

Wien Filter に関する検討

A. Tamii

ver 3.0 16-JUL-2004

1 序

RCNP での偏極 ${}^6\text{Li}^{3+}$ イオン源開発において、加速後の偏極軸を任意の方向に向けるために導入予定の Wien Filter に関する検討について記述する。Wien Filter は、ECR によるイオン化後で、AVF サイクロトロンへの入射ラインに設置する予定である。

2 諸数値

以下の計算に関わる諸データについてここでまとめておく。

基礎定数 [1]

光速 p	c	2.99792458×10^8 (exact)	m/s
Plank 定数	\hbar	$6.58211889(26) \times 10^{-22}$	MeV s
素電荷	e	$1.602176462(23) \times 10^{-19}$	C
電子質量	m_e	$0.510998902(21)$	MeV/c ²
陽子質量	m_p	$938.271998(38)$	MeV/c ²
原子質量単位	AMU	$931.494013(37)$	MeV/c ²
核磁子	$\mu_N \equiv \frac{e\hbar}{2m_p}$	$3.152451238(24) \times 10^{-14}$	MeV/T

加速イオンに関する数値

イオン	I^π	質量 *1 [MeV/c ² (AMU)]	μ *2 [μ_N]	g *3	$d\phi/d\theta$	磁気偏向角 θ [deg]	スピン回転角 ϕ [deg]	BL *4 [kG cm]
${}^1\text{H}^+$	$\frac{1}{2}^+$	938.272 (1.007276)	+2.792847	+5.585695	+2.792847	96.68	270	11.49
${}^2\text{H}^+$	1^+	1875.613 (2.013553)	+0.857438	+0.857438	+0.857013	105.02	90	52.96
${}^3\text{He}^{2+}$	$\frac{1}{2}^+$	2808.392 (3.014933)	-2.127625	-4.255250	-3.184190	84.79	-270	-12.33
${}^6\text{Li}^{3+}$	1^+	5601.519 (6.013478)	+0.822047	+0.822047	+0.817943	110.03	+90	55.36
${}^6\text{Li}^{1+}$	1^+	5602.541 (6.014575)	+0.822047	+0.822047	+2.453828	110.03	+270	31.96
${}^7\text{Li}^{3+}$	$\frac{3}{2}^-$	6533.835 (7.014361)	+3.256427	+2.170951	+2.519639	107.16	+270	19.41
${}^7\text{Li}^{1+}$	$\frac{3}{2}^-$	6534.857 (7.015458)	+3.256427	+2.170951	+7.558917	107.16	+810	11.20

*1 [2] より。Mass Excess および AMU=931.49432 (28) MeV/c² [2] を用いて中性原子の質量を計算。価数に応じて電子質量 $m_e = 0.511$ MeV/c² [1] を差し引いた。電子の束縛エネルギーは無視。

*2 [2] Appendix.E より。電子 2 個の付帯したイオンの磁気モーメントは原子核と同じとした。実際には電子による微細な擾乱があると予想される。

*3 原子核の g 因子の定義方法については充分調べ切れていないが、ここでは核磁気モーメントのコンパイルーションである [3] の定義に合わせて $g \equiv \mu/I\mu_N$ ととった。森信氏メモと同じ定義。

*4 加速電圧 20 kV において、スピンを 90° 回転させる為に必要な Wien Filter の磁場 (B) と有効磁場長 (L) の積。1 価の ${}^6\text{Li}^+$, ${}^7\text{Li}^+$ イオンを AVF サイクロトロンで加速するには、これよりも電圧を下げる必要がある。

3 BL の要請

Wien Filter に入射した時、粒子のスピンの軌道に並行な方向を向くようにトランスポートできるものとする。Wien Filter が軌道の回りに 360° 回転できる構造を持ち、スピンを 90° 回転させるのに十分な磁場 (B) と有効磁場長 (L) を持つようにすれば、粒子の偏極軸を任意の方向に倒すことができる。

ただし、偏極方向を任意の方向に向けることができるようにするには、Wien Filter がスピンを 180° 回転させることのできる BL を持つか、あるいは、Wien Filter がスピンを 90° 回転させる能力を持ち、イオン源において偏極方向を反転することができる必要がある。

この検討では、後者の方式をとることにし、使用する可能性のある全ての偏極粒子について、スピンを 90° 回転させるのに十分な BL を持つことを Wien Filter に要請する。

3.1 ${}^6\text{Li}$ のスピン回転

民井メモ (2004.4.27) の計算値では、20 kV の電圧により加速された ${}^6\text{Li}^{3+}$ (60 keV) のスピンを 90° 回転させるのに必要な BL は、55.36 kG·cm である。

森信氏メモ (2004.4.18) による ${}^6\text{Li}^{3+}$ 60 keV の計算式

$$\phi = 2.838 \times 10^{-3} BL \text{ rad} \quad (1)$$

(B in Gauss, L in m) を利用すると、 $\phi=90^\circ$ ($\frac{\pi}{2}$) のスピン回転をする為に必要な BL は、

$$BL = \frac{\frac{\pi}{2}}{2.838 \times 10^{-3}} = 553.5 \text{ Gauss m} = 55.35 \text{ kG cm} \quad (2)$$

また、筑波の Wien Filter の実績では、90 keV の重陽子のスピンを 90° 回転させるのに必要な磁場電流は 13.8A で、これは較正図から 1.21 kG にあたる。有効磁極長は約 86cm であるので、

$$BL_{d90\text{keV}} = 1.21 \times 86 = 104.1 \text{ kG cm} \quad (3)$$

これを ${}^6\text{Li}^{3+}$ 60 keV に換算すると、

$$BL_{6\text{Li}60\text{keV}} = BL_{d90\text{keV}} \times \frac{v_{6\text{Li}}}{v_d} \times \frac{g_d}{g_{6\text{Li}}} = 104.1 \times \sqrt{\frac{20}{90}} \times \frac{0.8574}{0.8222} = 51.2 \text{ kG cm} \quad (4)$$

で、ほぼ一致していると言える。

3.2 BL の要請

Wien Filter に入射する ${}^6\text{Li}$ のスピンの軸方向を向いているとは限らない。実験遂行時に補正を行う為に、 10° のマージンをとって、 100° のスピン回転を行えるようにしておきたい。こ

のことは、Wien Filter の磁場設定とスピン回転の較正時にゼロクロスが測定できるようにするという意味でも必要と考えられる。

これにより Wien Filter に要請される BL は

$$BL = 55.36 \times \frac{100}{90} = 61.5 \text{ kG cm} \quad (5)$$

となる。

3.3 ${}^6\text{Li}$ 以外の粒子の場合

Section 2 の表から、 ${}^6\text{Li}^{3+}$ 60 keV のスピンを 90° 回転できる磁場が発生できる場合には、 ${}^1\text{H}^+$, ${}^2\text{H}^+$, ${}^3\text{He}^{2+}$, ${}^6\text{Li}^{1+}$, ${}^7\text{Li}^+$, ${}^7\text{Li}^{3+}$ の 20 kV による加速の場合でも、スピンを 90° 回転できることが分かる。

このことは、下記の様にスピン回転が、g-factor に比例し、速度に反比例すること

$$\phi \propto \frac{g}{v} \propto g \sqrt{\frac{M}{E}} \quad (6)$$

および各粒子の g, M, E の値から確かめられる。

3.4 Wien Filter の最大磁場と最大電場

最大磁場として筑波の Wien Filter および RCNP の旧 Wien Filter の最大磁場と同程度の値をとることとし、磁極長を 35 cm とする。

この時、最大磁場は

$$B_{\text{max}} = 61.5/35 = 1.76 \text{ kG} \quad (7)$$

である。

一方、対応する電場は森信氏メモ (2004.4.18) によると下記の式で決まる

$$\frac{F}{B} = 1.39 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{E}{M}} \text{ kV/cm/Gauss} \quad (8)$$

(E in MeV, M in a.m.u). ${}^6\text{Li}^{3+}$ 60 keV の場合、 $\sqrt{\frac{E}{M}}=0.100$ であるので、 $B=1.76 \text{ kG}$ に対応する電場は、2.45 kV/cm となる。ギャップ 60 mm の電極に印加する電圧は、 $\pm 7.35 \text{ kV}$ である。

${}^1\text{H}^+$, ${}^3\text{He}^{2+}$ を 20 kV で加速する場合、磁場との比は ${}^6\text{Li}^{3+}$ 60 keV よりも大きくなるが、g-factor が大きいので、必要な磁場は十分小さくなる。このことから必要な最大電場は上記の 2.45 kV/cm となる。

3.5 一様性の要請

Wien Filter に対する磁場および電場の一様性に関する要請を、

- スピン減偏極からの要請
- イオン軌道のずれからの要請

の 2 点に分けて議論する。

以下の議論における座標系として、Wien Filter の軸方向 (イオンの軌道方向) に z 軸を、磁場方向に x 軸を、電場方向に y 軸を取ることにする。

正確には、線積分をイオン軌道に沿って行うのが良いが、ここではイオン軌道の x, y 位置の Wien Filter 内での変化は小さいとし、 z 軸と並行に線積分をとることで計算を簡略化する。

3.5.1 スピン減偏極からの要請

磁場の線積分値がイオンの入射軌道に対して依存性を持つ場合、入射イオンのスピン回転角が軌道依存性を持つことになる。

スピンの $\Delta\theta_s$ だけ正しい方向からずれた場合、正しい偏極軸での偏極度の変化のファクター (減偏極度) f は下記の式で表される。

$$f = \cos(\Delta\theta) \quad (9)$$

スピンを 100° 回転させる様に Wien Filter を設定している場合を考えると、磁場の一様度が 10% 変化しても、 $\Delta\theta_s = 100^\circ \times 10\% = 10^\circ$ であるから、上式 (9) に代入して得られる源偏極度 $f = 0.985$ であり、十分 1 に近い。

ゆえに、スピン減偏極からの要請としては、磁場の線積分値の位置依存性が 10% 以下の精度で得られれば十分である。

3.5.2 イオン軌道のずれからの要請

理想的な状況では、Wien Filter 中の各点で電場と磁場によりイオンに働く力が相殺する様に、電場と磁場の比が一様に生成されている。

60 keV の ${}^6\text{Li}^{3+}$ イオンのスピンを Wien Filter 内で 100° 回転させる場合、電場 E_{y0} と磁場 B_{x0} の比 r として

$$r = \frac{2.45 \text{ kV/cm}}{1.76 \text{ kG}} \quad (10)$$

を満たしている必要がある。

この比 r が Wien Filter の有効長 L の範囲で一様に ΔE_y だけずれた場合、イオン軌道の角度のずれ $\Delta\theta$ と位置のずれ Δy は以下の近似式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(\Delta\theta) &= \frac{v_\perp}{v_\parallel} = \frac{L\Delta E_y}{2V} \\ \Delta y &= \frac{L^2\Delta E_y}{4V} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで V はイオンの加速電圧である。 $L = 35 \text{ cm}$ 、 $V = 20 \text{ kV}$ を代入すると、電場ののずれが 24.5 V ($\Delta r/r = 1\%$) の場合、

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= 21.4 \text{ mr} \\ \Delta y &= 0.375 \text{ cm} \\ \text{when } \frac{\Delta r}{r} &= 1\% \end{aligned} \quad (12)$$

イオン源のエミッタンスの仮定が $100\pi\text{mm mr}$ であり、Wien Filter 部でのビーム広がりとして $\pm 10\text{ mm}$ 程度を予定していることから、イオン軌道のずれを式 (12) 程度に抑えたい。このことから、イオン軌道半径 20 mm 内での磁場と電場の z 方向の線積分の一様性として $\Delta r/r \leq 1\%$ を要請する。

別種のイオンもしくはエネルギーの異なるイオンを使用する場合、Wien Filter の電場は、下記の比例関係で決まる。

$$E_y \propto \frac{1}{g} \sqrt{\frac{V}{M}} \quad (13)$$

よって、式 (11) より、

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(\Delta\theta) &= \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \propto \frac{1}{g\sqrt{VM}} \\ \Delta y &\propto \frac{1}{g\sqrt{VM}} \end{aligned} \quad (14)$$

したがって、加速電圧が小さくなるほど、また加速粒子の質量が小さくなるほど変位が大きくなるので注意が必要である。

3.5.3 電場と磁場の一様性の要請

以上から、粒子軌道半径 20 mm 内の電場と磁場の z 方向の線積分の一様性が、1%以上であることを要請する。

これを満たす為、実際の設計においては、下記の2点

- $z=0$ 平面内の、軸を中心とする半径 20 mm 以内において磁場と電場の一様性がともに1%以上であること。
- 中心軸上での有効磁場長および有効電場長が1%以上の精度で一致していること。

を満たす様にデザインを進める。

4 Wien Filter の構造デザイン

下記の手続きでデザインを進める。Wien Filter の有効長を 35 cm とする。

1. $z=0$ の平面内で、軸を中心とする半径 20 mm 以内において磁場と電場の一様性がともに1%以上である様に、電極、ポール、その他の構造を決める。
2. 中心軸上での有効磁場長が 35 cm となる様に、磁極長を決める。
3. 中心軸上での有効電場長が 35 cm となる様に、電極長を決める。
4. 半径 20 mm 以内の磁場と電場の線積分を計算し、1%の精度が出ていることを確認する。
5. 中心軸上での磁場分布および電場分布を計算し、イオン軌道のずれをチェックする。

以下、OPERA-3D 10.0 TOSCA を用いて静電場、静磁場の計算を行った。

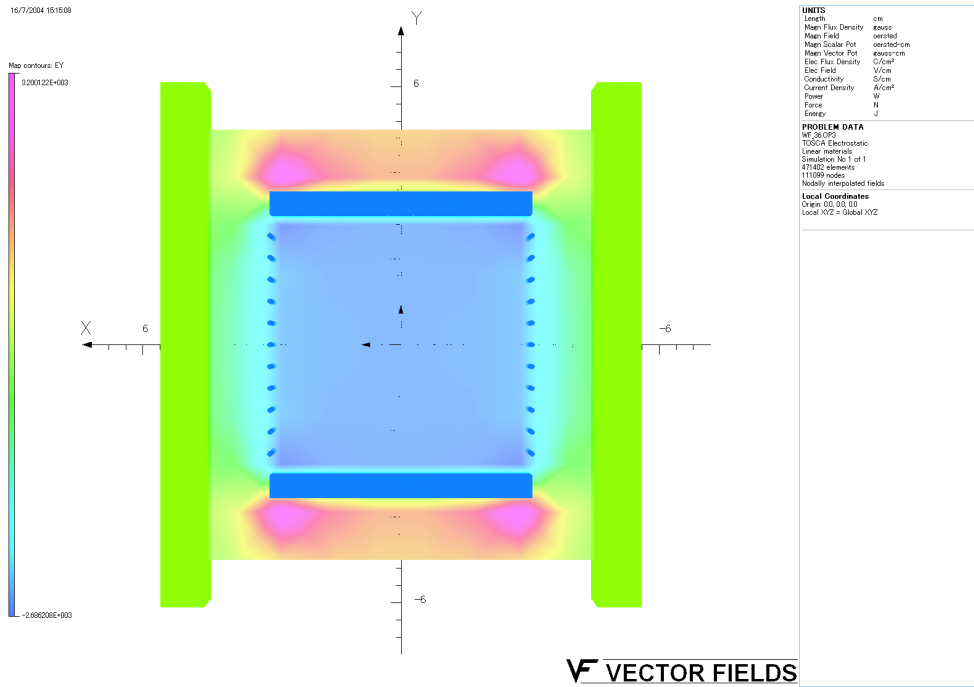


図 1: 電場計算の為の薄型の Wien Filter モデル。

4.1 磁極、電極の形状

4.1.1 電極の形状とポール位置

図 1 の薄型の形状を仮定し、1% の電場 (E_y) 一様性が得られる様に配置を決めた。

電極ギャップを 60 mm、電極幅を 60 mm とし、一様磁場生成の為の直径 1 mm のワイヤ 11 本を 5 mm 間隔で並べた。

ポールのギャップを 90 mm とした。

電場 E_y の変位は $x=20$ mm で -0.9%、 $y=20$ mm で -0.7% である。

シミュレーションから以下のことが分かっている。

- ポールギャップを 80 mm に縮めると、電場の x 方向での変位-1.4%程度に大きくなり一様性の要請を達成できない。
- 電極幅を 50 mm に縮めると、電場の x 方向での変位が-1.2%程度になり一様性の要請を達成できない。
電極幅を 70 mm に広げても目立った改善はない。
- ワイヤー間隔を 10 mm に広げ本数を 6 本に減らすと、電場の x 方向での変位が-5.5%程度、 y 方向での変位が+3.1%程度に大きくなり一様性の要請を達成できない。

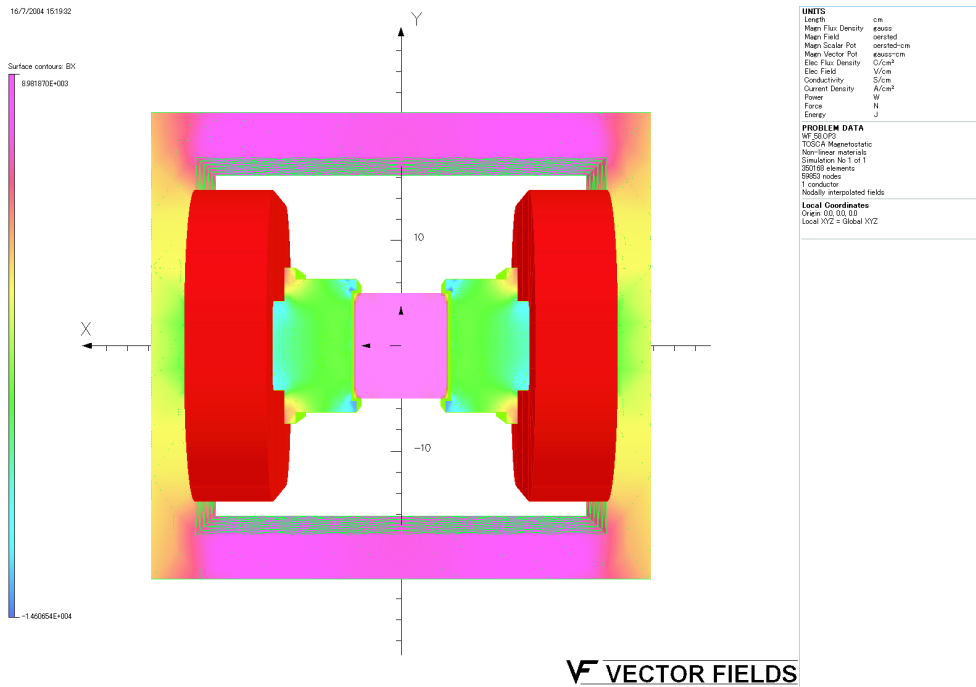


図 2: 磁場計算の為の Wien Filter モデル。

4.1.2 ポールと磁石の形状

図 2 の形状を仮定し、1%の磁場 (E_x) 一様性が得られる様にポールの大きさその他の配置を決めた。

ポールギャップを 90 mm、ポール幅を 120 mm とした。一様磁場生成の為ポールにシム ($x=5$ mm、 $y=10$ mm) を取り付けた。

磁場 B_x の変位は $x=20$ mm で -0.3%、 $y=20$ mm で +0.2%である。

シミュレーションから以下のことが分かっている。

- シムを外すと、磁場の x 方向での変位が +0.7%程度、 y 方向での変位が -0.9 %程度になる。
- ポール幅を 180 mm に広げると、0.1%程度の一様性を達成できる。

4.2 磁極長

中心磁場 1.76 kG、有効磁極長 35 cm を満たす様に磁極長および電流密度を決めた。

磁極長を 25 cm とした。

アンペアターンは、ポールとリターンヨーク中の磁気抵抗を無視すると下記の簡略式から計算される。

$$H_0 l_0 \simeq \frac{B_0}{\mu_0} l_0 = 12,600 \text{ AT} \quad (15)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (16)$$

ここで、 H_0 はギャップ中の磁界、 B_0 はギャップ中の磁束密度、 l_0 はギャップ幅、 μ_0 はギャップ (真空) 中の透磁率である。 $B_0=0.176$ T、 $l_0=0.09$ m を代入して 12,600 AT を得る。

具体的な磁石の構造を仮定した TOSCA による計算では、 7×10 cm² の断面積を持つコイル 2 つにをに 90.7 A/cm² の電流を流すことで中心磁場 $B_{x0}=1.76$ kG を得た。必要なアンペアターンは

$$90.7 \text{ A/cm}^2 \times 70 \text{ cm}^2 \times 2 = 12,700 \text{ AT} \quad (17)$$

となり、簡略計算とほぼ一致している。

シミュレーションにより得られた中心軌道上での磁場の積分値 $B_{x0}L_{\text{eff}}^B$ は、 z の積分範囲として -50~+50 cm をとると

$$B_{x0}L_{\text{eff}}^B = \int_{-50}^{+50} B_x dz = 61.2 \text{ kG cm} \quad (18)$$

$B_{x0}=1.76$ kG を代入して有効磁場長は

$$L_{\text{eff}}^B = 34.7 \text{ cm} \quad (19)$$

となる。

4.3 電極長

中心磁場 2.45 V/cm、有効磁極長 35 cm を満たす様に電極長および印加電圧を決めた。

電極長を 29.5 cm とした。

直径 1 mm のワイヤを使用すると TOSCA での電場計算に細かいメッシュが必要となり長時間を要するため、ワイヤを断面が 3 mm の正方形である角柱に置き換えて有効電場を計算した。計算にはポールをグラウンド電位として取り込んであるが、真空容器は含まれていない。

シミュレーションにより得られた中心軌道上での電場の積分値 $E_{y0}L_{\text{eff}}^E$ は、 z の積分範囲として -50~+50 cm をとると

$$E_{y0}L_{\text{eff}}^E = \int_{-50}^{+50} E_y dz = 84.3 \text{ kV} \quad (20)$$

$E_{y0}=2.45$ kV/cm を代入して有効磁場長は

$$L_{\text{eff}}^E = 34.4 \text{ cm} \quad (21)$$

となる。

4.4 電場、磁場積分値の一様性のチェック

(x, y) の位置としていくつかのサンプルをとり、 $(0, 0)$ の軌道との比較から一様性のチェックを行った。

(x, y)	$\int E_y dz$ [kV]	$\int E_y dz$ [kG cm]	一様性 [(0,0) を 1 とする]
(0,0)	84.30	61.24	1.000
(1,0)	84.29	61.29	0.999
$(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$	84.39	61.25	1.001
(0,1)	84.48	61.19	1.003
(2,0)	83.96	61.36	0.994
$(\sqrt{2}, \sqrt{2})$	84.14	61.28	0.998
(0,2)	84.75	61.08	1.008

ゆえに、一様性が 1%以上という要請は満たされていると考えられる。

4.5 軌道のチェック

中心軸上の電場、磁場分布からイオン軌道のチェックを行った。

図 3 に、電場、磁場の中心値に対する比をプロットする。図から、電場に比べて磁場の方がなだらかに変化していることが分かる。

この電場と磁場の差から、粒子軌道の概略を計算した。60 keV の ${}^6\text{Li}^{3+}$ イオンの場合を仮定している。結果を図 4 にプロットする。

有効磁場長と有効電場長に 1.2%の差があることから、中心に垂直に入射したイオンが、角度をもって、ずれた位置から出て来ていることが分かる。実際に製作された Wien Filter にこのようなミスマッチがある場合には、1) 電場を変動させる、2) 入射角度を振る、もしくは 3) 両方を用いる方法により、イオンが中心軌道から出るように調整することになる。

電場を変動させた (-1.3%) 場合のプロットが図 5、入射角度を変動させた (-13mr) 場合のプロットが図 5、である。

入射角度を変動させた方が、Wien Filter 内部での軌道の変位は小さいが、その場合でも中心軌道から 5 mm 程度のずれた位置を通っていることが分かる。

このことから、現在の設計よりもさらに電場と磁場分布形状を合わせることが望ましいことが分かる。電極ギャップを 2 倍の 120 mm に設定することでは、磁場分布と同程度のなだらかさを得ることはできなかった。フィールドクランプにより磁場の延びを抑えることが方法の 1 つとして考えられる。

実際に製作される Wien Filter の電場と磁場の形状を、シミュレーションとどの程度正確に合わせることができるかという点についても注意を要する。

参考文献

- [1] Review of Particle Physics by Particle Data Group, Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [2] Table of Isotopes 8th Ed. 1998 Update, by R.B. Firestone, (Wiley Intescience, 1998, New York).
- [3] P. Raghavan, At. Data Nucl. Data Tables 42 (1989) 189.
- [4] 「加速器電磁石入門」、遠藤有聲、高エネルギー加速器研究機構。

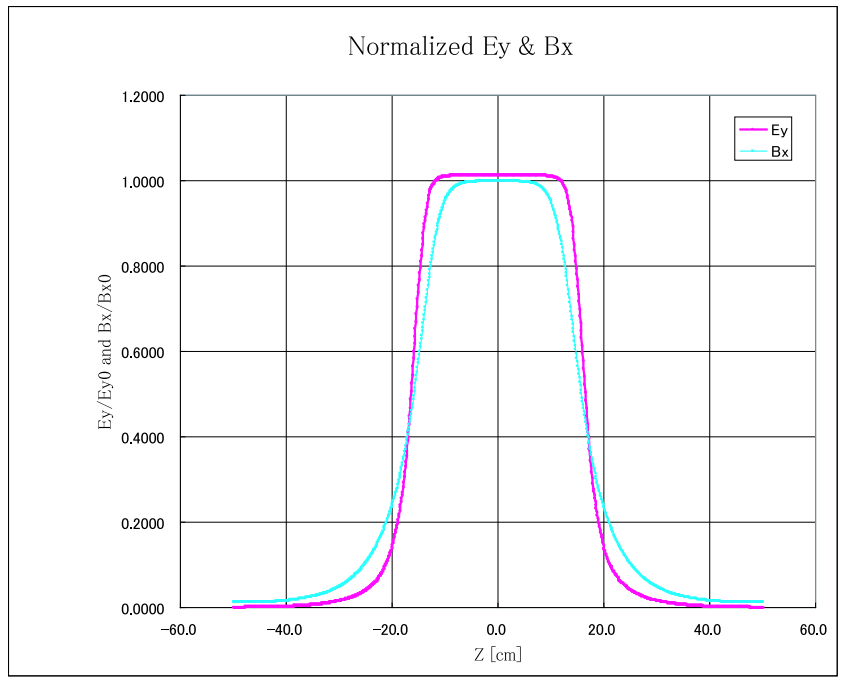


図 3: Wien Filter 中心軸の電場 E_y と磁場 B_x の分布。それぞれ中心電場 (2.45 kV/cm) と中心磁場 (1.76 kG) により規格化されている。

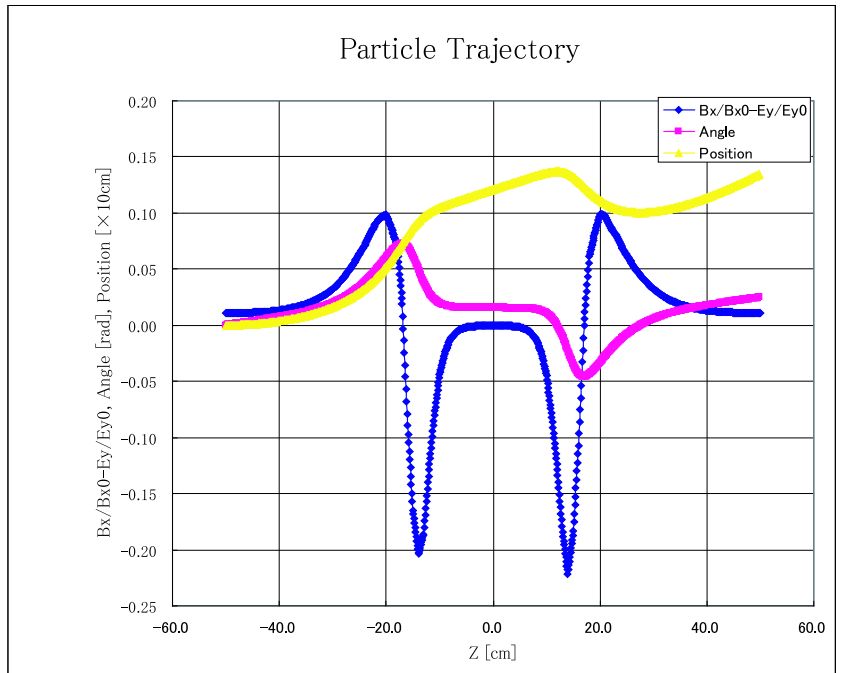


図 4: Wien Filter 中心軸の電場、磁場分布から求めたイオン軌道。有効電場長と有効磁場長に 1.2%のずれがあることにより、出射の軌道が中心からずれている。

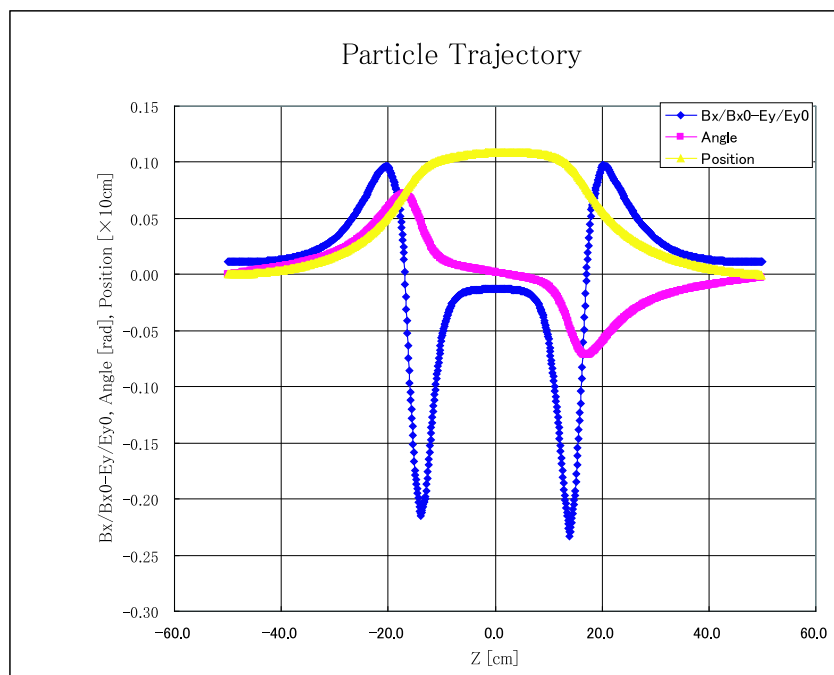


図 5: Wien Filter 中心軸の電場、磁場分布から求めたイオン軌道。電場の強さを 1.3%弱めた場合。

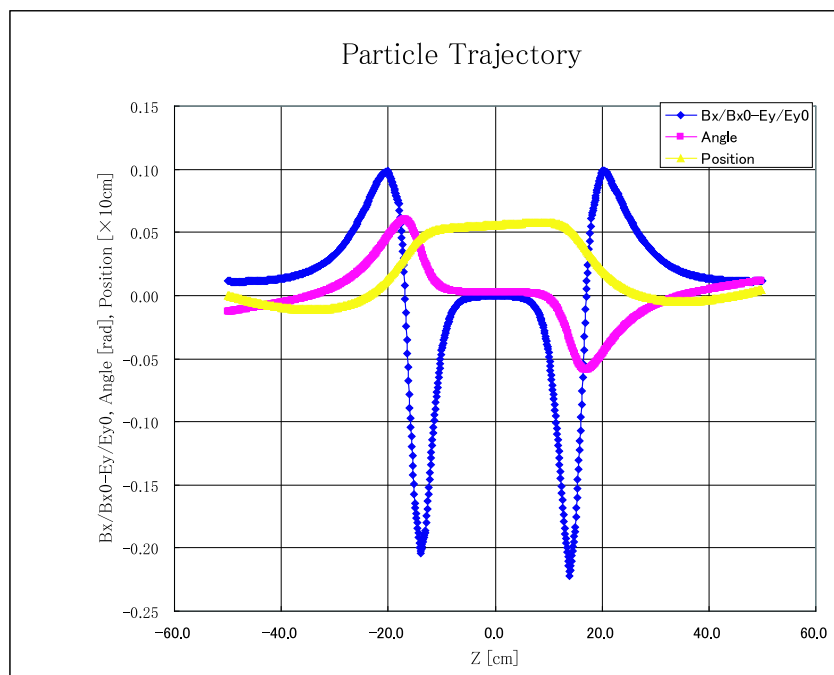


図 6: Wien Filter 中心軸の電場、磁場分布から求めたイオン軌道。入射角度を 13 mrad 振った場合。

[5] 「JISハンドブック鉄鋼 1987」、日本規格協会、pp. 1462。

[6] 「理科年表 2002」、国立天文台編、(丸善,2001)、pp. 424。