量子力学IIのまとめ

- ブラケットの導入（§1）
  - 状態を表す記法 $|\psi\rangle$、状態の集合はベクトル空間を作る
- 調和振動子の代数的方法（§2）
  - 生成消滅演算子と交換関係を用いて固有エネルギーや波動関数が計算できる
- 中心力のシュレディンガー方程式（§3）、応用：水素原子（§4）
  - 中心力の場合、極座標の動径変数 r と角度変数 θ, ϕ が分離（回転対称性）
  - 角度方向の解は球面調和関数 $Y_\ell^m(\theta,\phi)$、角運動量演算子 $\hat{\boldsymbol{L}}$ の固有値は量子化される

$$\begin{aligned} &\hat{\boldsymbol{L}}^2 Y_\ell^m(\theta,\phi) = \ell(\ell+1)\hbar^2 Y_\ell^m(\theta,\phi), && \ell : \text{非負整数、角運動量ベクトルの大きさ} \\ &\hat{L}_z Y_\ell^m(\theta,\phi) = m\hbar Y_\ell^m(\theta,\phi), && m = 0, \pm 1, \cdots, \pm\ell \quad \text{磁気量子数、ベクトルの方向} \end{aligned}$$

  - 動径方向のシュレディンガー方程式からエネルギー固有値が得られる（$2\ell+1$ 重縮退）
  - 水素原子のエネルギー

$$E_n = -\frac{\mu c^2 \alpha^2}{2}\frac{1}{n^2} = -\frac{\mu e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

- 角運動量の代数的方法（§5）、応用：ゼーマン効果、ラーモア歳差運動（§6）、合成（§7）
  - 角運動量演算子の固有値と固有状態は交換関係で計算できる
  - スピン（整数または半整数の角運動量）：量子力学的粒子の内部自由度
  - パウリ行列（$\sigma_i^\dagger = \sigma_i, \mathrm{Tr}\ \sigma_i = 0$）：スピン 1/2 の演算子は $\boldsymbol{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

  - 荷電粒子の角運動量は電磁場と結合しエネルギーを生じる
  - 角運動量 j^A と j^B を合成すると $j^A + j^B, j^A + j^B - 1, \cdots, |j^A - j^B|$ の角運動量ができる
- 摂動論、応用：シュタルク効果（§8）
  - エネルギーの 1 次の摂動：非摂動固有状態 $|n\rangle_0$ での摂動項 $\hat{V}$ の固有値

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= {}_0\langle n|\hat{V}|n\rangle_0 \\ E_n &\approx {}_0\langle n|\hat{H}_0|n\rangle_0 + {}_0\langle n|\hat{V}|n\rangle_0 = {}_0\langle n|\hat{H}|n\rangle_0 \end{aligned}$$

  - エネルギーの 2 次の摂動：基底状態に対して必ず 0 か負

$$E_n^{(2)} = \sum_{m\neq n}\frac{|{}_0\langle n|\hat{V}|m\rangle_0|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$