

## 相対論的核物理問題 ( 2003年9月29日 )

1 . 次の核子  $\psi$  と中間子  $\sigma$  のラグランジアンが与えられている時に次の設問に答えよ。

$$L = \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m - g\sigma)\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2$$

1 - 1 . オイラーラグランジェ ( E L ) の方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} - \partial_{\mu} \frac{\partial L}{\partial (\partial_{\mu} \sigma)} = 0$$

E L を使って  $\sigma$  に対する運動方程式を求めよ。

1 - 2 . その時に核子の満たすべき運動方程式を E L を使って求めよ。

1 - 3 . 核子の運動方程式を使って、連続の方程式を導き、4時限電流 ( 密度と3次元電流 ) を求めよ。

2 . 問1の核子の運動方程式で  $g\sigma = U$  と書いた時のディラック方程式は次の様に書ける。

$$(-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m + \beta U)\psi = E\psi$$

この方程式を次の設問に従って解け。

2 - 1 .  $\psi = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$  とおくことにより  $f$  と  $g$  の連立方程式を求めよ。ただし、ディラックの行列は次の様に書ける。  $\vec{\sigma}$  はスピン行列である。

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2 - 2 .  $g$  を消去して  $f$  だけの方程式を求めよ。

2 - 3 . その時に  $U$  が中心からの距離だけの関数  $U(r)$  とするときスピン軌道力を求めよ。

2 - 4 . その時に使う次の関係式を証明せよ。

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{A} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot \vec{B} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$