

閾値カスプとハドロン間相互作用



Tetsuo Hyodo

RCNP, The University of Osaka

2026, Jun. 17th 1



導入

- ハドロン間相互作用
- 閾値カスプ



カスプとアイソスピン対称性

[K. Sone, T. Hyodo, arXiv:2605.26658 \[hep-ph\]](#)

- 一般的な散乱振幅によるカスプ構造
- アイソスピン対称性と破れの帰結



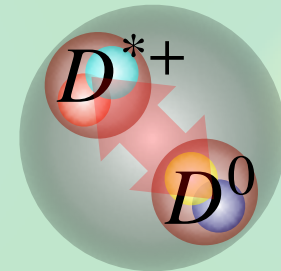
まとめと今後の課題

ハドロン間相互作用の研究

ハドロン間相互作用 (B02班)

- YN相互作用 = 一般化核力、状態方程式、中性子星
- エキゾチックハドロン (ハドロン分子)

F. K. Guo, *et al.*, Rev. Mod. Phys. 90, 072501 (2018)

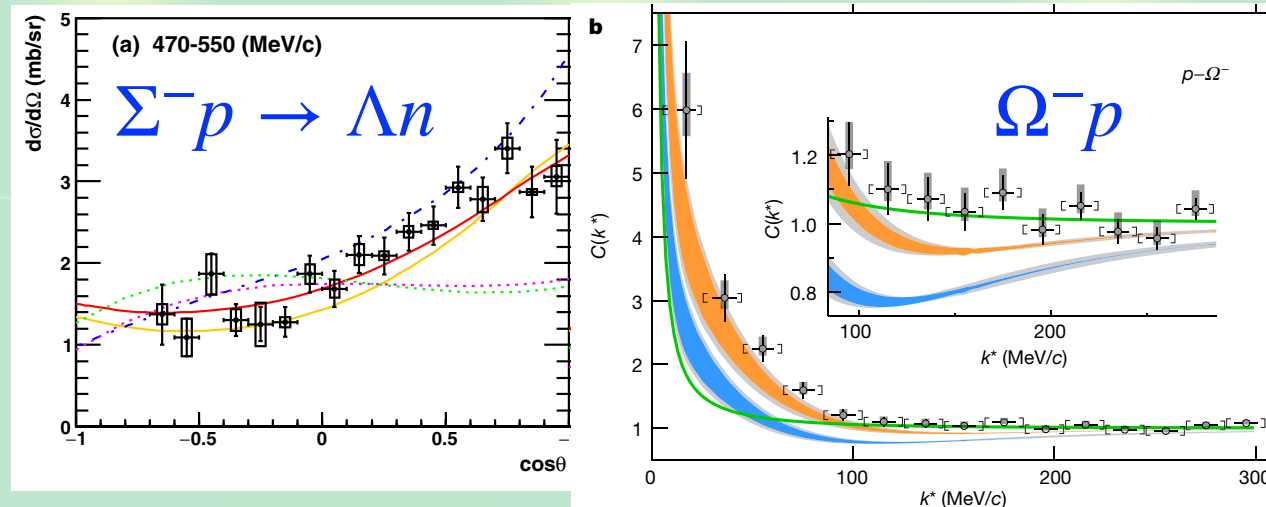


代表的な実験的手法

K. Miwa, *et al.*, J-PARC E40, PRL 128, 072501 (2022);

S. Acharya, *et al.*, ALICE collaboration, Nature 588, 232 (2020)

- 散乱実験
- フェムトスコピー
- 閾値カスプ



閾値カスプ

散乱断面積の非解析的な振る舞い@非弾性散乱閾値 ($E = 0$)

L.D. Landau, E.M. Lifshitz, “*Quantum mechanics*” third edition, p. 620;

F.K. Guo, X.H. Liu, S. Sakai, PPNP 112, 103757 (2020)

- 運動量

$$p(E) = \sqrt{2\mu E + i0^+} = \begin{cases} \sqrt{2\mu E} & E > 0 \\ i\sqrt{-2\mu E} & E < 0 \end{cases}$$

- 散乱断面積に $p(E)$ の1次の項

$$\sigma^N(E) = \frac{\sigma(E)}{\sigma(0)} = \begin{cases} 1 + C_+ \sqrt{2\mu E} & E > 0 \\ 1 + C_- \sqrt{-2\mu E} & E < 0 \end{cases}$$

→ エネルギー微分が閾値で発散

$$\left. \frac{d\sigma^N(E)}{dE} \right|_{E=0} = \begin{cases} \text{sgn}(C_+) \infty & E > 0 \\ -\text{sgn}(C_-) \infty & E < 0 \end{cases}$$

$-\text{sgn}(C_-)$	$\text{sgn}(C_+)$
+	-
-	-
-	+
+	+

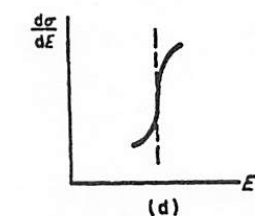
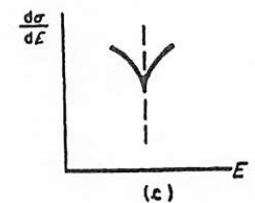
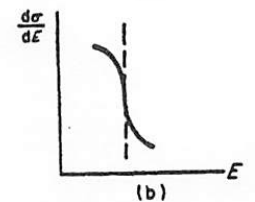
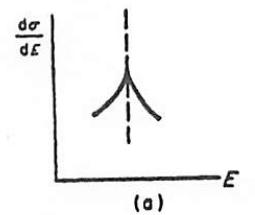


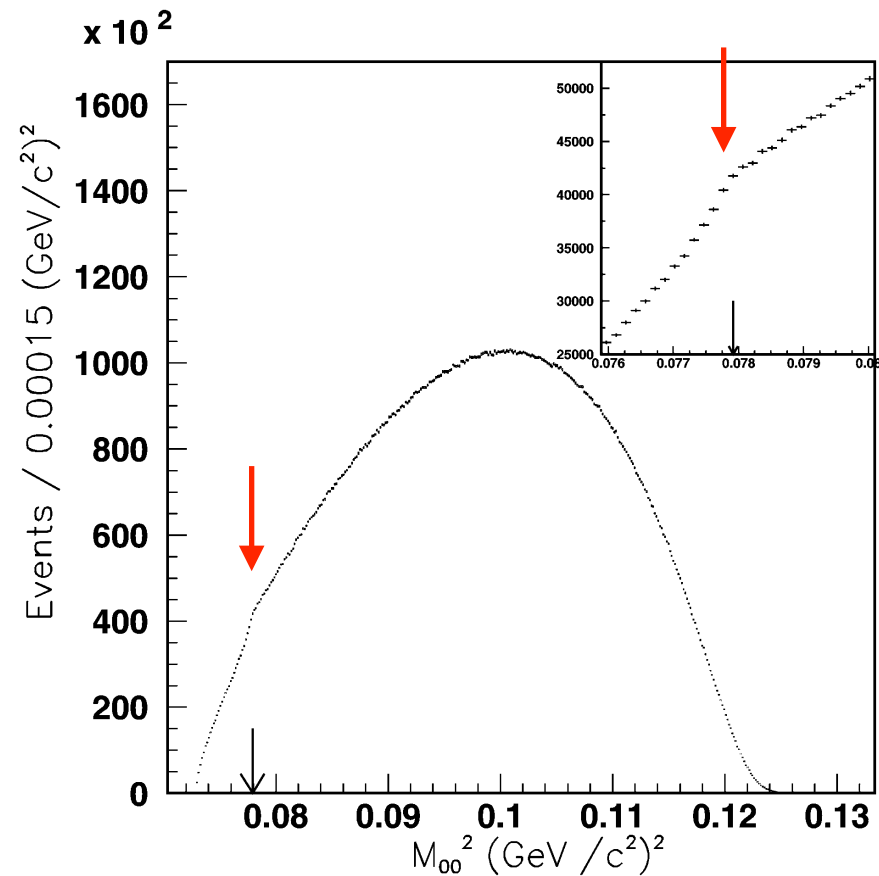
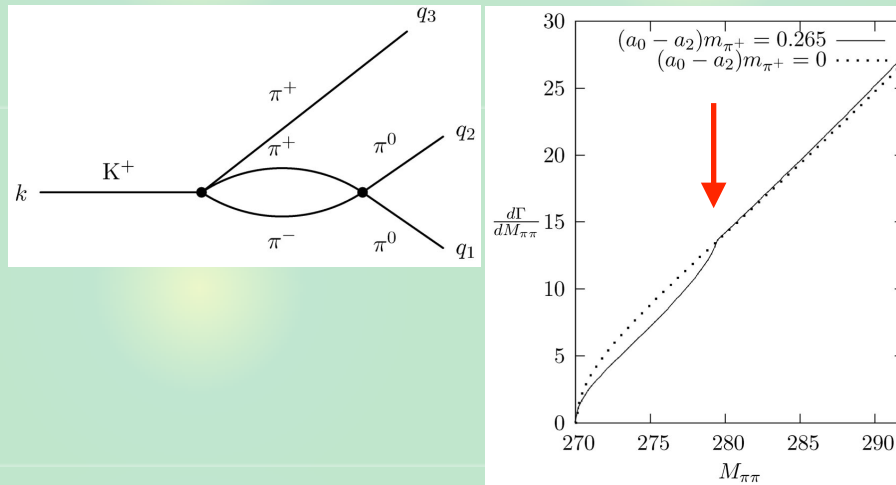
FIG. 50

閾値カスプと散乱長

$K \rightarrow \pi\pi\pi$ 弱崩壊による $\pi\pi$ 散乱長の決定

N. Cabibbo, PRL93, 121801 (2004); NA88/2 Collaboration, PLB 173, 633 (2006)

- カスプの構造 → 散乱長
- 散乱長大 ~ 顕著なカスプ



他の応用 ($\Lambda_c \rightarrow \pi\pi\Sigma$, $\Lambda_b \rightarrow \pi DN$)

T. Hyodo, M. Oka, PRC84, 035201 (2011);

S. Sakai, F.K. Guo, B. Kubis, PLB 808, 135623 (2020)

カスプ研究での課題

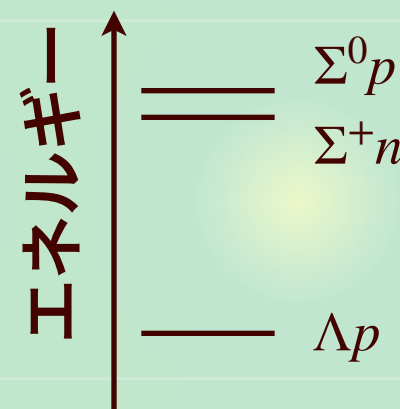
一般的なカスプ理論

- カスプ構造を決めている物理量は何か？

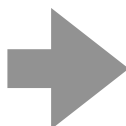
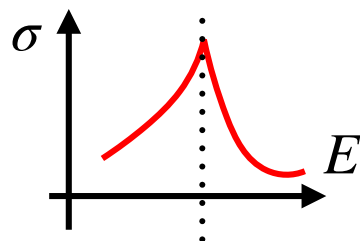
アイソスピン対称性と破れ

- 近接した複数の閾値でのカスプの関係は？

$$E_{\Sigma^0 p} - E_{\Sigma^+ n} \approx 2 \text{ MeV}, \quad E_{\Sigma^+ n} - E_{\Lambda p} \approx 75 \text{ MeV}$$

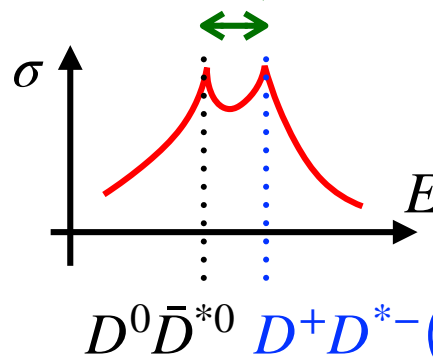


従来のカスプ理論



本研究計画でのカスプ理論

7 MeV(アイソスピンの破れ)



一般的な散乱振幅

一般的な N チャンネル散乱：K行列による表現 ~ EFTの主要項

- N 番目の閾値 ($E = 0$) 近傍： $p_N(E)$ が小さい

$$f^{(N)}(E) = \left[\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1N} \\ K_{12} & K_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ K_{1N} & \cdots & & K_{NN} \end{pmatrix}^{-1} - i \begin{pmatrix} p_1 & & & 0 \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & p_N(E) \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

- チャンネル N の散乱長 a_N とチャンネル依存の定数 b_{ij}

$$f_{ij}^{(N)}(E) = f_{ij}^{(N)}(0) \frac{1 + i b_{ij} p_N(E)}{1 + i a_N p_N(E)}, \quad p_N(E) = \sqrt{2\mu_N E + i0^+}$$

- 散乱断面積

$$\sigma_{ij}^{(N)}(E) = \sigma_{ij}^{(N)}(0) \times \begin{cases} 1 + 2\text{Im}[a_N - b_{ij}] \sqrt{2\mu_N E} + \mathcal{O}(E) & E > 0 \\ 1 + 2\text{Re}[a_N - b_{ij}] \sqrt{-2\mu_N E} + \mathcal{O}(E) & E < 0 \end{cases}$$

カスプの構造

一般の閾値： $a_N - b_{ij}$ の実部・虚部によって4種類のカスプが可能

K. Sone, T. Hyodo, arXiv:2605.26658 [hep-ph]

光学定理より $\text{Im } a_N < 0$

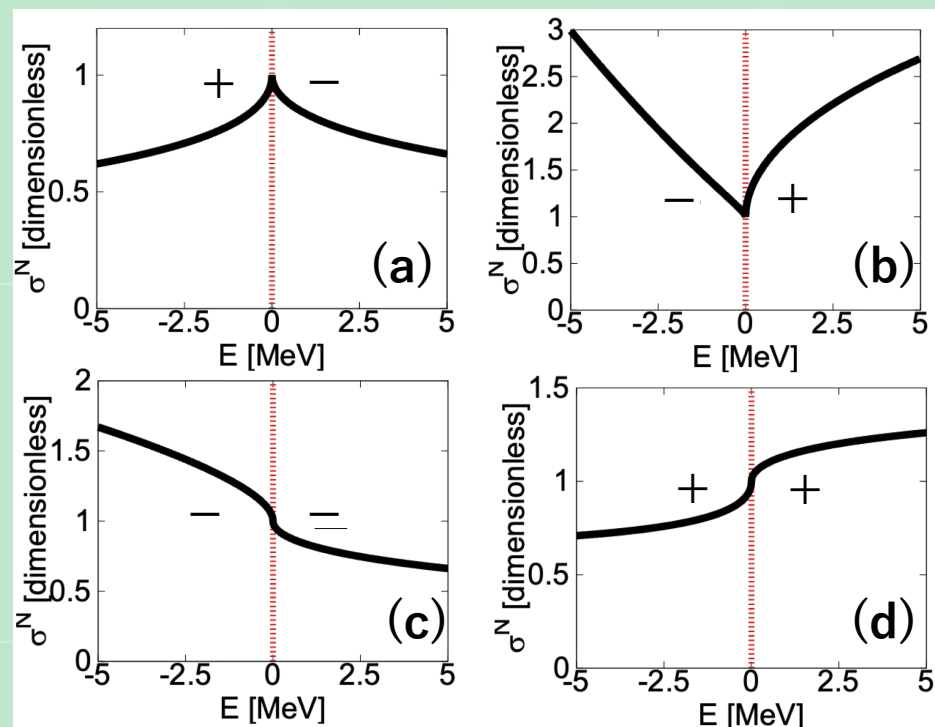
→ 特別な場合 (b),(d)が禁止

- 2チャンネル散乱の $\sigma_{11}(E)$
- 3チャンネル散乱の $\sigma_{12}(E)$

係数 b_{ij} の物理的意味

- バックグラウンド散乱と関係

K. Sone, T. Hyodo, PRC 112, 065207 (2025)



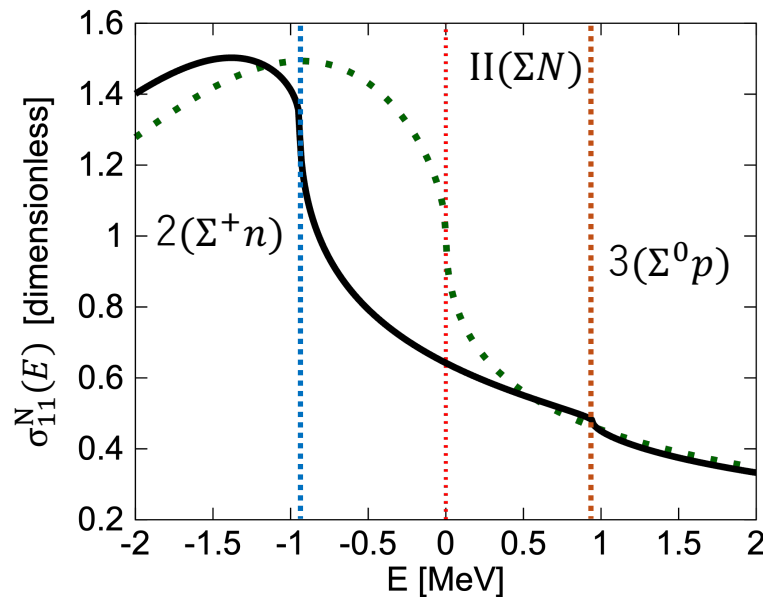
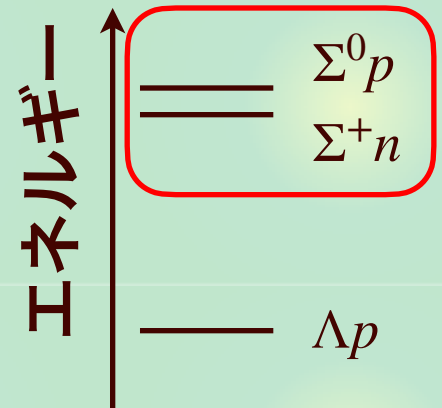
カスプの構造は散乱長 a_N と定数 b_{ij} で決まる

ΛN - ΣN カスプ

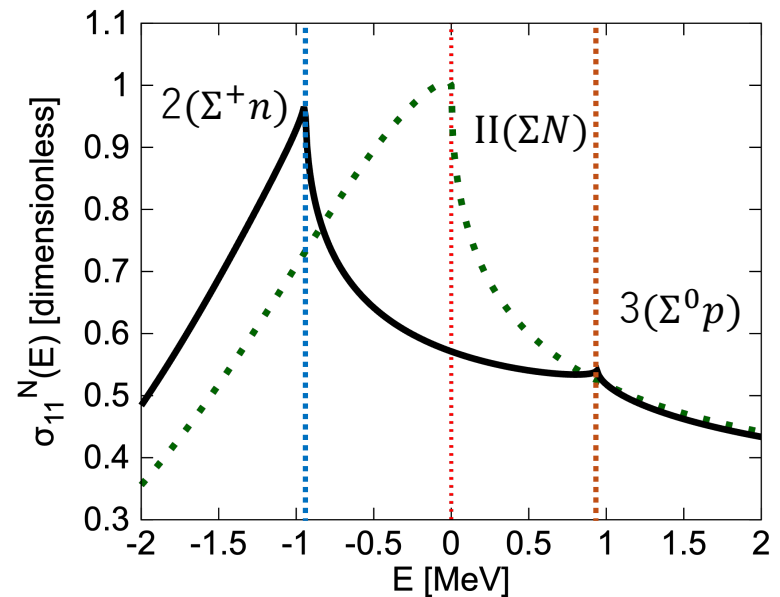
Λp 弾性散乱断面積 (Λp - $\Sigma^+ n$ - $\Sigma^0 p$)

K. Sone, T. Hyodo, arXiv:2605.26658 [hep-ph]

- N2LOカイラルEFTの散乱長 (3S_1 のみ)



↑
パラメータの違い
↓



- アイソスピンの破れが小さければ2つの閾値で**同種**のカスプ
- アイソスピン**対称極限** = 2つのカスプの**”合成”**

まとめ

-  閾値カスプ → ハドロン間相互作用
-  一般的なカスプを決める要素
 - チャンネル N の散乱長 a_N
 - バックグラウンドに関する係数 b_{ij}
-  アイソスピン対称性と破れ
 - 近接する閾値で同種のカスプが現れる
 - 対称極限はカスプの”合成”

K. Sone, T. Hyodo, arXiv:2605.26658 [hep-ph]

今後の課題



クーロン相互作用の影響

- 電荷 $Q = 0$: Λn - $\Sigma^0 n$ - $\Sigma^- p$
- EFTによるクーロン力の取り扱い

R. Higa, H.W. Hammer, U. Van Kolck, NPA 809, 171 (2008);
T. Kinugawa, T. Hyodo, arXiv:2605.26658 [hep-ph]



弾性散乱 → 実験の反応でのカスプ構造

- J-PARC E90では $K^- d \rightarrow p \Lambda \pi^-$ 反応 (B02班)

Y. Ichikawa, *et al.*, EPJ Web Conf. 271, 02012 (2022)



フェムトスコピーの相関関数のカスプ？