

力学 II 演習問題 [第 9 回] (2024.12.16 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. 次の運動方程式で表される 3 自由度の振動問題

$$m\ddot{u}_1 = -ku_1 + k(u_2 - u_1)$$

$$m\ddot{u}_2 = -k(u_2 - u_1) + k(u_3 - u_2)$$

$$m\ddot{u}_3 = -k(u_3 - u_2) - ku_3$$

を考える。この運動方程式は

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

を用いて

$$\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{u} = -\omega^2 \hat{A}\mathbf{u}$$

の形に表される。行列 \hat{A} を求めよ。

2. \hat{A} の固有値と規格化された固有ベクトルを求めよ。

3. 得られた固有ベクトルのうち一つを \mathbf{v} とし、その成分

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

を用いて

$$u(t) = v_1 u_1(t) + v_2 u_2(t) + v_3 u_3(t)$$

を定義する。 $u(t)$ が単振動の方程式に従うことを示せ (どれか一つの固有ベクトルで良い)。
