = 640 m  
体積 =  $12800 \text{ cm}^3$   
重量 = 115.2kg
- ポールピース、リターンヨーク、コイルの総重量  
 $38.9 \times 2 + 80.6 + 115.2 = 273.6 \text{ kg}$

これに、真空容器、電極、フィールドクランプ、回転用レールと構造物、架台、回転機構などの重量が加わる。

## 参考文献

- [1] Review of Particle Physics by Particle Data Group, Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [2] Table of Isotopes 8th Ed. 1998 Update, by R.B. Firestone, (Wiley Intescience, 1998, New York).
- [3] P. Raghavan, At. Data Nucl. Data Tables 42 (1989) 189.
- [4] 「加速器電磁石入門」、遠藤有聲、高エネルギー加速器研究機構。
- [5] 「JISハンドブック鉄鋼 1987」、日本規格協会、pp. 1462。
- [6] 「理科年表 2002」、国立天文台編、(丸善,2001)、pp. 424。