

量子力学 II レポート課題 [第 4 回] 提出期限：2025.6.11 (2025.6.4 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

調和振動子の場合（講義ノート §2.9）と同様に、角運動量代数の計算を座標表示で行うことによって球面調和関数を考える。 j^2 の固有値を λ 、 $\hat{j}_z$ の固有値を m とすると、 m が最大値 j である状態 $|\lambda, j\rangle$ は

$$\hat{j}_+ |\lambda, j\rangle = 0$$

を満たす。これを極座標 (r, θ, ϕ) で表示すると

$$e^{+i\phi} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{i}{\tan \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) [e^{ij\phi} \Theta(\theta)] = 0$$

となる。ただし i は虚数単位、 j は整数であり、 $\Theta(\theta)$ は角度 θ の関数である。次の問に答えよ。

1. $\Theta(\theta)$ に関する微分方程式を導け。
2. 微分方程式を変数分離で解き $\Theta(\theta)$ の一般解を求めよ。ヒント： $\frac{d}{dx} [\ln f(x)] = \frac{1}{f(x)} \frac{df(x)}{dx}$

講義についての質問や、ご意見ご要望があれば末尾に書いてください。