

# Wien Filter に関する検討

A. Tamii

ver 4.0 06-SEP-2004

## 1 序

RCNP での偏極  ${}^6\text{Li}^{3+}$  イオン源開発において、加速後の偏極軸を任意の方向に向けるために導入予定の Wien Filter に関する検討について記述する。Wien Filter は、ECR によるイオン化後で、AVF サイクロトロンへの入射ラインに設置する予定である。

## 2 諸数値

以下の計算に関わる諸データについてここでまとめておく。

基礎定数 [1]

光速 $p$	$c$	$2.99792458 \times 10^8$ (exact)	m/s
Plank 定数	$\hbar$	$6.58211889(26) \times 10^{-22}$	MeV s
素電荷	$e$	$1.602176462(23) \times 10^{-19}$	C
電子質量	$m_e$	$0.510998902(21)$	MeV/c <sup>2</sup>
陽子質量	$m_p$	$938.271998(38)$	MeV/c <sup>2</sup>
原子質量単位	AMU	$931.494013(37)$	MeV/c <sup>2</sup>
核磁子	$\mu_N \equiv \frac{e\hbar}{2m_p}$	$3.152451238(24) \times 10^{-14}$	MeV/T

加速イオンに関する数値

イオン	$I^\pi$	質量 *1 [MeV/c <sup>2</sup> (AMU)]	$\mu$ *2 [ $\mu_N$ ]	$g$ *3	$d\phi/d\theta$	磁気偏向角 $\theta$ [deg]	スピン回転角 $\phi$ [deg]	$BL$ *4 [kG cm]
${}^1\text{H}^+$	$\frac{1}{2}^+$	938.272 (1.007276)	+2.792847	+5.585695	+2.792847	96.68	270	11.49
${}^2\text{H}^+$	$1^+$	1875.613 (2.013553)	+0.857438	+0.857438	+0.857013	105.02	90	52.96
${}^3\text{He}^{2+}$	$\frac{1}{2}^+$	2808.392 (3.014933)	-2.127625	-4.255250	-3.184190	84.79	-270	-12.33
${}^6\text{Li}^{3+}$	$1^+$	5601.519 (6.013478)	+0.822047	+0.822047	+0.817943	110.03	+90	55.36
${}^6\text{Li}^{1+}$	$1^+$	5602.541 (6.014575)	+0.822047	+0.822047	+2.453828	110.03	+270	31.96
${}^7\text{Li}^{3+}$	$\frac{3}{2}^-$	6533.835 (7.014361)	+3.256427	+2.170951	+2.519639	107.16	+270	19.41
${}^7\text{Li}^{1+}$	$\frac{3}{2}^-$	6534.857 (7.015458)	+3.256427	+2.170951	+7.558917	107.16	+810	11.20

\*1 [2] より。Mass Excess および AMU=931.49432 (28) MeV/c<sup>2</sup> [2] を用いて中性原子の質量を計算。価数に応じて電子質量  $m_e = 0.511$  MeV/c<sup>2</sup> [1] を差し引いた。電子の束縛エネルギーは無視。

\*2 [2] Appendix.E より。電子 2 個の付帯したイオンの磁気モーメントは原子核と同じとした。実際には電子による微細な擾乱があると予想される。

\*<sup>3</sup> 原子核の  $g$  因子の定義方法については複数の種類があるが、ここでは核磁気モーメントのコンパレーションである [3] の定義に合わせて  $g \equiv \mu/I\mu_N$  とした。森信氏メモと同じ定義。

\*<sup>4</sup> 加速電圧 20 kV において、スピンを  $90^\circ$  回転させる為に必要な Wien Filter の磁場 (B) と有効磁場長 (L) の積。1 価の  ${}^6\text{Li}^+$ ,  ${}^7\text{Li}^+$  イオンを AVF サイクロトロンで加速するには、これよりも電圧を下げる必要がある。

### 3 座標系の定義

以下の議論において、下記のように直行座標系をとる。座標系は、Wien Filter に固定されている。

- $z$  軸を Wien Filter の軸方向にとり、イオンの進行方向を  $+$  とする。  
Wien Filter の中心 (対称面上) を  $0$  とする。
- $y$  軸を電場と並行な方向にとる。  
Wien Filter の軸上を  $0$  とする。
- $x$  軸を磁場と並行な方向にとり、 $x, y, z$  が右手系を成す様にする。  
Wien Filter の軸上を  $0$  とする。

### 4 $BL$ の要請

Wien Filter に入射した時、粒子のスピンの軌道に並行な方向を向くようにトランスポートできるものとする。Wien Filter が軌道の回りに  $360^\circ$  回転できる構造を持ち、スピンを  $90^\circ$  回転させるのに十分な磁場 ( $B$ ) と有効磁場長 ( $L$ ) を持つようにすれば、粒子の偏極軸を任意の方向に倒すことができる。

ただし、偏極方向を任意の方向に向けることができるようにするには、Wien Filter がスピンを  $180^\circ$  回転させることのできる  $BL$  を持つか、あるいは、Wien Filter がスピンを  $90^\circ$  回転させる能力を持ち、イオン源において偏極方向を反転することができる必要がある。

この検討では、後者の方式をとることにし、使用する可能性のある全ての偏極粒子について、スピンを  $90^\circ$  回転させるのに十分な  $BL$  を持つことを Wien Filter に要請する。

#### 4.1 ${}^6\text{Li}$ のスピン回転

民井メモ (2004.4.27) の計算値では、20 kV の電圧により加速された  ${}^6\text{Li}^{3+}$  (60 keV) のスピンを  $90^\circ$  回転させるのに必要な  $BL$  は、55.36 kG·cm である。

森信氏メモ (2004.4.18) による  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV の計算式

$$\phi = 2.838 \times 10^{-3} BL \text{ rad} \quad (1)$$

(B in Gauss, L in m) を利用すると、 $\phi=90^\circ$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) のスピン回転をする為に必要な  $BL$  は、

$$BL = \frac{\frac{\pi}{2}}{2.838 \times 10^{-3}} = 553.5 \text{ Gauss m} = 55.35 \text{ kG cm} \quad (2)$$

また、筑波の Wien Filter の実績では、90 keV の重陽子のスピンを  $90^\circ$  回転させるのに必要な磁場電流は 13.8A で、これは較正図から 1.21 kG にあたる。有効磁場長は約 86cm であるので、

$$BL_{d90keV} = 1.21 \times 86 = 104.1 \text{ kG cm} \quad (3)$$

これを  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV に換算すると、

$$BL_{{}^6\text{Li}^{3+} 60 \text{ keV}} = BL_{d 90 \text{ keV}} \times \frac{v_{{}^6\text{Li}}}{v_d} \times \frac{g_d}{g_{{}^6\text{Li}}} = 104.1 \times \sqrt{\frac{20}{90}} \times \frac{0.8574}{0.8222} = 51.2 \text{ kG cm} \quad (4)$$

で、ほぼ一致していると言える。

## 4.2 BLの要請

Wien Filter に入射する  ${}^6\text{Li}$  のスピンの軸方向を向いているとは限らない。実験遂行時に補正を行う為に、 $10^\circ$  のマージンをとって、 $100^\circ$  のスピン回転を行えるようにしておきたい。このことは、Wien Filter の磁場設定とスピン回転の較正時にゼロクロスが測定できるようにするという意味でも必要と考えられる。

これにより Wien Filter に要請される BL は

$$BL = 55.36 \times \frac{100}{90} = 61.5 \text{ kG cm} \quad (5)$$

となる。

## 4.3 ${}^6\text{Li}$ 以外の粒子の場合

Section 2 の表から、 ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV のスピンを  $90^\circ$  回転できる磁場が発生できる場合には、 ${}^1\text{H}^+$ ,  ${}^2\text{H}^+$ ,  ${}^3\text{He}^{2+}$ ,  ${}^6\text{Li}^{1+}$ ,  ${}^7\text{Li}^+$ ,  ${}^7\text{Li}^{3+}$  の 20 kV による加速の場合でも、スピンを  $90^\circ$  回転できることが分かる。

このことは、下記の様にスピン回転が、g-factor に比例し、速度に反比例すること

$$\phi \propto \frac{g}{v} \propto g \sqrt{\frac{M}{E}} \quad (6)$$

および各粒子の  $g, M, E$  の値から確かめられる。

## 4.4 Wien Filter の最大磁場と最大電場

最大磁場として筑波の Wien Filter および RCNP の旧 Wien Filter の最大磁場と同程度の値をとることとし、磁極長を 35 cm とする。

この時、最大磁場は

$$B_{\text{max}} = 61.5/35 = 1.76 \text{ kG} \quad (7)$$

である。

一方、対応する電場は森信氏メモ (2004.4.18) によると下記の式で決まる

$$\frac{F}{B} = 1.39 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{E}{M}} \text{ kV/cm/Gauss} \quad (8)$$

( $E$  in MeV,  $M$  in a.m.u)。  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV の場合、 $\sqrt{\frac{E}{M}}=0.100$  であるので、 $B=1.76 \text{ kG}$  に対応する電場は、 $2.45 \text{ kV/cm}$  となる。ギャップ 60 mm の電極に印加する電圧は、 $\pm 7.35 \text{ kV}$  である。

${}^1\text{H}^+$ ,  ${}^3\text{He}^{2+}$  を 20 kV で加速する場合、磁場との比は  ${}^6\text{Li}^{3+}$  60 keV よりも大きくなるが、g-factor が大きいので、必要な磁場は十分小さくなる。このことから必要な最大電場は上記の  $2.45 \text{ kV/cm}$  となる。

## 4.5 一様性の要請

Wien Filter に対する磁場および電場の一様性に関する要請を、

- スピン減偏極からの要請
- イオン軌道のずれからの要請

の 2 点に分けて議論する。

正確には、線積分をイオン軌道に沿って行うのが良いが、ここではイオン軌道の  $x, y$  位置の Wien Filter 内での変化は小さいとし、 $z$  軸と並行に線積分をとることで計算を簡略化する。

### 4.5.1 スピン減偏極からの要請

磁場の線積分値がイオンの入射軌道に対して依存性を持つ場合、入射イオンのスピン回転角が軌道依存性を持つことになる。

スピンの  $\Delta\theta_s$  だけ正しい方向からずれた場合、正しい偏極軸での偏極度の変化のファクター (減偏極度)  $f$  は下記の式で表される。

$$f = 1 - \cos(\Delta\theta_s) \quad (9)$$

スピンを  $100^\circ$  回転させる様に Wien Filter を設定している場合を考えると、磁場の一様度が 10% 変化しても、 $\Delta\theta_s = 100^\circ \times 10\% = 10^\circ$  であるから、上式 (9) に代入して得られる源偏極度  $f = 0.015$  であり、十分 1 に近い。

ゆえに、スピン減偏極からの要請としては、磁場の線積分値の位置依存性が 10% 以下の精度で得られれば十分である。但し、磁場の線積分値の粒子束中の平均値が期待している値からずれると、偏極方向がずれることになるので注意が必要である。

### 4.5.2 イオン軌道のずれからの要請

理想的な状況では、Wien Filter 中の各点で電場と磁場によりイオンに働く力が相殺する様に、電場と磁場の比が一様に生成されている。

60 keV の  ${}^6\text{Li}^{3+}$  イオンのスピンを Wien Filter 内で  $100^\circ$  回転させる場合、電場  $E_{y0}$  と磁場  $B_{x0}$  の比  $r$  として

$$r \equiv \frac{E_{y0}}{B_{x0}} = \frac{2.45 \text{ kV/cm}}{1.76 \text{ kG}} \quad (10)$$

を満たしている必要がある。

電場  $E_y$  が Wien Filter の有効長  $L$  の範囲で一様に  $\Delta E_y$  だけ正しい値からずれた場合、イオン軌道の角度のずれ  $\Delta\theta$  と位置のずれ  $\Delta y$  は以下の近似式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(\Delta\theta) &= \frac{v_\perp}{v_\parallel} = \frac{L\Delta E_y}{2V} \\ \Delta y &= \frac{L^2\Delta E_y}{4V} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで  $V$  はイオンの加速電圧である。 $L=35$  cm、 $V=20$  kV を代入すると、電場のずれが 24.5 V ( $\Delta r/r=1\%$ ) の場合、

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= 21.4 \text{ mr} \\ \Delta y &= 0.375 \text{ cm} \\ &\text{when } \frac{\Delta r}{r} = 1\% \end{aligned} \quad (12)$$

イオン源のエミッタンスの仮定が  $100\pi\text{mm mr}$  であり、Wien Filter 部でのビーム広がりとして  $\pm 10$  mm 程度を予定していることから、イオン軌道のずれを式 (12) 程度以下に抑えたい。このことから、イオン軌道半径 20 mm 内での磁場と電場の  $z$  方向の線積分の一様性として  $\Delta r/r \leq 1\%$  を要請する。

別種のイオンもしくはエネルギーの異なるイオンを使用する場合、Wien Filter の電場は、下記の比例関係で決まる。

$$E_y \propto \frac{1}{g} \sqrt{\frac{V}{M}} \quad (13)$$

よって、式 (11) より、

$$\begin{aligned}\tan^{-1}(\Delta\theta) &= \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \propto \frac{1}{g\sqrt{VM}} \\ \Delta y &\propto \frac{1}{g\sqrt{VM}} \end{aligned} \quad (14)$$

したがって、加速電圧が小さくなるほど、また加速粒子の質量が小さくなるほど変位が大きくなるので注意が必要である。

#### 4.5.3 電場と磁場の一様性の要請

以上から、粒子軌道半径 20 mm の円内の電場と磁場の  $z$  方向の線積分の一様性が、1%以上であることを要請する。

これを満たす為、実際の設計においては、下記の 2 点

- $z=0$  平面内の、軸を中心とする半径 20 mm 以内において磁場と電場の一様性がともに 1%以上であること。
- 中心軸上での有効磁場長および有効電場長が 1%以上の精度で一致していること。

を満たす様に、まずデザインを進める。

しかし、後で見る様に、粒子は電極が作る電位の中を通るため、WF 内での通過位置により速度が変化するが、この効果は無視できない大きさがある。粒子の速度変化に比例して磁場から受けるローレンツ力が変化し、電場による力との釣り合い崩れて軌道がずれることになる。最終的には、磁場に位置 ( $y$ ) 依存性を持たせることによって、速度変化に由来するローレンツ力の変化を補正することにする。

## 5 Wien Filter の構造デザイン

下記の手続きでデザインを進める。

1. Wien Filter の有効長を決める。
2.  $z=0$  の平面内で、軸を中心とする半径 20 mm 以内において磁場と電場の一様性がともに 1%以上である様に、電極、ポール、および電場補正ワイヤの断面構造を決める。
3. 中心軸上での有効磁場長が求める値になる様に、磁極長を決める。
4. 中心軸上での電場分布の形が、磁場分布に近くなる様に、電極長およびステアラ (後述)、アース板 (後述) の位置と形状を決める。
5. 計算により得られた電場と磁場を用いて、イオン軌道のシミュレーションを行う。
6. 電位によるイオンの加減速の効果を打ち消す方向に、磁場の位置依存性を生成する様に、磁極の構造を修正する。
7. 現実的なビームエミッタンスを入れたイオン軌道のシミュレーションを行い、イオン軌道の変位の大きさに問題がないことを確認する。
8. Wien Filter のイオン軌道に対する影響を行列要素の形でパラメータ化し、イオン源ビームラインのトランスポート計算に取り込む。イオンのトランスポートに問題がないことを確認する。

静電場、静磁場の計算の計算は、OPERA-3D 10.0 TOSCA [?] を用いて行った。

preprocessor を用いて Wien Filter の 3次元構造を入力し、手動でメッシュを生成することとした。メッシュは 6面体メッシュとした。

### 5.1 Wien Filter の有効長

最大磁場を、筑波大学の Wien Filter および RCNP の旧 Wien Filter の最大磁場と同程度にとることとする。このことから、4章の議論に基づき、Wien Filter の有効長を 35 cm とする。使用する最大中心磁場を 1.76 kG、最大中心電場を 2.45 kV/cm とする。

### 5.2 磁極、電極の形状

#### 5.2.1 電極の形状とポール位置

図 1 の様に電極の形状を仮定し、対称面 ( $z=0$ ) 上の半径 20mm の円内で 1%の電場 ( $E_y$ ) 一様性が得られる様に配置を決めた。

電場計算には、磁極と真空容器 (共に電位 0) を含めた。

電極ギャップを 60 mm、電極幅を 60 mm とし、一様電場生成の為に直径 2 mm のワイヤ 11 本を 5 mm 間隔で両側に並べた。

磁極のギャップを 90 mm とした。

シミュレーションにより得られた電場の分布を図 2 に示す (WFE056\_1)。なお、この計算でのメッシュ間隔は、 $x,y$  方向はイオンの通る中心領域で 2.5/4 mm、 $z$  方向は 2.5 mm である。

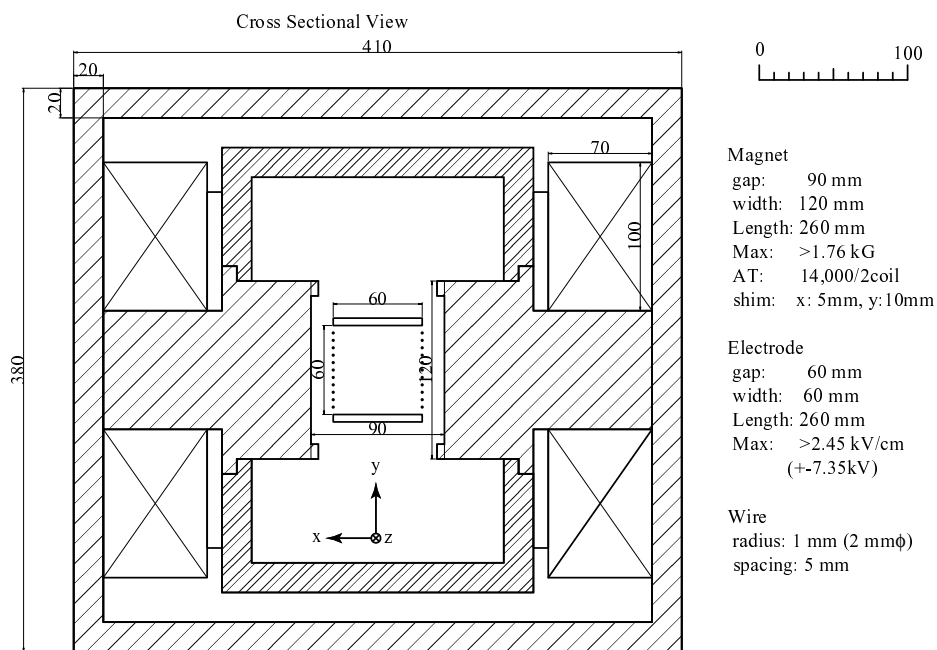


図 1: Wien Filter の対称面 ( $z=0$ ) での断面形状。

半径 20 mm の円内での電場  $E_y$  の変化および  $E_x$  の中心電場  $E_{y0}$  に体する比は 0.3%以内である。

シミュレーションから下記のこと分かっている。

- 磁極ギャップを 80 mm に縮めると、 $E_x$  の変化が 1.4%程度に大きくなり一様性の要請を達成できない (WFE023)。 $E_y$  も 1.1%程度変化する。
- ワイヤー間隔を 10 mm に広げ本数を 6 本に減らすと、 $E_y$ 、 $E_x$  の変化がそれぞれ 1.7%、2.3%程度に大きくなり一様性の要請を達成できない。
- ワイヤー直径細くして 1 mm にすると、 $E_y$ 、 $E_x$  の変化がそれぞれ 0.8%、1.0% 程度に大きくなる (WFE022)。許容範囲であるが、2 mm の方が圧倒的に良い。  
Wire 径が細かい方が Wire 位置での電位は理想値に近いがこれに反する。ポールの電位を遮蔽する効果が小さくなる効果が、より重要であるためと考えられる。(ワイヤー間隔 5 mm と ワイヤー直径の比較で考える)。
- (ワイヤー直径 1 mm の計算では) 電極幅を 50 mm に縮めると、 $x$  方向での  $E_y$  の変位が 1.2%程度になり一様性の要請を達成できない (WF\_34)。逆に電極幅を 70 mm に広げても目立った改善はない (WF\_38)。

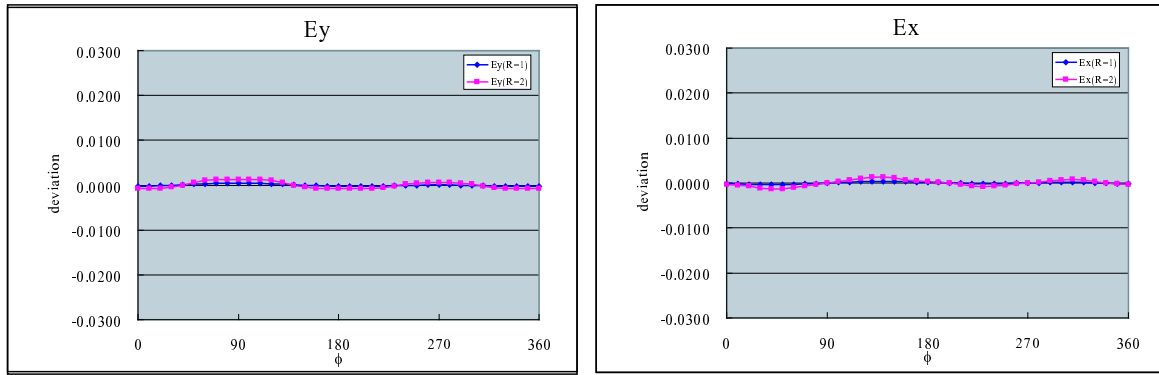


図 2: Wien Filter の対称面 ( $z=0$ ) での電場の位置依存性。  $E_y, E_x$  とともに理想値 ( $E_{y0}$  および 0) からのずれを、中心電場  $E_{y0}$  に対する比として表している。横軸は  $z$  軸周りの角度で、0 度が  $+x$  軸方向、90 度が  $+y$  軸方向である。  $R=1,2$  はそれぞれ、中心から 10 mm, 20 mm の位置の値を表す。

### 5.2.2 磁極と磁石の形状

図 1 の断面形状を仮定し、1%の磁場 ( $E_x$ ) 一様性が得られる様にポールの大きさその他の配置を決めた。リターンヨークの厚さ仮りにを 20 mm としているが、磁場による吸引力に耐えるだけの厚さが必要であり、検討を要する。

ポールギャップを 90 mm、ポール幅を 120 mm とした。

一様磁場生成の為に、ポールにシム ( $x=5$  mm、 $y=10$  mm) を取り付けた方が良い。

シミュレーションにより得られた、半径 20 mm の円内での磁場変化を図 3 にプロットする。なお、この計算でのメッシュ間隔は、 $x, y$  方向はイオンの通る中心領域で 2.5 mm、 $z$  方向も 2.5 mm である。

半径 20 mm の円内での磁場  $B_x, B_y$  の変化は 0.3%以内である。

### 5.3 磁極長

中心磁場 1.76 kG、有効磁極長 35 cm を満たす様に磁極長および電流密度を決めた。磁極長を 26 cm とした。磁場のもれだしを小さくするため、クランプ板を設置している。最後の手書き図に形状を示す。

アンペアターンは、ポールとリターンヨーク中の磁気抵抗を無視すると下記の簡略式から計算される。

$$H_0 l_0 \simeq \frac{B_0}{\mu_0} l_0 = 12,600 \text{ AT} \quad (15)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (16)$$

ここで、 $H_0$  はギャップ中の磁界、 $B_0$  はギャップ中の磁束密度、 $l_0$  はギャップ幅、 $\mu_0$  はギャップ (真空) 中の透磁率である。  $B_0=0.176$  T、 $l_0=0.09$  m を代入して 12,600 AT を得る。

具体的な磁石の構造を仮定した TOSCA による計算では、 $7 \times 10 \text{ cm}^2$  の断面積を持つコイル



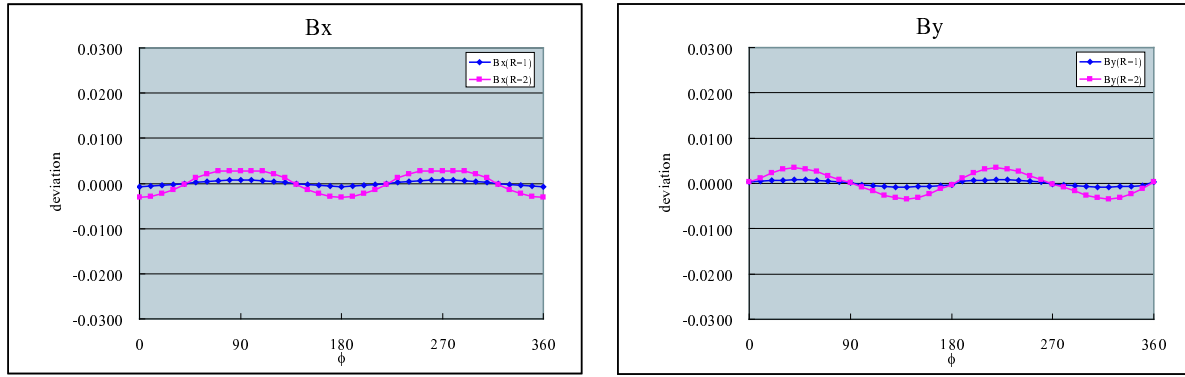


図 3: Wien Filter の対称面 ( $z=0$ ) での磁場の位置依存性。  $B_x, B_y$  とともに理想値 ( $B_{x0}$  および 0) からのずれを、中心磁場  $B_{x0}$  に対する比として表している。横軸は  $z$  軸周りの角度で、0 度が  $+x$  軸方向、90 度が  $+y$  軸方向である。  $R=1, 2$  はそれぞれ、中心から 10 mm, 20 mm の位置の値を表す。

2 つにをに  $90.7 \text{ A/cm}^2$  の電流を流すことで中心磁場  $B_{x0}=1.76 \text{ kG}$  を得た (Modeller を用いた計算、WF\_56)。<sup>1</sup>

必要なアンペアターンは

$$90.7 \text{ A/cm}^2 \times 70 \text{ cm}^2 \times 2 = 12,700 \text{ AT} \quad (17)$$

となり、簡略計算とほぼ一致している。10%程度の余裕をみて、14,000 AT が必要と考えられる。

シミュレーションにより得られた中心軌道上での磁場の積分値  $B_{x0}L_{\text{eff}}^B$  は、 $z$  の積分範囲として  $-50 \sim +50 \text{ cm}$  をとると

$$B_{x0}L_{\text{eff}}^B = \int_{-50}^{+50} B_x dz = 61.7 \text{ kG cm} \quad (18)$$

$B_{x0}=1.76 \text{ kG}$  を代入して有効磁場長は

$$L_{\text{eff}}^B = 35.1 \text{ cm} \quad (19)$$

となる。

中心軸上の磁場分布を図 4 に示す。

## 5.4 電極長

磁場の磁極外への漏れ出しが長く尾を引くのに対して、電極の漏れ出しは比較的早く下がるが、イオン軌道を直線に近づけるには、両者を一致させるのが望ましい。

<sup>1</sup> preprocessor を用いた磁場計算では、 $90.7 \text{ A/cm}^2 \times 70 \text{ cm}^2$  の電流に対して、中心磁場が  $1.4 \text{ kG}$  程度と Modeller を用いた計算の 8 割程度の値になっている。原因を追及中であるが、単位系の取り方の問題が疑われる。Modeller の値の方が手計算と一致しているため、以下の計算では preprocessor の磁場分布は信用して、絶対値を約 1.25 倍して使用している。磁場により比透磁率の変化があるので注意が必要。なお、鉄材として電磁石軟鉄 (SUYP-2) を使用している。

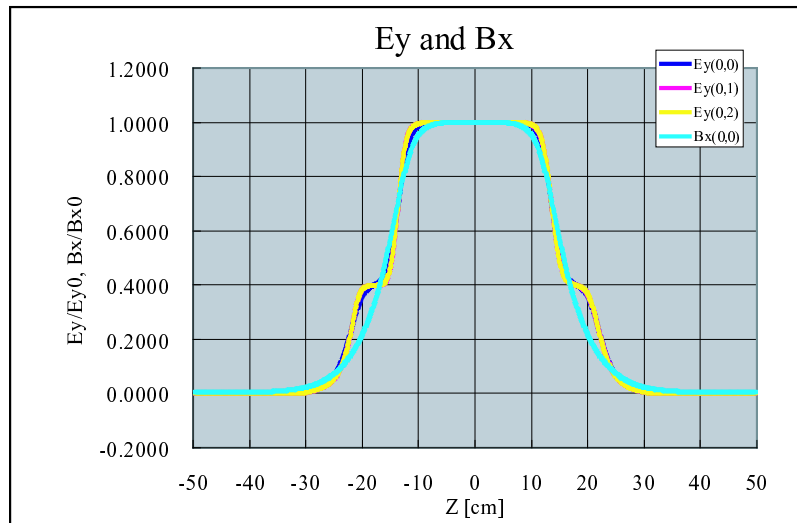


図 4: Wien Filter の電場、磁場の  $z$  位置依存性。電場、磁場ともに中心値で規格化している。凡例の  $(x,y)$  は、 $x,y$  位置を cm 単位で示す。

電極ギャップを広げることで電場の漏れ出しを大きくすることができるが、ギャップ 120 mm でもまだ不十分である。あまりギャップを広げると、電極に印加する電圧の絶対値が大きくなり、扱いにくくなるというデメリットが生じる。また、電場整形用のワイヤー数も多くなる。

この為、Wien Filter の前後に Wien Filter と共に回転するステアラを設置し、電場方向のイオン軌道を補正することにする。また、単なるステアラとして用いるだけでなく、積極的に電圧を印加して電場の漏れ出しを広げて磁場の漏れ出しをできるだけキャンセルする様に使用する。

Wien Filter 電極の長さを磁極と同じ 26 cm とした。電場の漏れ出しを磁場の漏れ出しに近づけるには、さらにもう少し短い方が良いが、磁極よりも短くすると、磁極の存在が電場に影響を与える効果が複雑になると予想されるため、磁極と同じ長さにする事とした。

電場の漏れ出しを磁場の漏れ出しに近づけられる様に、ステアラとアース板の位置と形状を決めた。電極の形状を最後の手書き図に示す。シミュレーションにより得られた中心軸上の電場分布を図 4 に示す。電場計算には、磁極と真空容器 (共にグラウンド電位) の構造が含まれている。

Wien Filter の電極電圧は、Wien Filter 中心において磁場と電場それぞれによる力がキャンセルする様に、式 (8) に従って決める。(Wien Filter 中心での、粒子軌道の傾きの変化が 0 になる)。前後のステアラには同電圧をかけることにし、ステアラの電圧は、電場の有効長が磁場の有効長と同じになる様に決める。(中心軸上に入射したイオンの Wien Filter 中心での軌道の傾きおよび Wien Filter 出口での軌道の傾きが 0 になる)。

実際のイオントランスポートの時に、Wien Filter および ステアラの電場を具体的にどう調整するかについては、検討が必要である。

## 5.5 イオン軌道のシミュレーション

イオン軌道のシミュレーションは、磁極による磁場分布、Wien Filter 電極による電場分布、ステアラによる電場分布のそれぞれをファイルに保存し、今回の設計用に作成したイオン軌道計算

のコードを使用することによって行った。

軌道のシミュレーションでは、非相対論の運動学を用い、軌道解析 (逐次積分計算) には 4 次の Runge-Kutta 法 [?] を用いた。

作成したコードの使用にあたっては、一様磁場中での軌道が解析解と十分な精度で一致すること、および静磁場中でイオン軌道が TOSCA による粒子軌道解析と十分に一致することを確認した。

以下、イオン軌道計算に関する補足事項を列挙する。

- 軌道計算は、粒子軌道に沿った電場、磁場の値を用いて行っている。
- 電場、磁場の全方向の成分を軌道計算に入れた。
- TOSCA によって計算された電場、磁場の値を 1mm のメッシュにてファイルに保存し、軌道計算に使用した。
- メッシュ内の任意の位置の電場、磁場は、隣接する 8ヶ所の格子点上の電場、磁場の値から、直線近似にて内挿した。
- Wien Filter 磁極による磁場、Wien Filter 電極による電場、ステアラによる電場の 3 つを、それぞれ入力パラメータに従ったファクター倍をして重ね合わせ、軌道計算を行っている。但し磁場分布は一般には比例しないので、基本的には変化させずに使用している。

20 kV 加速の  ${}^6\text{Li}^{3+}$  のスピンを  $100^\circ$  回転させる場合 (想定している最大磁場、電場) の場合の計算結果の例を図 5 に示す。

二宮氏のイオン源トランスポート計算では、ビームエミッタンスとして  $100\pi$  mm mr を仮定し、Wien Filter を使用しない場合は、Wien Filter 中心部付近で収束し、エンベレープは、 $x, y$  ともに  $\pm 5$  mm 程度となっている。図 5 では、この仮定に従って代表的な Phase Space 位置での軌道を計算した。

Wien Filter 内の軌道が、Wien Filter をオフにした場合 (即ちドリフトスペースの場合) に一致するのが理想である。つまり軌道が直線に近いのが良い。

軸上に入射したイオンが、ほぼ軸上に出る様に電場を調整している。軸上に入射したイオン軌道の軸からのずれは十分小さい。このことから、軸上での磁場と電場の分布は十分な精度で一致していることが分かる。

一方で、軸に並行に入射した粒子の軌道は、ドリフトスペースと比較して大きく変化している。この原因は、イオンが **Wien Filter** 電極の発生する電位を感じて加減速し、磁場によるローレンツ力が変化することにより、電場による力との釣り合いが崩れたことにある。実際、イオンの加速電圧 20 kV に比べて、Wien Filter 電極の発生する電場 2.45 kV/cm は無視できない。軌道が中心から  $y$  方向に 1 cm ずれば、エネルギーは 12% 変化し、速度は 6% 変化する。これは、磁場と電場の釣り合いの要請が 1% 程度である (節参照) ことに比べて有意に大きい。

## 5.6 磁極形状の修正

磁場と電場の釣り合いの回復は、磁場の一様性を崩して  $y$  依存性を持たせることにより、原理的には可能である (電場に  $y$  依存性を持たせることも可能であるが、より困難である)。

ただし、最適な磁場分布は、イオンの種類、Wien Filter でのスピン回転角によって異なるので、汎用的に合わせることはできない。以下では、20 kV 加速の  ${}^6\text{Li}^{3+}$  のスピンを  $100^\circ$  回転させる場合に最適化することにする。

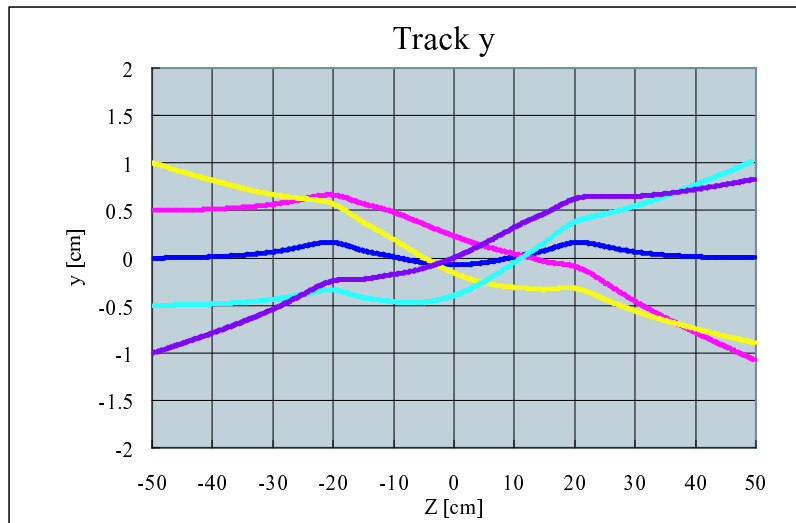


図 5: Wien Filter 内の  $y$  方向軌道

磁極に傾きを持たせる修正を行った。磁極を並行面から傾け、 $y$  方向に 10mm に対して、 $x$  方向に 2.5mm ( $14^\circ$ ) の傾きを持たせている。

修正した磁極の断面構造を図 ?? に示す。シミュレーションによれば、この変更により生成される磁場変化は、 $y$  方向に +10 mm で、+6.3%、-10 mm で -5.8% である。得られた磁場分布を図 7 に示す。

また、図 5 と同じ入射条件のイオン軌道の計算結果を図 8 に示す。ドリフトスペースの軌道に近付いていることが分かる。

## 5.7 現実的なビームエミッタンスを入れた軌道計算

エミッタンス内で一様分布の乱数をふり、トラッキングを行った。

エミッタンスとして、 $x, y$  ともに  $100 \pi$  mm mr をとり、Wien Filter オフの場合に、Wien Filter の中心で  $\pm 5$  mm に収束する分布を作成した。

Wien Filter 入射位置  $z=050$  cm での分布は図 9 のようになる。

この時の、Wien Filter 出口位置  $z=50$  cm での分布を、磁極を並行にとった場合について図 10 に、磁極を傾けた場合について図 11 に示す。

現時点では、特に磁極を傾けた方が、出口のエミッタンスの特性が良いとは言えない状況である。ビームを Wien Filter 中央付近で正しく  $\pm 5$  mm 程度に絞ることができるのであれば、どちらでも大きな差はないと思われる。

## 5.8 トランファー行列とビームトランスポート計算

次の課題。

# New Ion Source Beam Line Wien Filter with inclined pole pieces

2004.09.07

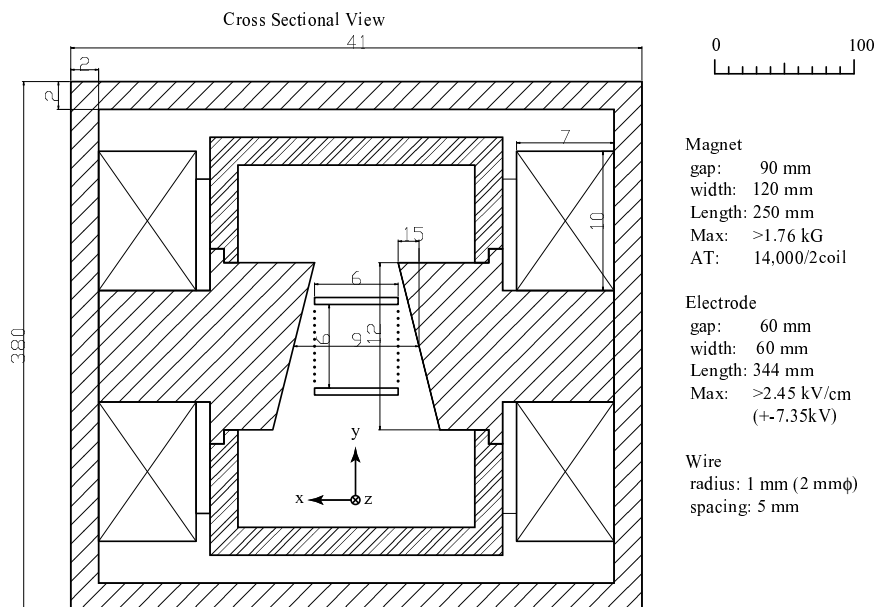


図 6: Wien Filter の対称面 ( $z=0$ ) での断面形状。磁極に傾きを付ける修正を行った。

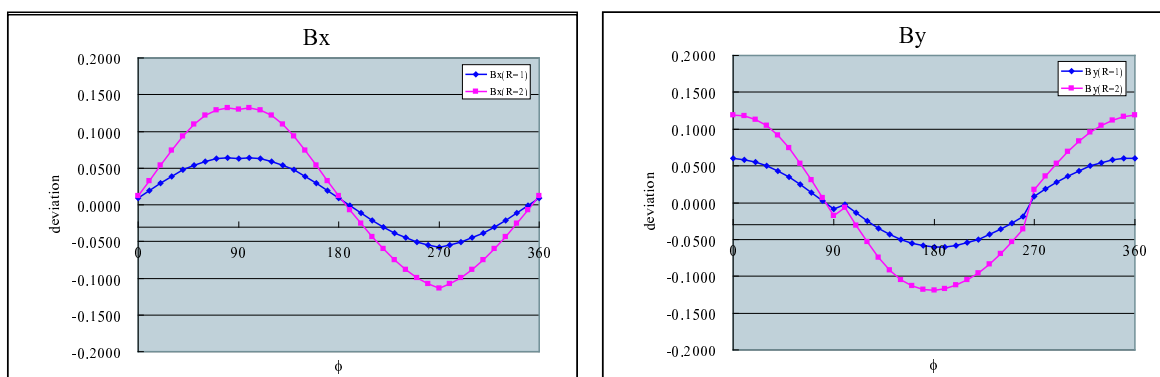


図 7: 磁極に傾きを Wien Filter の対称面 ( $z=0$ ) での磁場の位置依存性。  $B_x, B_y$  とともに理想値 ( $B_{x0}$  および 0) からのずれを、中心磁場  $B_{x0}$  に対する比として表している。横軸は  $z$  軸周りの角度で、0 度が  $+x$  軸方向、90 度が  $+y$  軸方向である。R=1,2 はそれぞれ、中心から 10 mm, 20 mm の位置の値を表す。

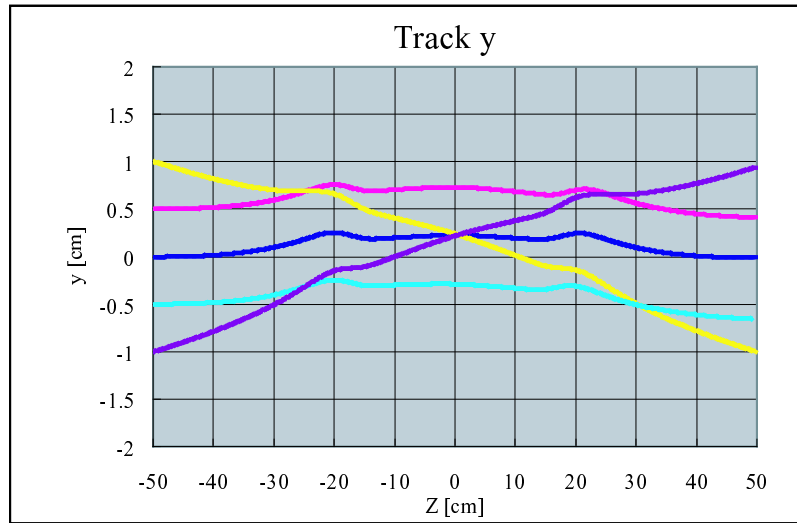


図 8: Wien Filter 内の y 方向軌道

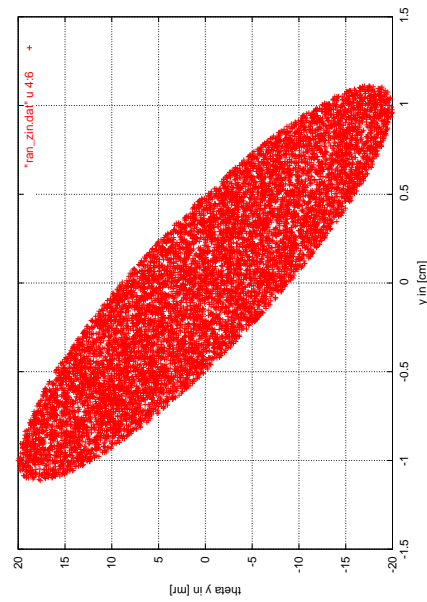


図 9: Wien Filter 入射位置 ( $z=-50$  cm) での一様乱数による  $y, \theta_y$  phase space 分布。  $x$  も同様。

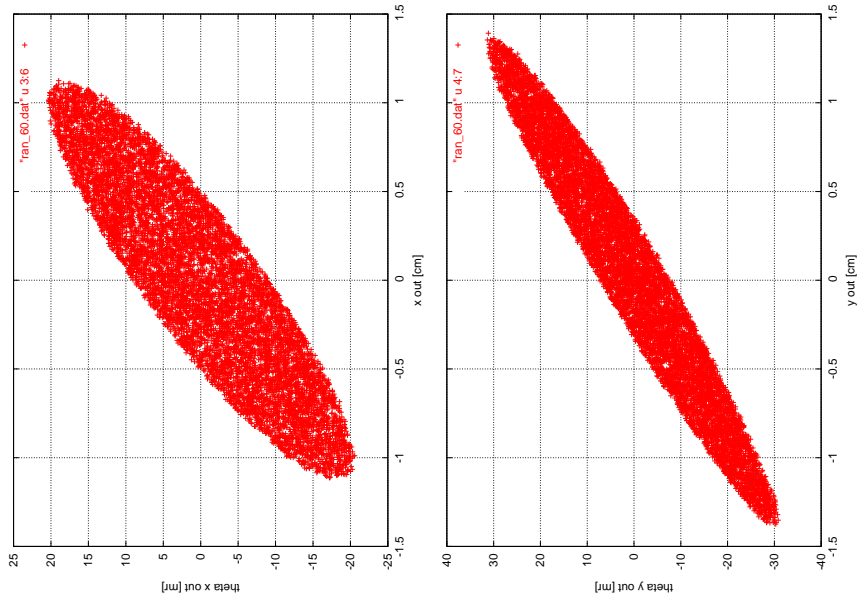


図 10: 磁極を並行にとった場合の Wien Filter 出口位置 ( $z=50$  cm) での phase space 分布。

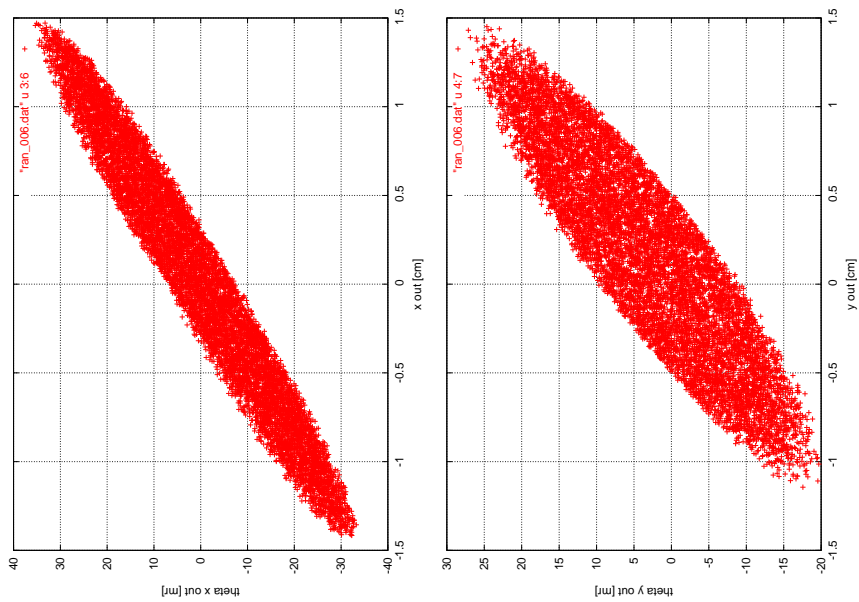


図 11: 磁極を傾けた場合の Wien Filter 出口位置 ( $z=50$  cm) での phase space 分布。

## 参考文献

- [1] Review of Particle Physics by Particle Data Group, Phys. Rev. D **66** (2002) 010001.
- [2] Table of Isotopes 8th Ed. 1998 Update, by R.B. Firestone, (Wiley Intescience, 1998, New York).
- [3] P. Raghavan, At. Data Nucl. Data Tables 42 (1989) 189.
- [4] 「加速器電磁石入門」、遠藤有聲、高エネルギー加速器研究機構。
- [5] 「JISハンドブック鉄鋼 1987」、日本規格協会、pp. 1462。
- [6] 「理科年表 2002」、国立天文台編、(丸善,2001)、pp. 424。