

# 離散化チャンネル結合法を軸とする 原子核反応研究の進展と応用

(自主)特別講義@RCNP

おがた かずゆき

緒方 一介

大阪大学 核物理研究センター 核物理理論研究部門  
(阪大RCNP)

0.はじめに

# 講義のアウトライン

1. 核反応研究と模型空間(導入)
2. 連続状態離散化チャネル結合法(CDCC)
  - 2a. 概観および理論的基盤
  - 2b. 離散化の方法と物理量の平滑化
3. 微視的反応論(QCDから核物理へ)
4. 反応計算の基礎 (アイコナール近似・チャネル結合法・波束の理論)
5. アイコナールCDCCとその天体核反応への応用
6. アイコナール反応理論と中性子除去反応 → そして $(p,pN)$ 反応へ
7. CDCCを用いた核データ研究

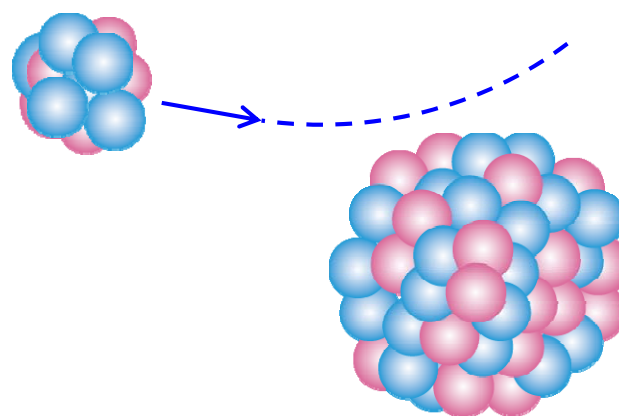
# 講義についての注意点(あるいは釈明)

1. ある程度の反応論の基礎を前提としています。  
ただし断面積～遷移確率～遷移強度くらいの捉え方でも理解できるように配慮したつもりです。
2. 説明を単純化しています。  
「実は...である」「例外として...」といったことは、なるべく話しません。ただし、この講義の内容が限定的なものであることは、必ず認識しておいてください。理解の足場と捉えてもらえればと思います。
3. 散乱の形式論は(ほとんど)やりません。  
反応に興味を持ったら、適当な教科書で(必ず)勉強してください。

# 1. 核反応研究と模型空間(導入)

# 原子核反応研究とは？

原子核に(同種または別種の)原子核を入射したときに起きる現象を記述・理解することを目指すもの。反応に関与する原子核の構造を理解することはその目的のひとつ。

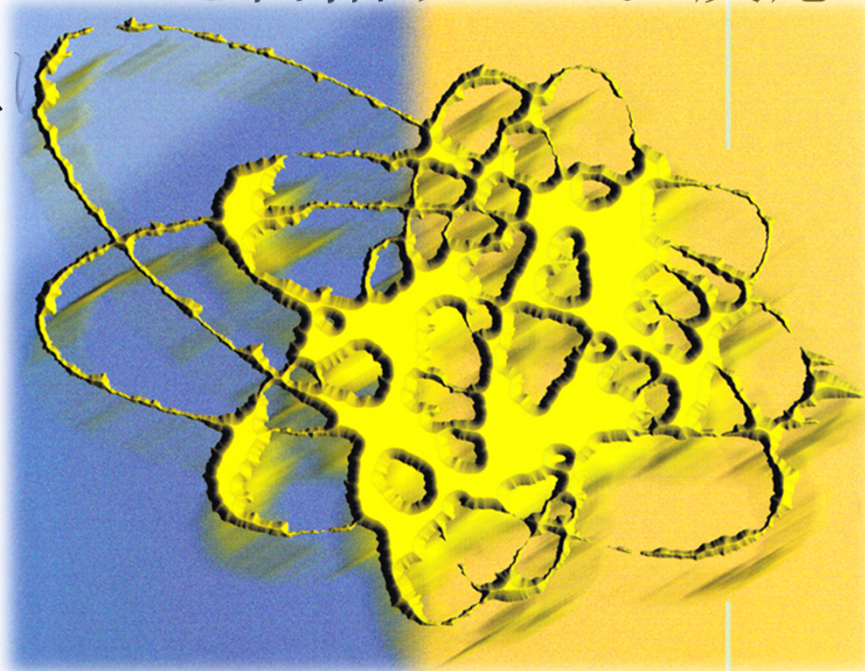


← 注: 原子核はこんな“形”はしていません。

核反応は核構造を調べる道具であるが、それだけではない。

# 原子核反応研究とは？

原子核に(同種または別種の)原子核を入射したときに起きる現象を記述・理解することを目指すもの。反応に関与する原子核の構造を理解すること



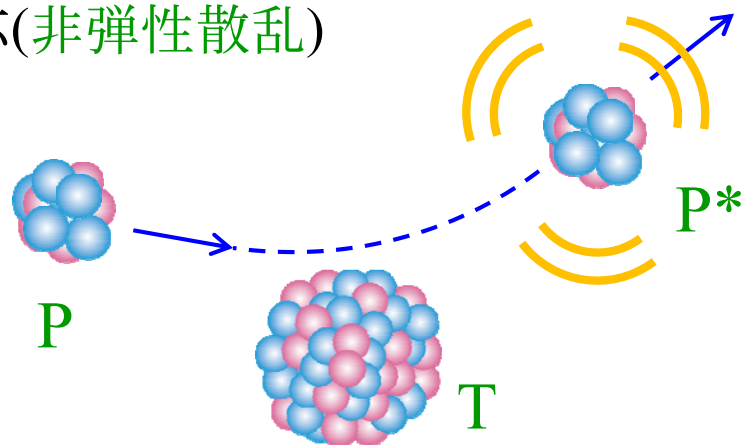
← 注: 原子核はこんな“形”はしていません。

ボーア・モッテルソンの教科書の表紙  
(参考: 松柳氏の講義)

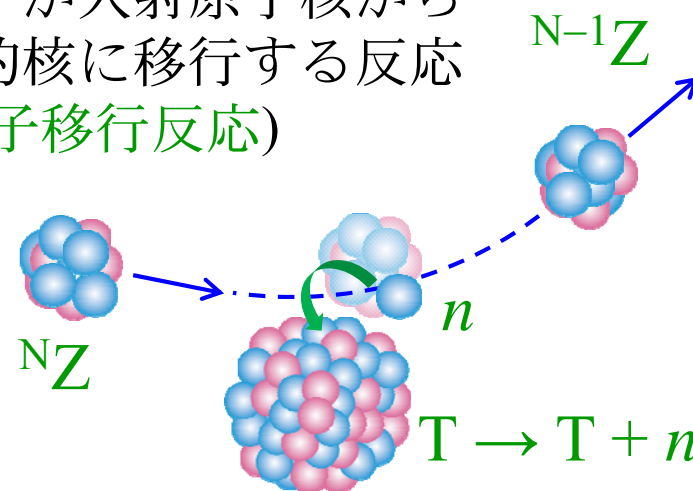
核反応は核構造を調べる道具であるが、それだけではない。

# 多彩な核反応

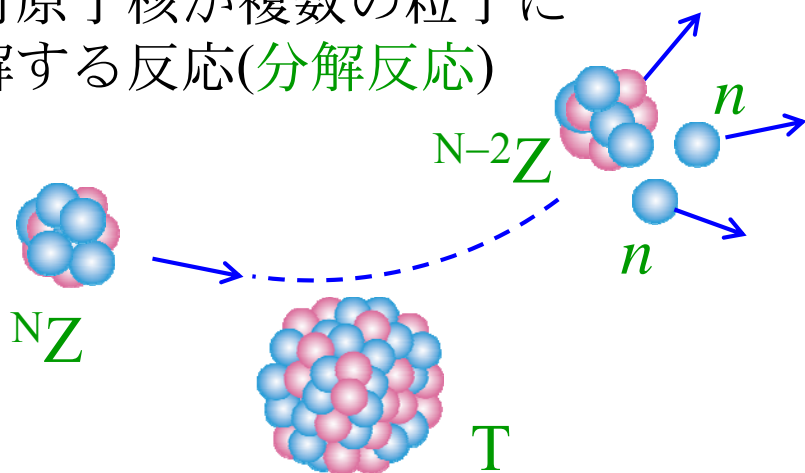
- 入射原子核が励起する反応(非弾性散乱)



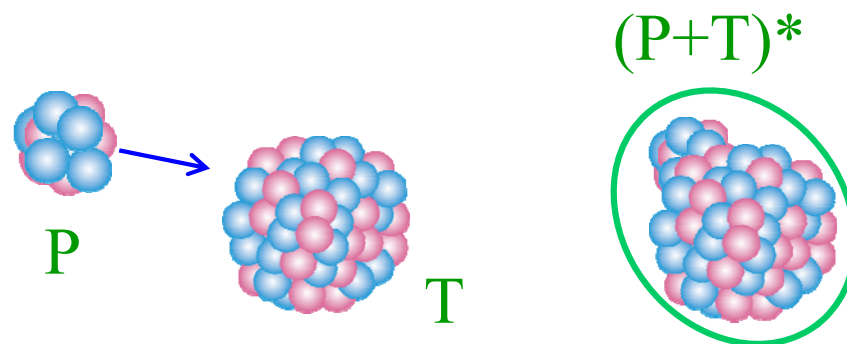
- 核子が入射原子核から標的核に移行する反応(核子移行反応)



- 入射原子核が複数の粒子に分解する反応(分解反応)



- 入射原子核が標的核に吸収される反応(融合反応)





# 原子核反応の描述

ある反応が起きる確率は、次の遷移行列が得られれば、その絶対値自乗(の定数倍)によって与えられる。

$$T_{\beta\alpha} = \langle \Phi_{\beta}^{\text{free}} | V_{\beta} | \Psi_{\alpha} \rangle$$

$\Phi_{\beta}^{\text{free}}$  : 終状態の構成粒子の波動関数と、それらの間の自由波の積

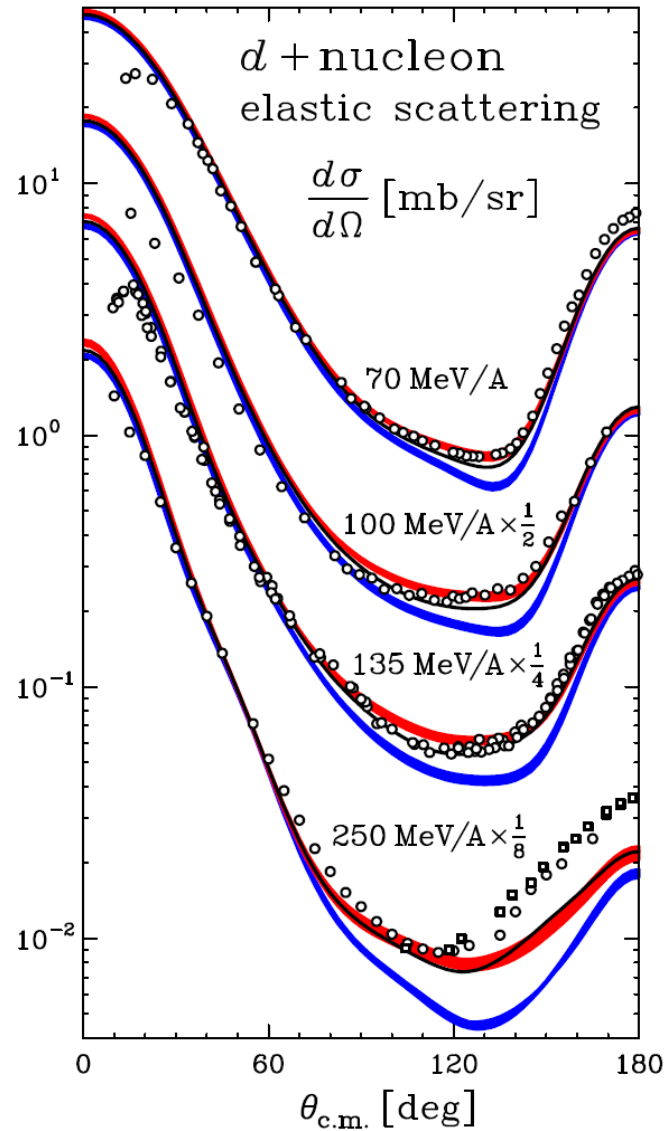
$V_{\beta}$  : 終状態の構成粒子間の相互作用

$\Psi_{\alpha}$  : 始状態( $\neq$ 入射状態)の正確な波動関数

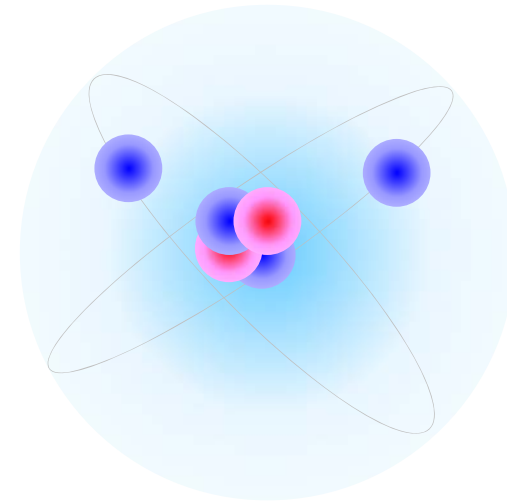
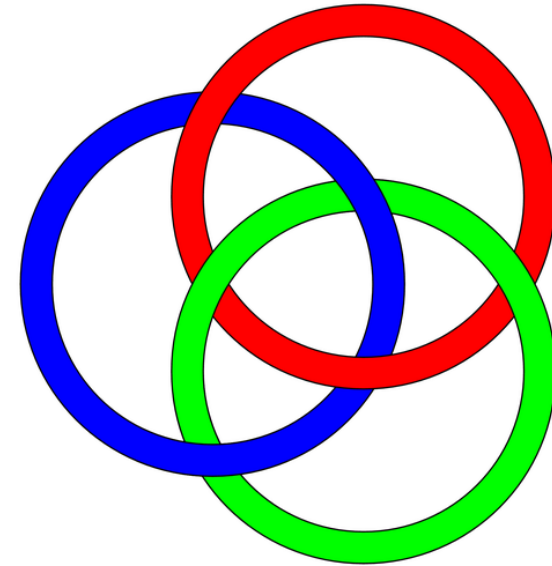
系の基本構成要素(核子)の間の相互作用はよくわかっているのに、何が難しいのか?

A. 多体系(多自由度)だから。

# 3粒子系の豊かさ



*K. Sekiguchi et al., Phys. Rev. C 65, 034003 (2002).*

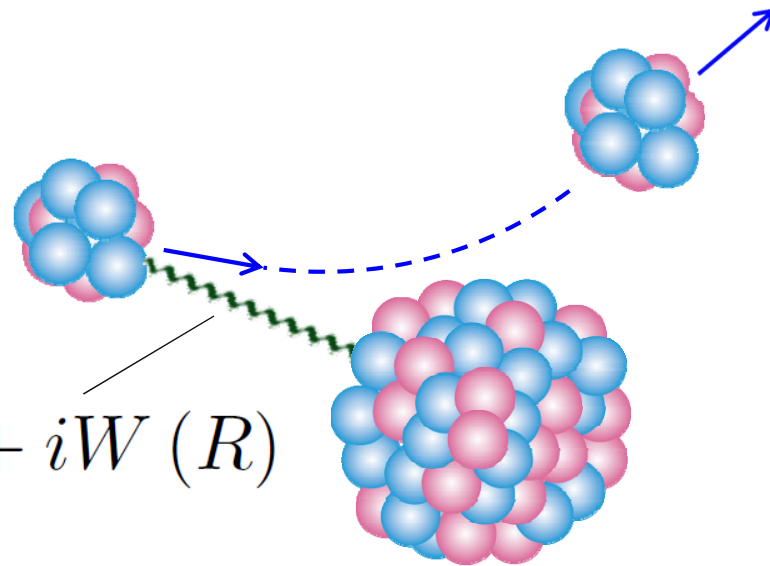


基礎相互作用がわかってても...

ボロミアン核( ${}^6\text{He}$ )

# 原子核反応の多自由度性の象徴

光学ポテンシャル = 弾性散乱を記述する複素一体ポテンシャル



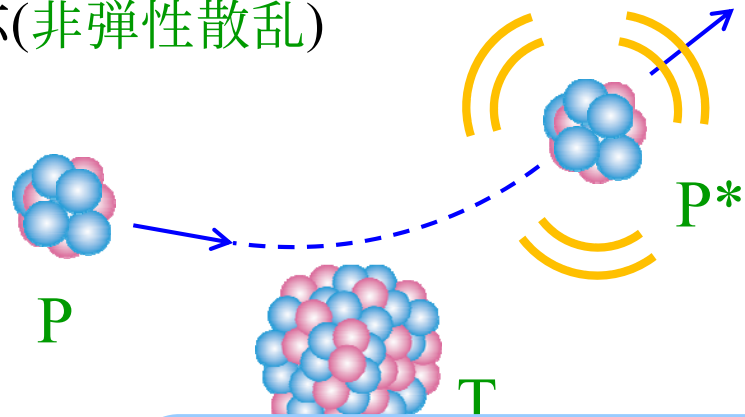
エネルギー・粒子の  
移行なし

$$U(R) = V(R) + iW(R)$$

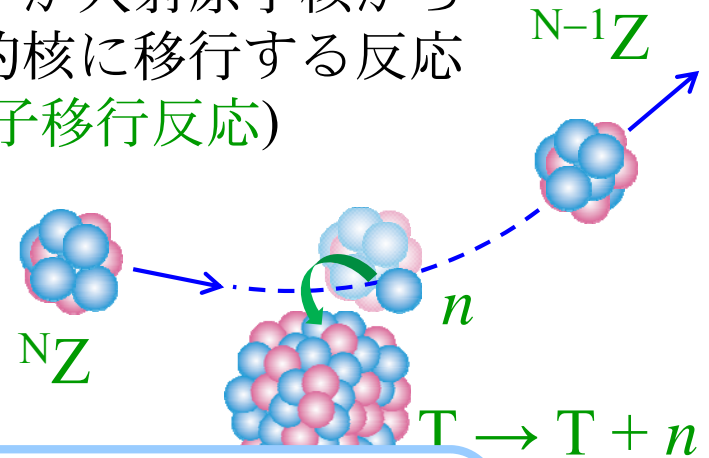
- 弾性散乱のような簡単な反応の記述に、どうしてそのような得体の知れないものが必要なのか?
- $W(R)$  は入射流束の吸収をもたらす。この吸収とは何か?

# 多彩な核反応

- 入射原子核が励起する反応(非弾性散乱)

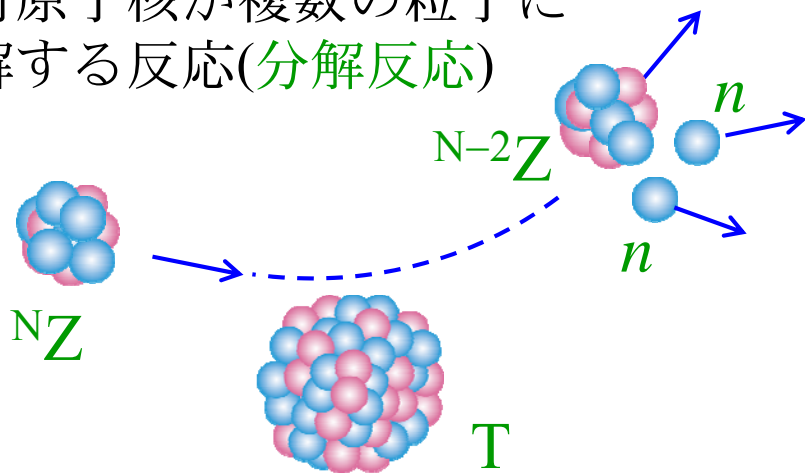


- 核子が入射原子核から標的核に移行する反応(核子移行反応)

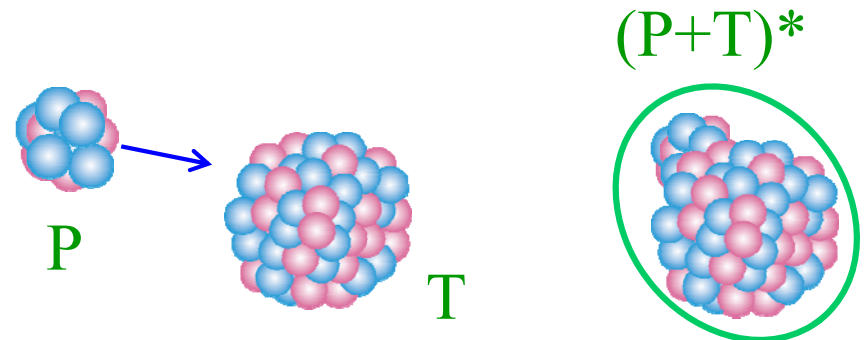


全ての反応が“吸収”として扱われる(吸収 ≠ 融合)

- 入射原子核が複数の粒子に分解する反応(分解反応)

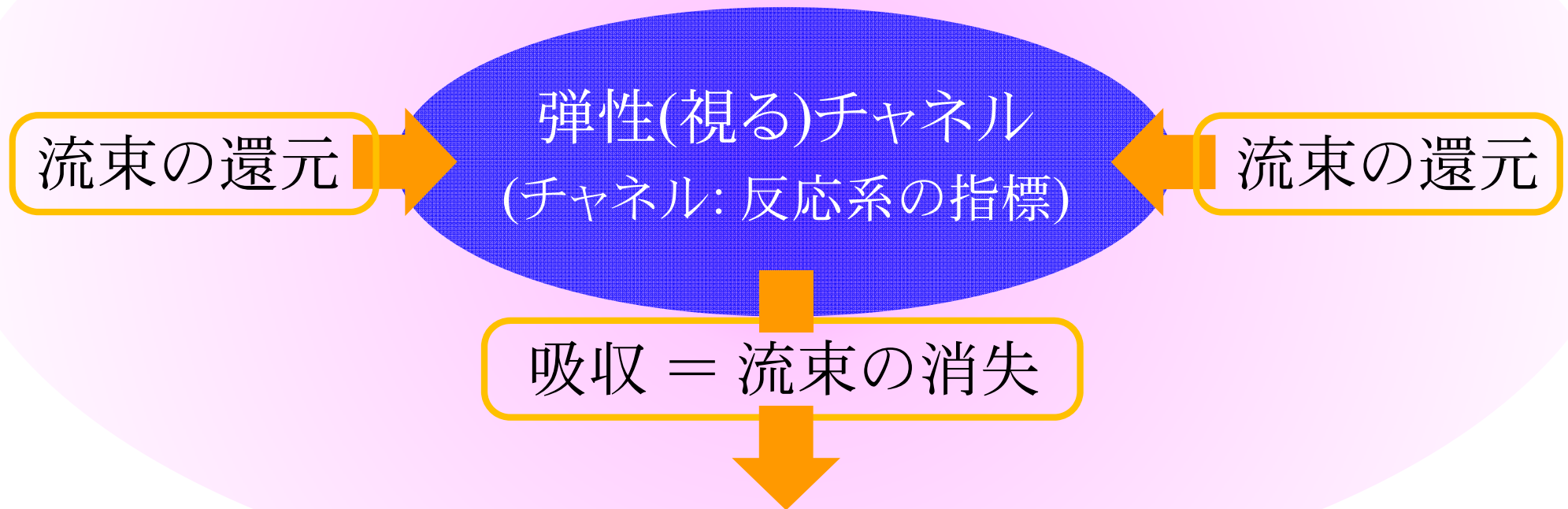


- 入射原子核が標的核に吸収される反応(融合反応)



# 模型空間の設定(核反応論の“神髄”)

弾性チャンネル以外の(視ない)チャンネル  
(追跡不可能)



cf. 全反応断面積

注意: 弾性(視る)チャンネル以外に逃げる流束の総量は記述可能。

# 核反応研究と模型空間のまとめ

- 核反応研究の目的は、核子多体系の動的な振る舞いを理解することである。
- 核反応は極めて多彩な現象であり、入射・標的核(反応系)の組み合わせ、入射エネルギーによって様々な反応が起きる。
- 弾性散乱を記述する複素ポテンシャルは、弾性散乱の背後で関与しているプロセス(自由度)の多さを端的に示している。
- 直接反応研究の(ある見方をしたときの)神髄は、模型空間の設定(視るチャンネルの規定)にある。
- 近年では核反応の第一原理計算も発達しており、非常に重要(ただしその価値観はこの講義の思想とは異なる)。

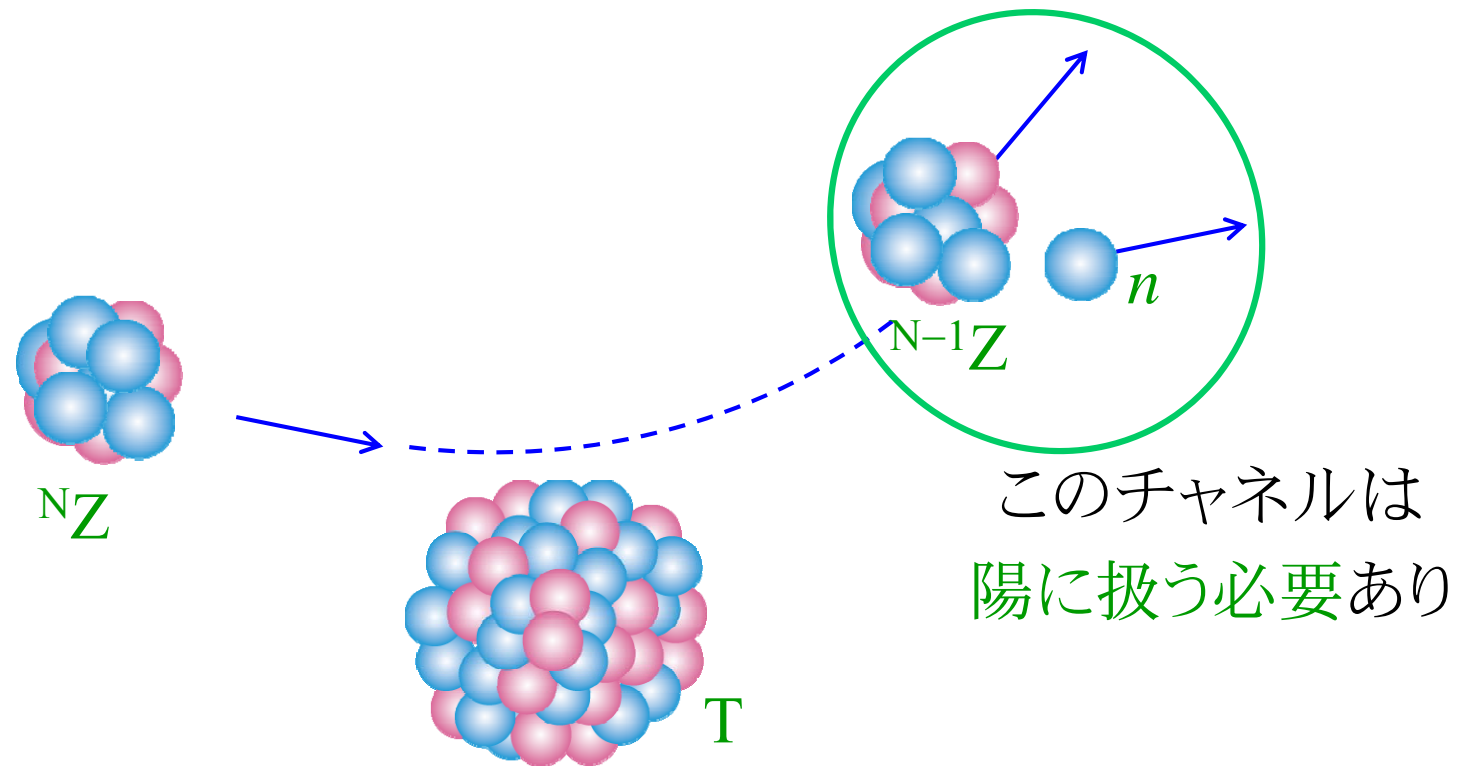
## **2. 連続状態離散化チャネル結合法**

**Continuum-Discretized Coupled-  
Channels method; CDCC**

## 2a. 概観および理論的基盤

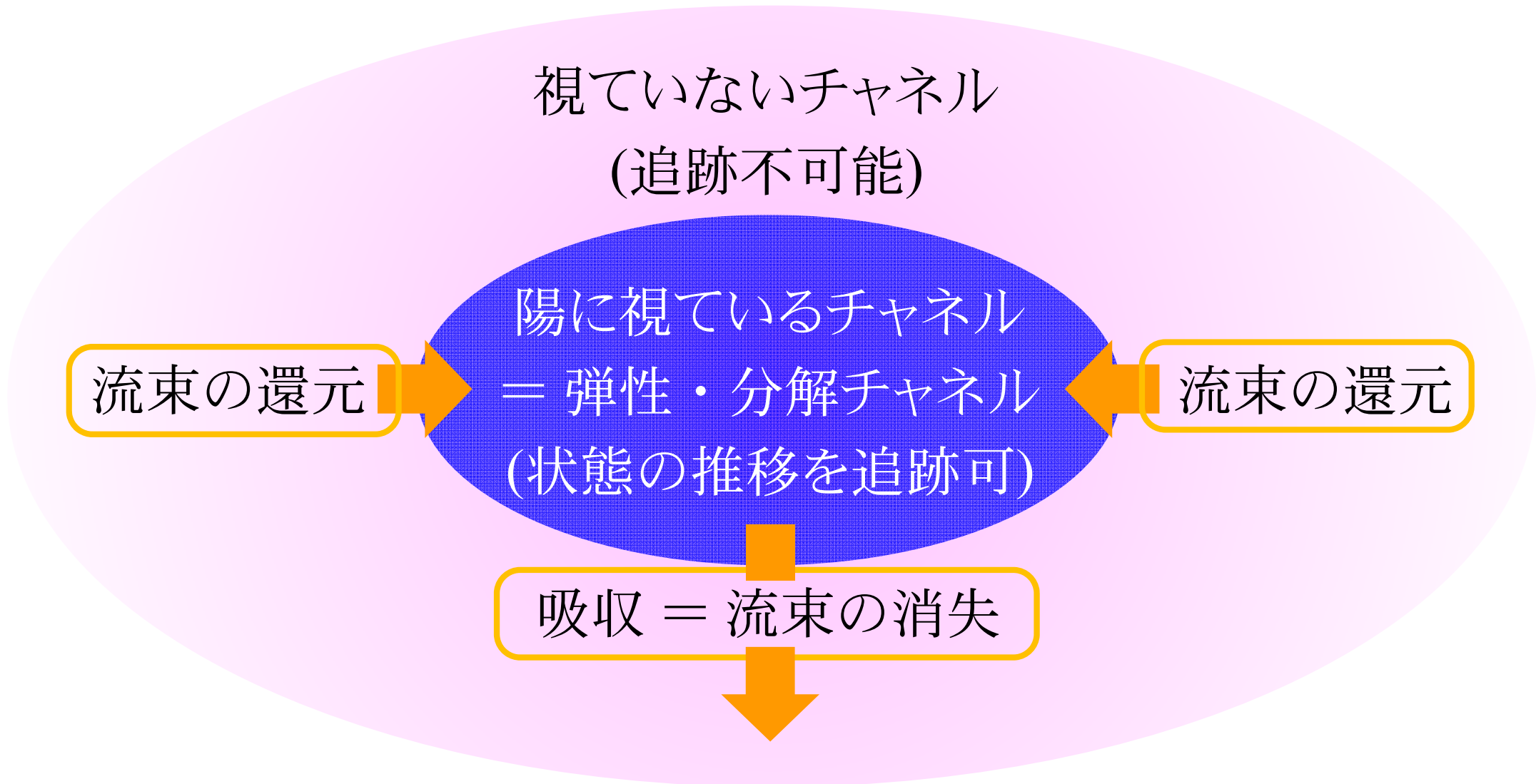


# 弱結合系が入射・分解する反応の記述



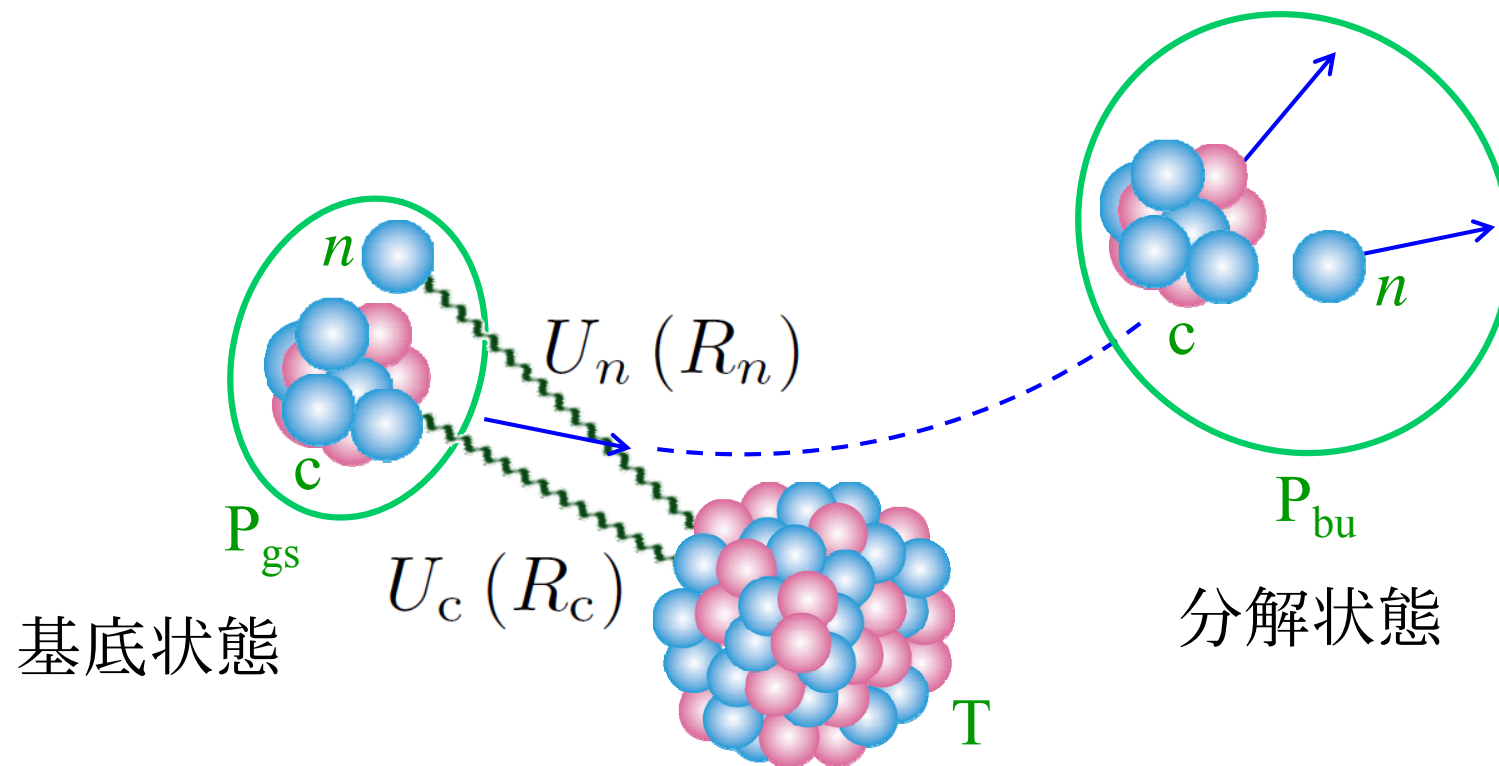
弾性チャネル以外の特定のチャネルにどのように流束が逃げるか(反応系が遷移するか)を記述しなければならない。

# 分解反応に対する模型空間の設定



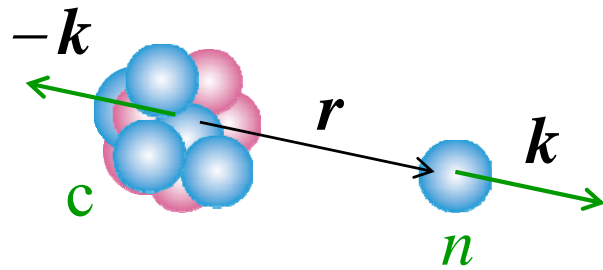
吸収の意味は「**視ているチャンネル**」の実体に依存する。

# 分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャンネルはいくつ必要か?
- 分解チャンネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

# 分解状態間の結合ポテンシャル(定性的理解)



$k$ : 漸近領域における相対波数ベクトル

$\varepsilon$ : 相対(分解)エネルギー  $\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2\mu_r} k^2$

- c-n の相対波動関数を自由平面波(のs波成分)とする
- $U_n$  を接触型のポテンシャルで近似
- c は n と比べて無限に重いと仮定



P-Tの相対座標

$$F_{k'k}(R) \sim \int \frac{\sin(k'r)}{r} \frac{1}{R^2} \delta(R-r) \frac{\sin(kr)}{r} r^2 dr$$

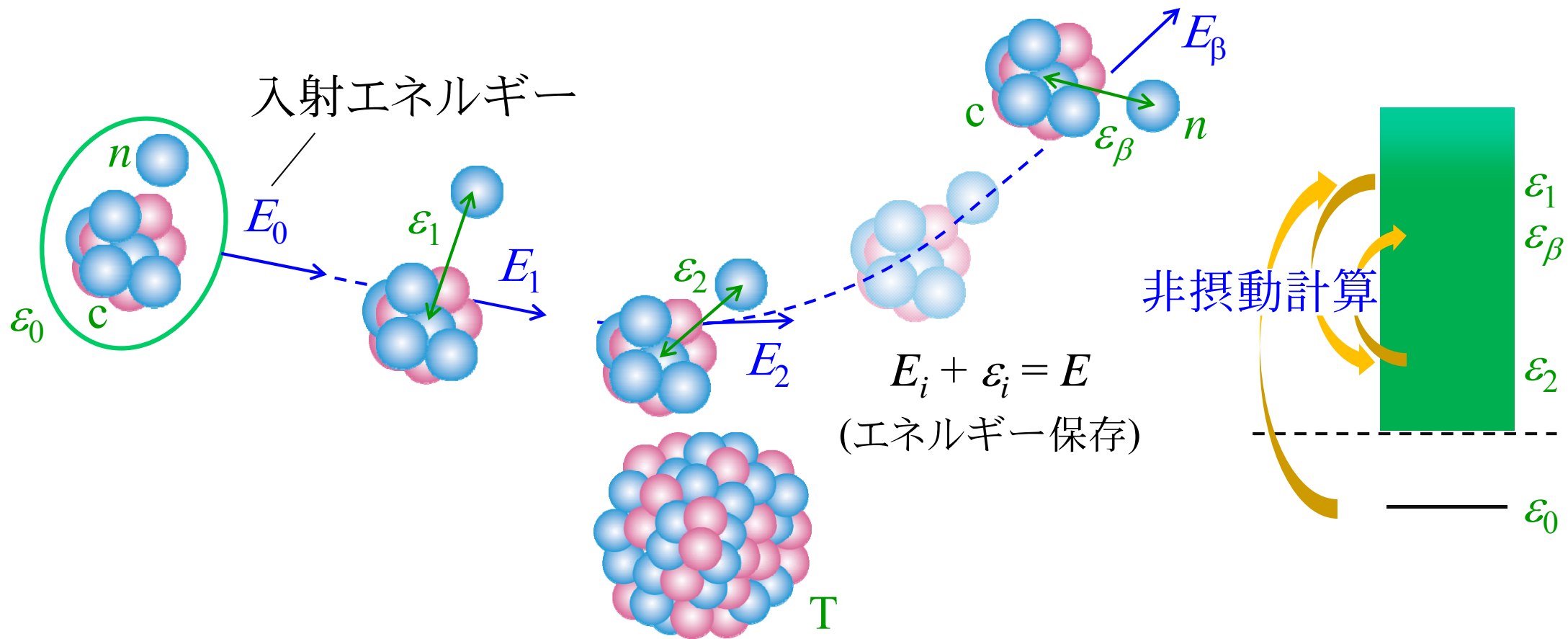
異なる分解状態同士を  
結合させる相互作用

$$= \frac{1}{R^2} \sin(k'R) \sin(kR)$$

超ロングレンジ

分解状態間の結合は強い  
(continuum-continuum coupling)

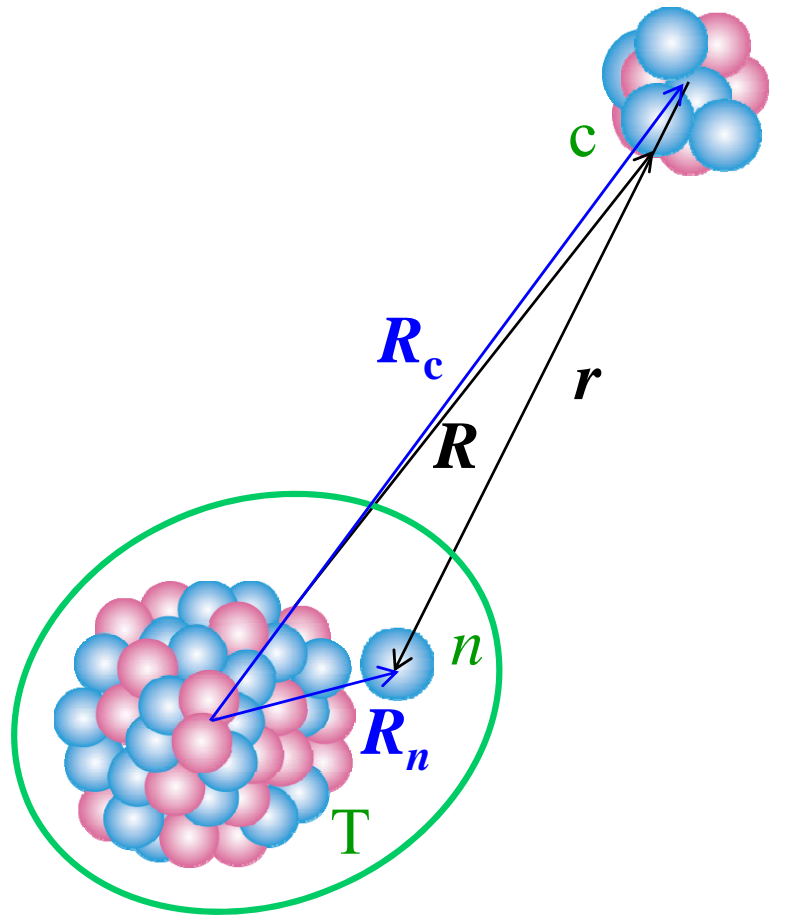
# 分解反応(多段階過程)のイメージ



## 問題

- $R$  に関する漸近領域の設定ができない。
- 連続無限個の状態を扱わなければならない。

# 相互作用が切れない配位の例(n-channel)



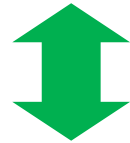
漸近解

$$\phi(R_n) \frac{\exp[iK_c R_c]}{R_c}$$

※このチャンネルの存在が、Lippmann-Schwinger Eq.の非一意性をもたらす(disconnected diagramに起因)。

# The $\ell$ -truncation

$U_n(R_n)$  は  $R_n \sim |\mathbf{R} + \mathbf{r}|$  について有限レンジ



$R$  がいくら大きくても、 $P$  の分解状態は  $r$  について無限の広がりを持つため、 $U_n$  を 0 とみなせない。



$\ell$ -truncation (離散化チャネル結合法の最重要近似)

$P$  (分解状態) の  $\ell$  はある上限値  $\ell_{\max}$  までしか関与しないと想定  
(軌道角運動量)

$$\text{射影演算子: } \mathcal{P}_{\ell_{\max}} = \int d\hat{\mathbf{r}}' \sum_{l \leq \ell_{\max}} \sum_m Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{r}}')$$

# $\ell$ -truncationの役割

中性子の束縛状態をガウス関数で表現。

$$\begin{aligned}\phi(R_n) &= N_0 \exp(-\mu R_n^2) = N_0 \exp[-\mu(R_c^2 + r^2 + 2\mathbf{R}_c \cdot \mathbf{r})] \\ \exp[-2\mu\mathbf{R}_c \cdot \mathbf{r}'] &= 4\pi \sum_{\lambda} i^{\lambda} j_{\lambda}(i2\mu R_c r) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{R}}_c) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}')\end{aligned}$$

$l_{\max} = 0$  の射影演算子を作用

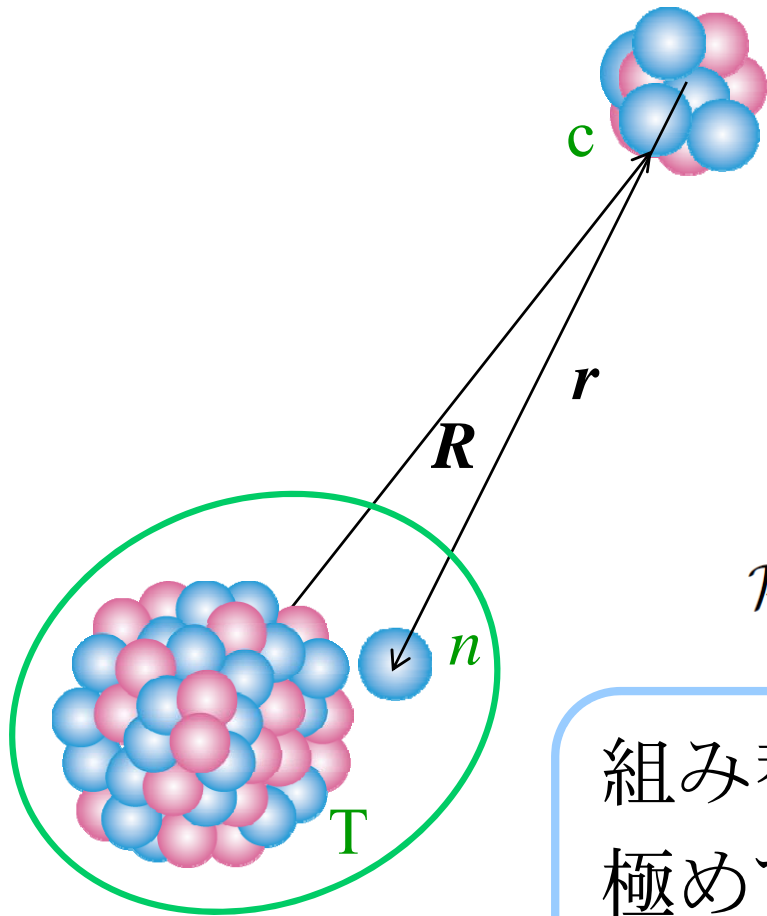
$$\begin{aligned}\mathcal{P}_0\phi(R_n) &= N_0 \exp[-\mu(R_c^2 + r^2)] \int d\hat{\mathbf{r}}' Y_{00}(\hat{\mathbf{r}}) Y_{00}^*(\hat{\mathbf{r}}') \exp[-2\mu\mathbf{R}_c \cdot \mathbf{r}'] \\ &= N_0 \exp[-\mu(R_c^2 + r^2)] j_0(i2\mu R_c r) \\ &\rightarrow N_0 \frac{\exp[-\mu(R_c - r)^2]}{4\mu R_c r} \propto \frac{1}{R_c^2}, \quad \text{for } R_c \gg R_n\end{aligned}$$

※組み替えチャネルの漸近状態は生成されない。

(このことがCDCC解に及ぼす影響はここでは未検討)



# $l$ -truncationの直観的理解



$$\mathcal{P}_{l_{\max}} = \int d\hat{r}' \sum_{l \leq l_{\max}} \sum_m Y_{lm}(\hat{r}) Y_{lm}^*(\hat{r}')$$

$l_{\max} \rightarrow \infty$  なら、 $r$  の角度に関するデルタ関数



$\mathcal{P}_{l_{\max}}$  は、 $1/l_{\max}$  程度の幅で  $r$  の角度をぼかす。

組み替えチャンネルの漸近解は、 $r$  と  $R_c$  を極めて良く揃えなければ表現できないため、 $\mathcal{P}_{l_{\max}}$  によって著しく抑制される。

cf.  $c$  から見た  $n$  の立体角は  $1/R_c^2$  に比例。角度平均の範囲がこれと同程度なら変化なし。 $l_{\max} = 0$  は全角度平均なので  $1/R_c^2$  が出る。

# 相互作用に対する $\ell$ -truncation の影響

$$U_n(R_n) \rightarrow U_0 \exp(-\mu R_n^2) \sim U_0 \exp[-\mu(R^2 + r^2 + 2\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})]$$
$$= U_0 \sum_{\lambda} U_n^{(\lambda)}(R, r) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr}) \quad [\text{多重極展開}]$$

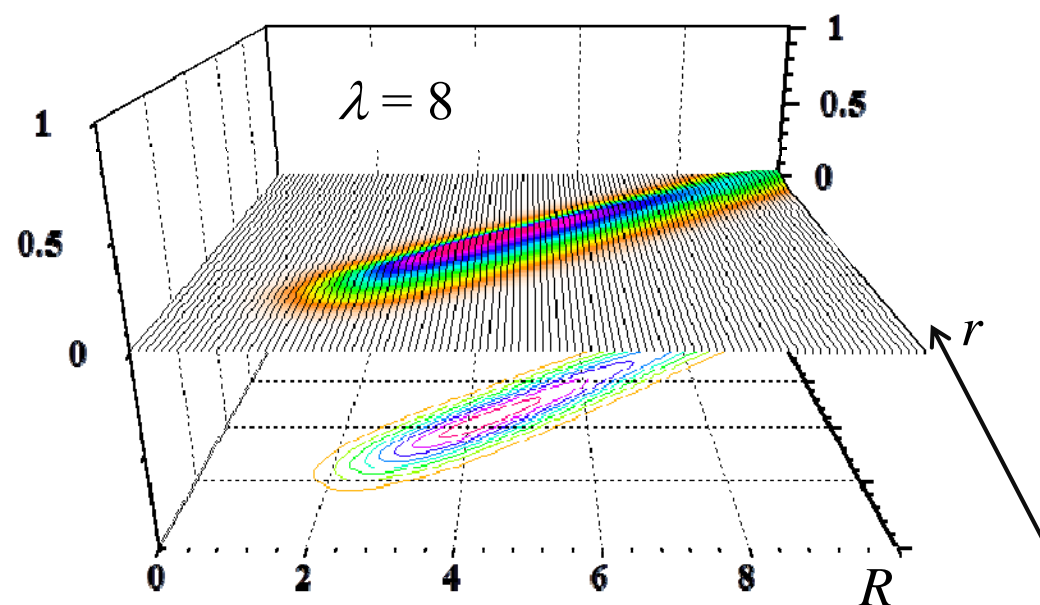
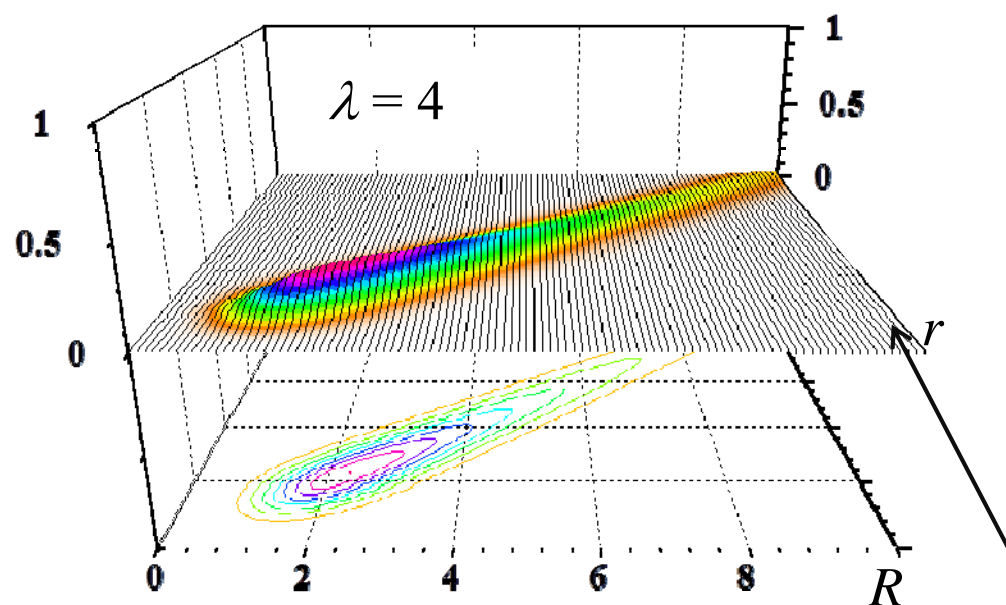
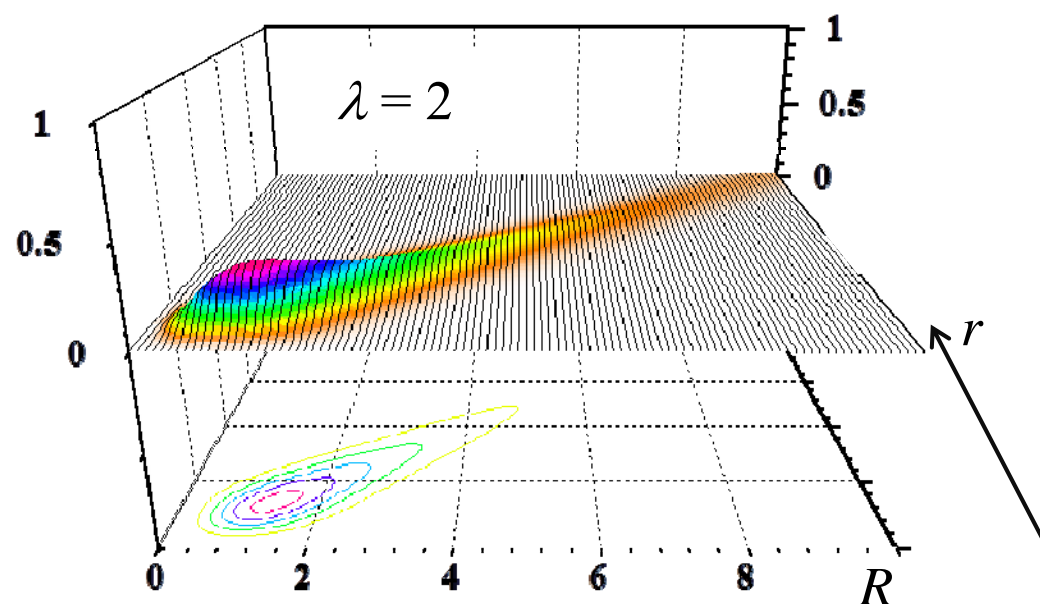
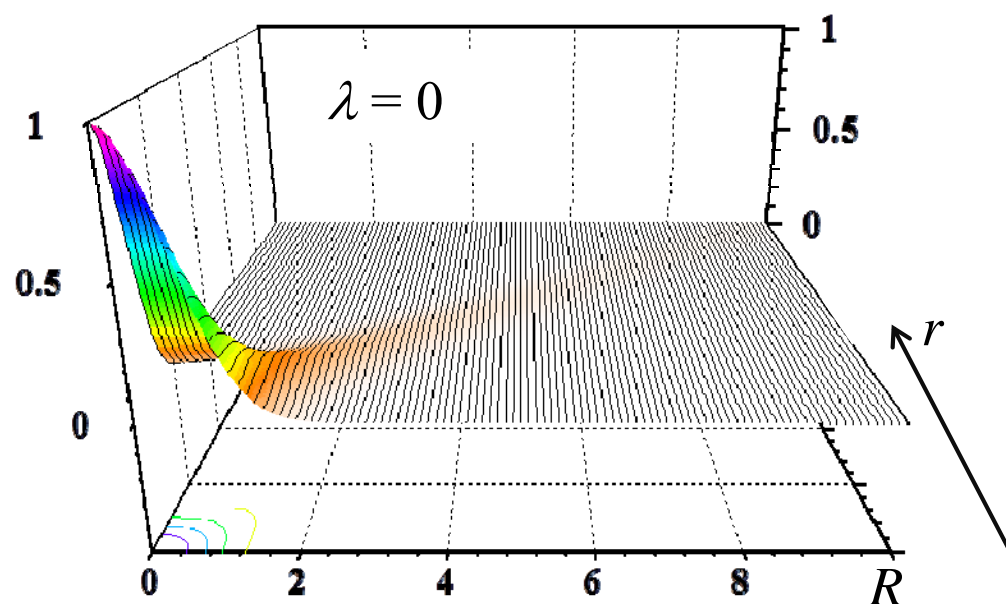
$$U_n^{(\lambda)}(R, r) = (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] i^{\lambda} j_{\lambda}(i2\mu Rr)$$



$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow 0, \quad \text{for } R \text{ and/or } r \rightarrow 0 \quad (\lambda \neq 0)$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow (2\lambda + 1) i^{\lambda} \exp[-\mu(R^2 + r^2)] \frac{\exp(2\mu Rr)}{4\mu Rr}$$
$$= (2\lambda + 1) i^{\lambda} \frac{\exp[-\mu(R - r)^2]}{4\mu Rr}, \quad \text{for } 2\mu Rr \gg \lambda$$

# ガウス型相互作用の多重極子( $\mu = 1$ )



# 相互作用に対する $\ell$ -truncation の影響

$$U_n(R_n) \rightarrow U_0 \exp(-\mu R_n^2) \sim U_0 \exp[-\mu(R^2 + r^2 + 2\mathbf{R} \cdot \mathbf{r})]$$
$$= U_0 \sum_{\lambda} U_n^{(\lambda)}(R, r) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr}) \quad [\text{多重極展開}]$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) = (2\lambda + 1) \exp[-\mu(R^2 + r^2)] i^{\lambda} j_{\lambda}(i2\mu Rr)$$

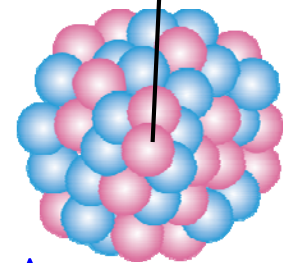
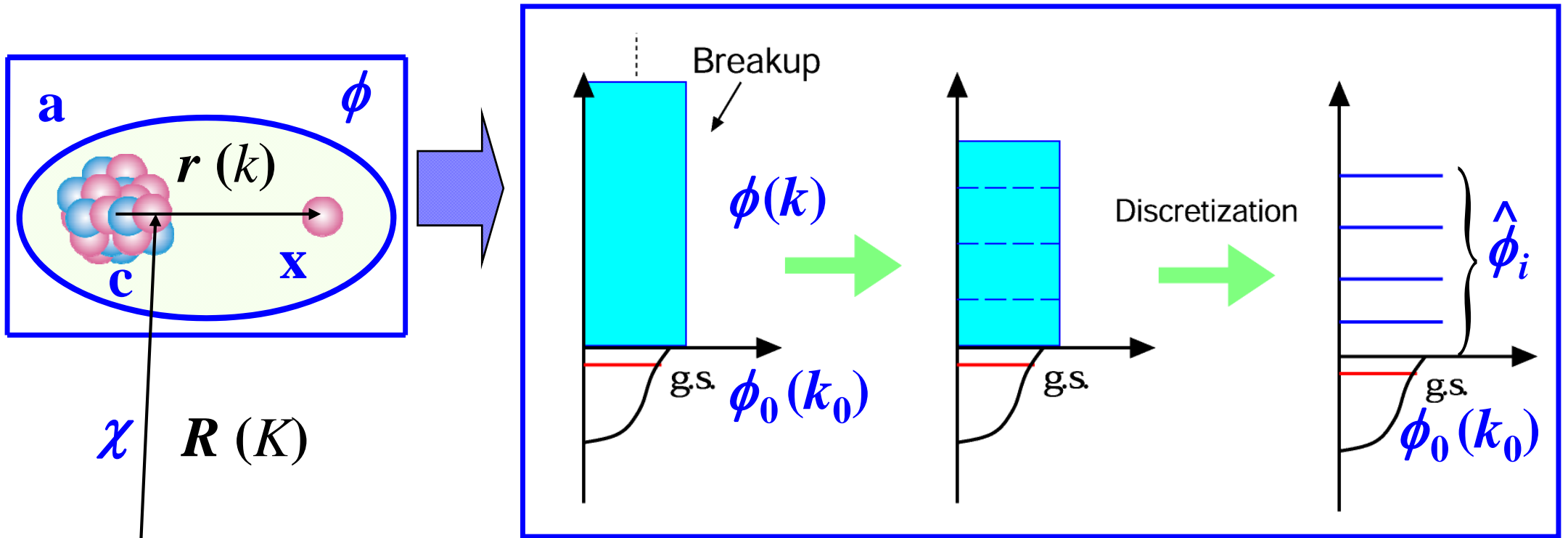


$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow 0, \quad \text{for } R \text{ and/or } r \rightarrow 0 \quad (\lambda \neq 0)$$

$$U_n^{(\lambda)}(R, r) \rightarrow (2\lambda + 1) i^{\lambda} \exp[-\mu(R^2 + r^2)] \frac{\exp(2\mu Rr)}{4\mu Rr}$$
$$= (2\lambda + 1) i^{\lambda} \frac{\exp[-\mu(R - r)^2]}{4\mu Rr}, \quad \text{for } 2\mu Rr \gg \lambda$$

ポテンシャルが  $R^{-2}$  で減衰する領域が存在  $\rightarrow$  漸近領域

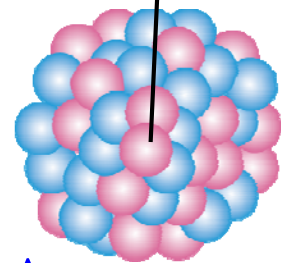
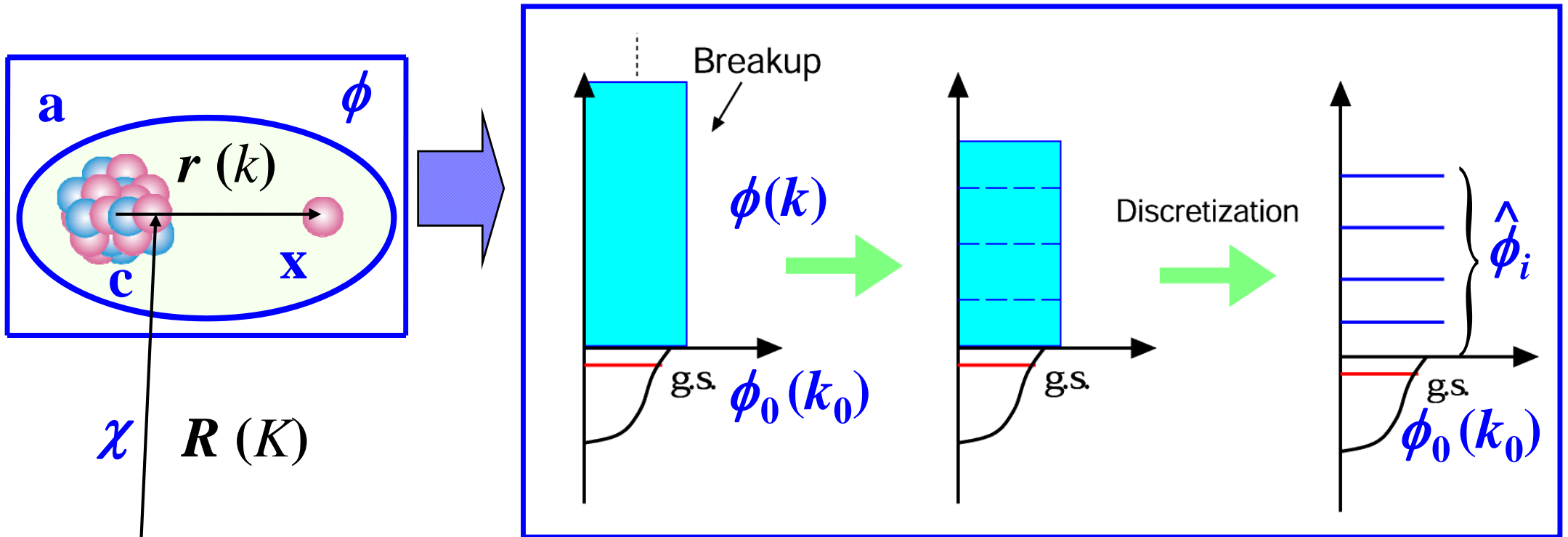
# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



A

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

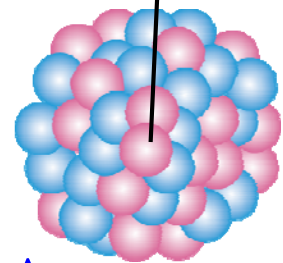
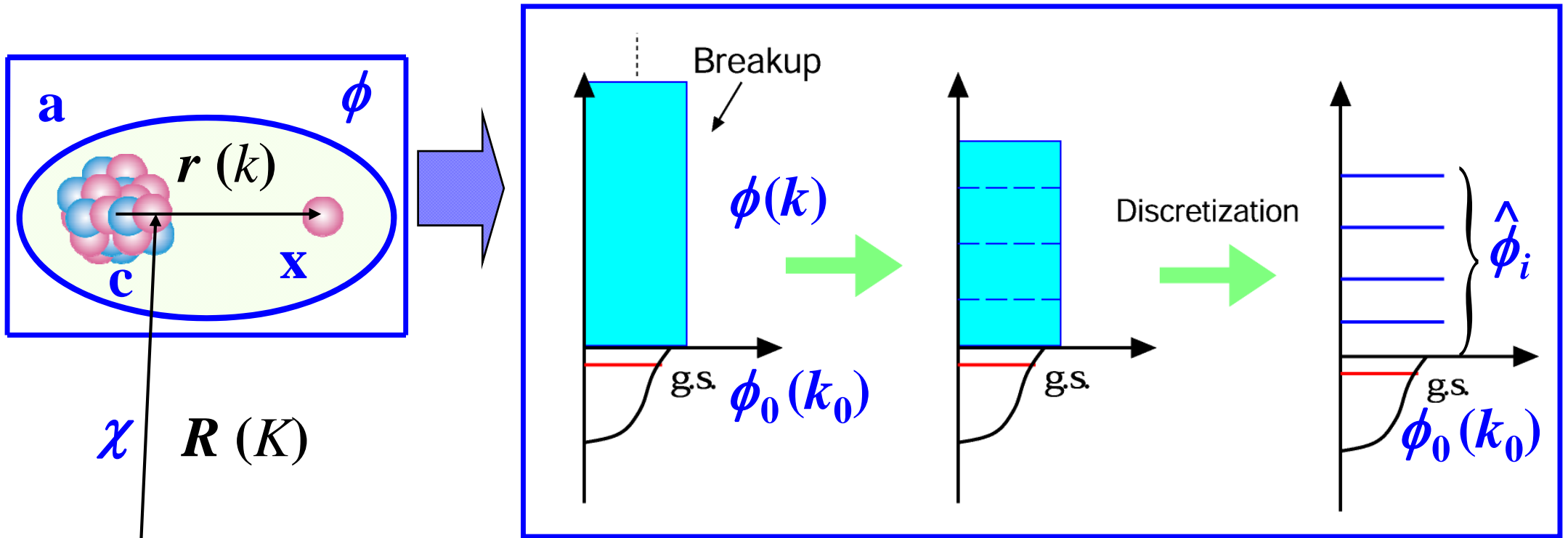
# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



A

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)

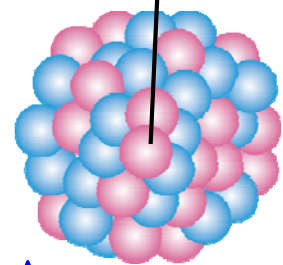
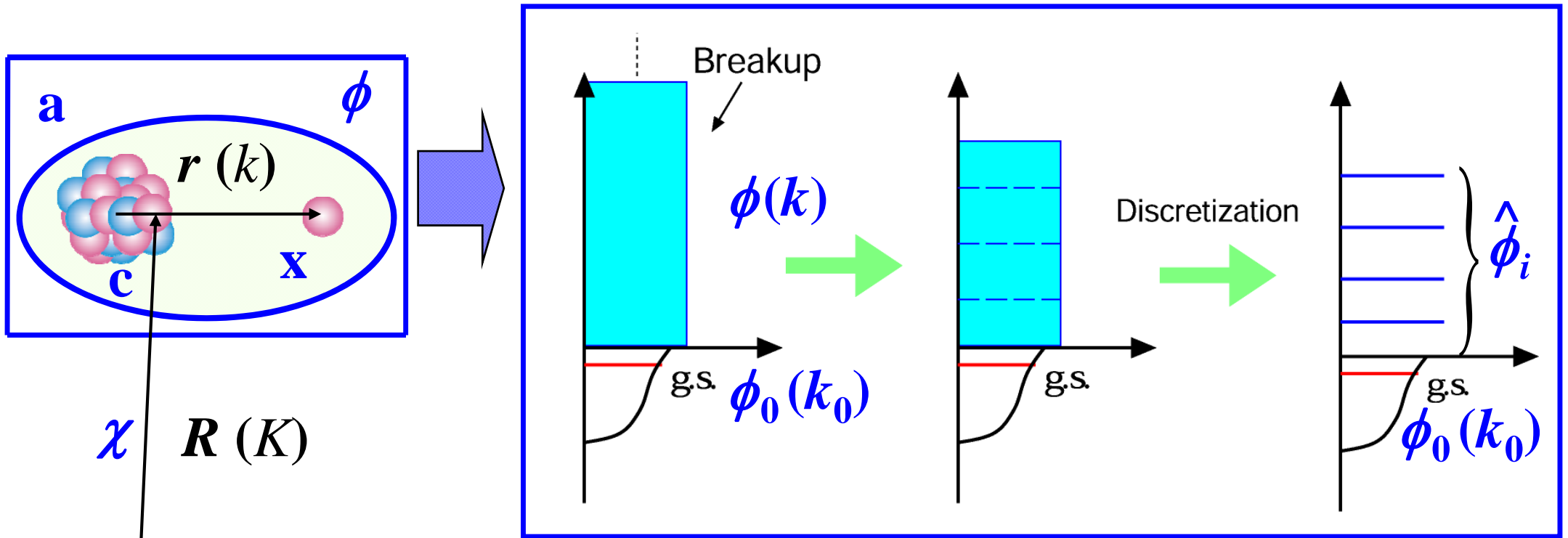


**A**

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^\infty \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

**k-truncation**

# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)

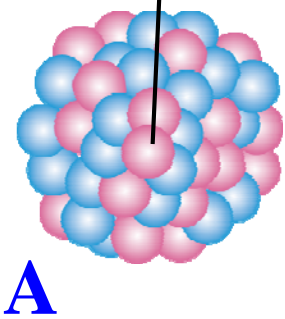
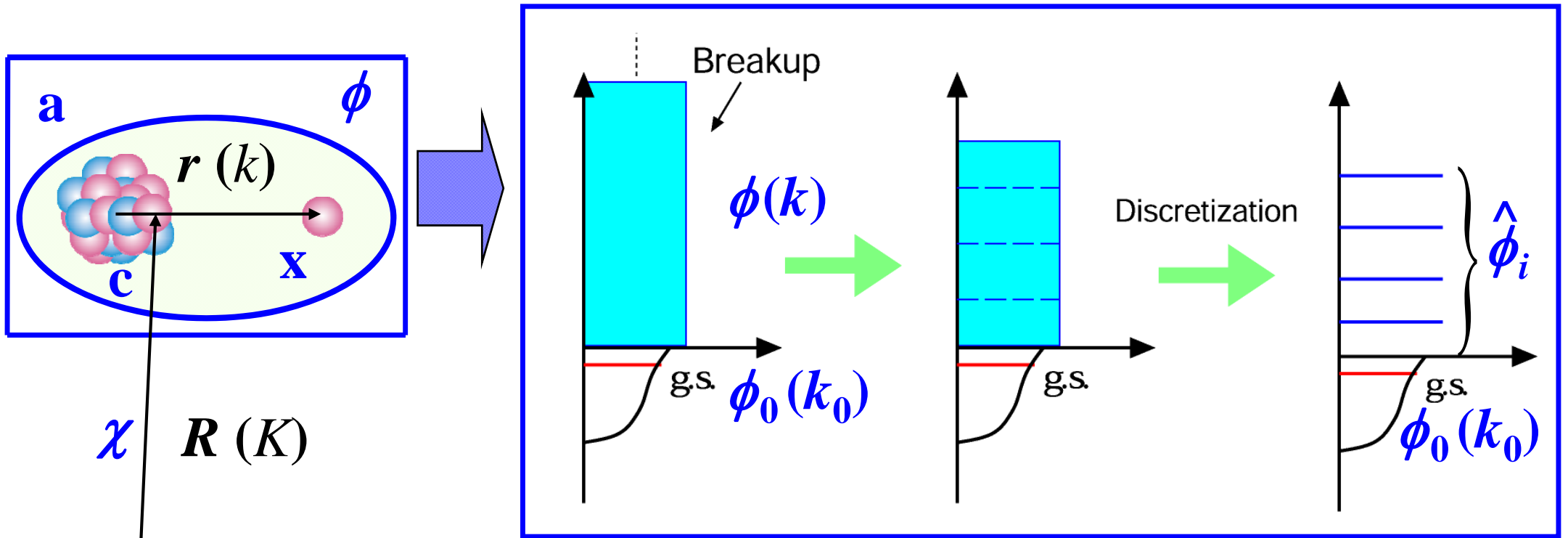


$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \int_0^{k_{\max}} \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk$$

$k$ -truncation



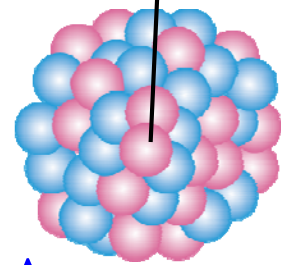
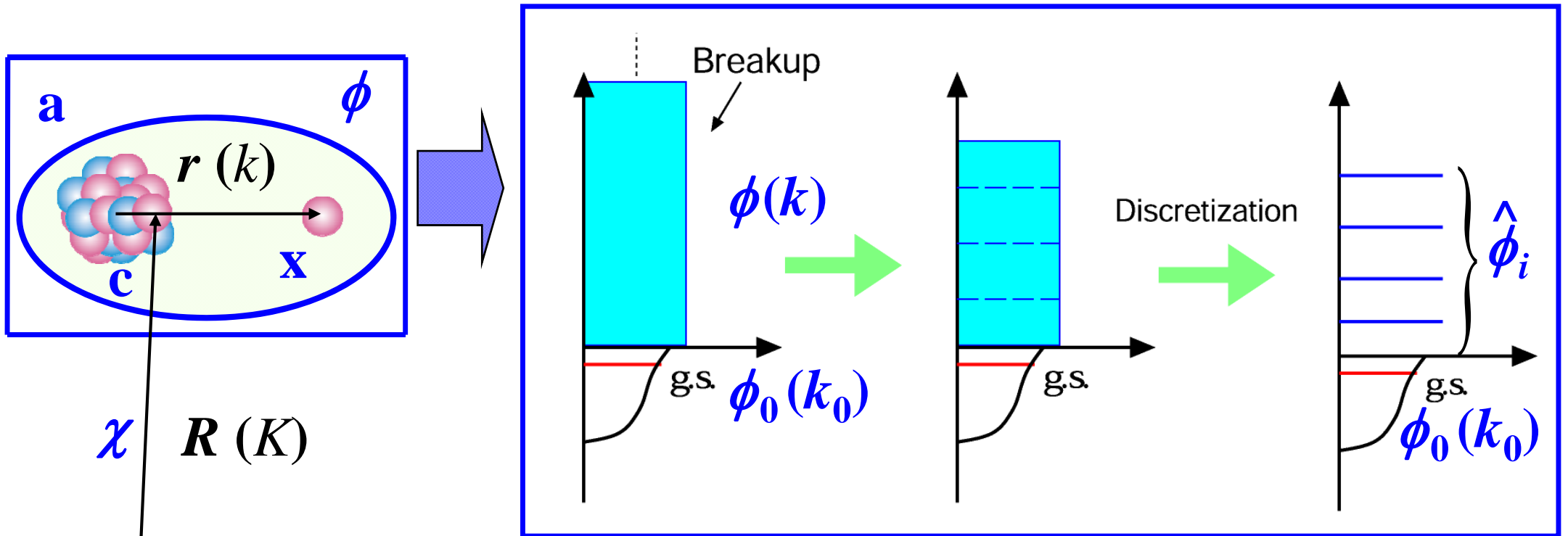
# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) \chi(K, \vec{R}) dk}_{k\text{-truncation}}$$

**$k$ -truncation**

# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)

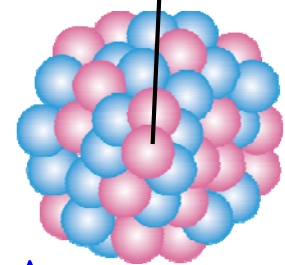
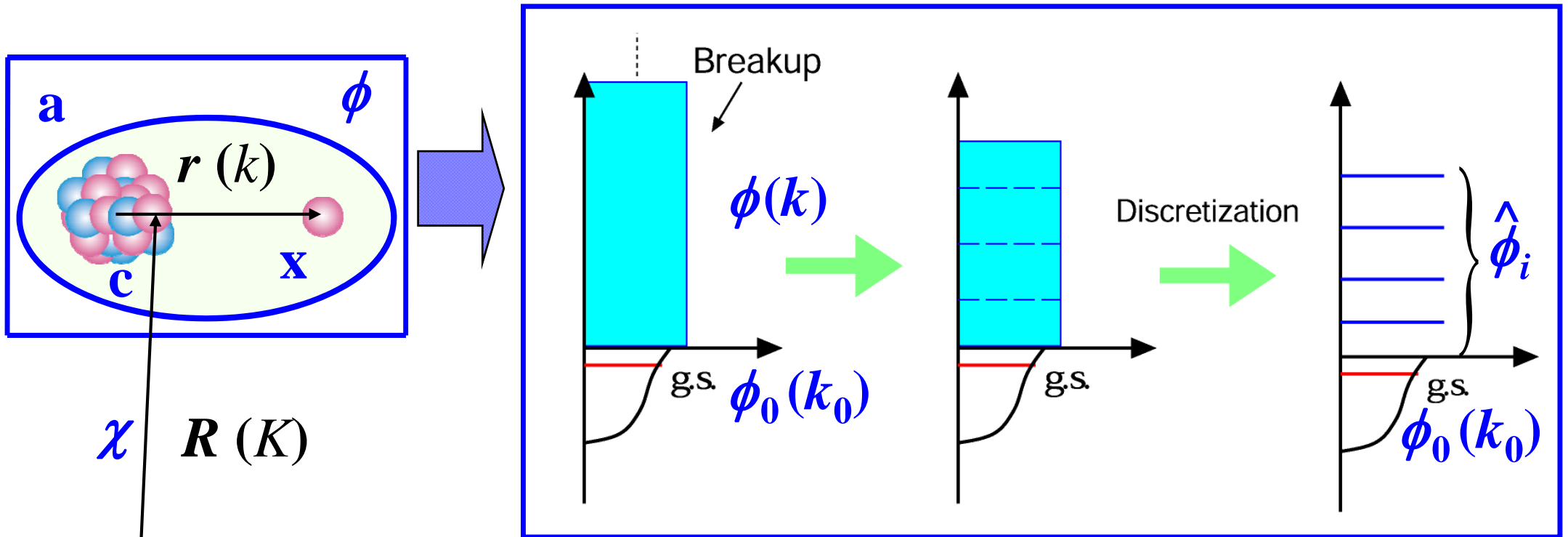


A

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(K_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk}_{k\text{-truncation and discretization}}$$

$k$ -truncation and discretization

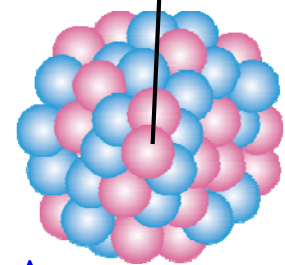
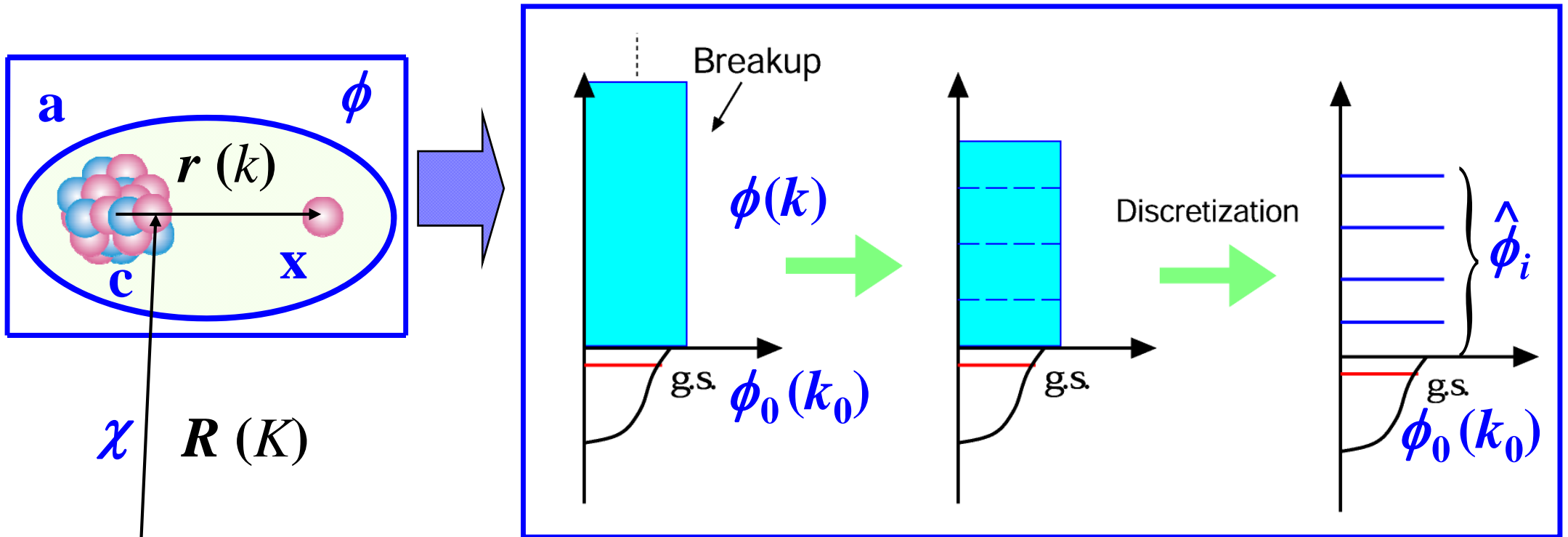
# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \underbrace{\sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(\hat{K}_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk}_{k\text{-truncation and discretization}}$$

$$\psi^{\text{CDCC}}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R})$$

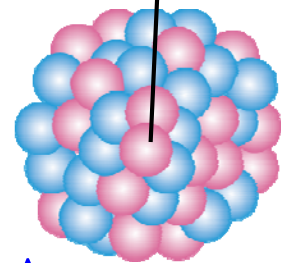
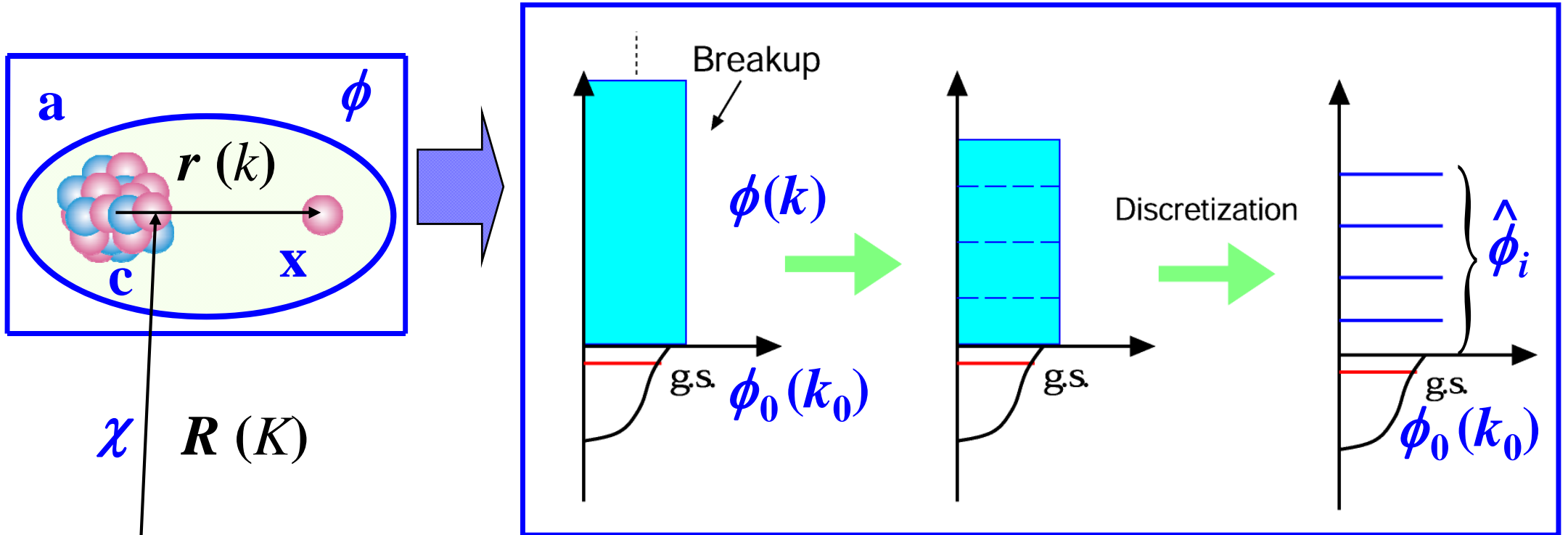
# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) \cong \phi_0(k_0, \vec{r}) \chi_0(K_0, \vec{R}) + \sum_{i=1}^{i_{\max}} \hat{\chi}(\hat{K}_i, \vec{R}) \int_{k_{i-1}}^{k_i} \phi(k, \vec{r}) dk$$

$$\psi^{\text{CDCC}}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R})$$

# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



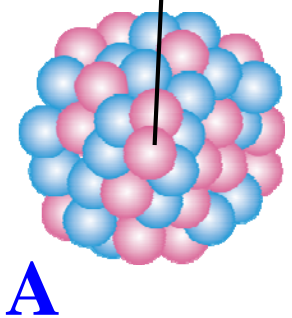
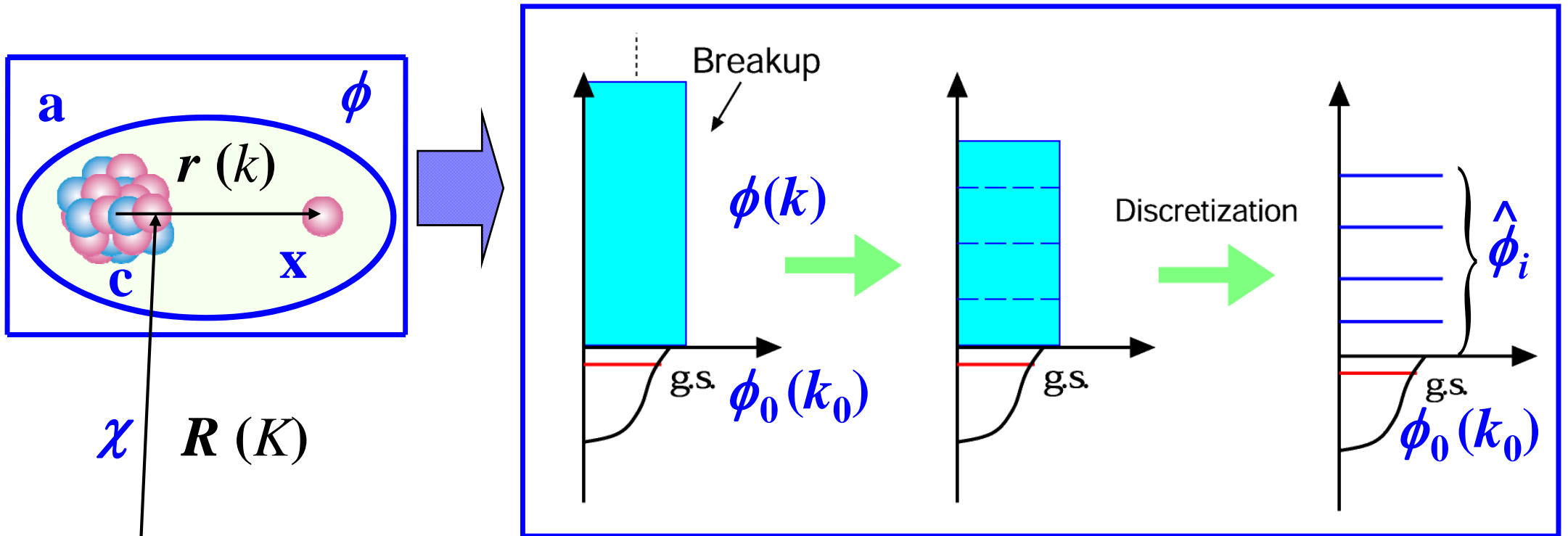
A

$$\left[ T_R + U_{xA}(\vec{r}, \vec{R}) + U_{cA}(\vec{r}, \vec{R}) + h_a(\vec{r}) - E \right] \psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = 0,$$

$$\psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R}).$$

$$\hat{\chi}_i \rightarrow U_i^{(-)} \delta_{i0} - \sqrt{K_0 / K_i} S_{i0} U_i^{(+)} \quad (\text{通常の境界条件})$$

# $k$ -truncation と連続状態の離散化の例 (after $\ell$ -truncation)



$\chi$   $R(K)$

$$\left[ T_R + U_{xA}(\vec{r}, \vec{R}) + U_{cA}(\vec{r}, \vec{R}) + h_a(\vec{r}) - E \right] \psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = 0,$$

$$\psi^{CDCC}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \hat{\phi}_i(\vec{r}) \hat{\chi}_i(\hat{K}_i, \vec{R}).$$

$S$  行列要素:  
 $i$  チャンネルへ遷移する度合い

$$\hat{\chi}_i \rightarrow U_i^{(-)} \delta_{i0} - \sqrt{K_0 / K_i} S_{i0} U_i^{(+)} \quad (\text{通常境界条件})$$

# CDCCの理論的基礎付け(苦闘の歴史)

- 分解状態を取り扱う際に問題となる、漸近領域の設定の問題 (LS Eq. の非一意性の問題) は、 $\ell$ -truncation により解決できた。  
→ 最も本質的な近似。
- 次の問題は、反応計算の結果が  $\ell_{\max}, k_{\max}, i_{\max}$  について収束するかどうか。 → 数値的に収束を確認。

*M. Yahiro, Nakano, Iseri, Kamimura, Prog. Theor. Phys. 67, 1464 (1982).*

*R.A.D. Piyadasa, Yahiro, Kamimura, Kawai, Prog. Theor. Phys. 81, 910 (1989).*

*R.A.D. Piyadasa, Kawai, Kamimura, Yahiro, Phys. Rev. C 60, 044611 (1999).*

- 最後の問題は、収束した結果が正しいか否か。  
→ 歪曲波 Faddeev 理論との対応 ( $\ell$ -truncation で補正項 $\sim 0$ )

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989).*

*N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C 53, 314 (1996).*

- 2007年、Faddeev と CDCC の数値計算の比較が発表。

*A. Deltuva, Moro, Cravo, Nunes, Fonseca, Phys. Rev. C 76, 064602 (2007).*

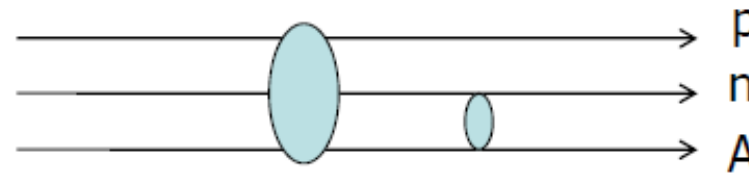
# Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989);  
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C53, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



Faddeev equations

$$\left[ E - K - V_{np} \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[ E - K - U_p \right] \psi_p = U_p \psi_d + U_p \psi_n,$$

$$\left[ E - K - U_n \right] \psi_n = U_n \psi_d + U_n \psi_p.$$



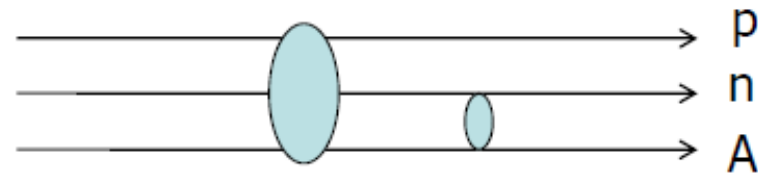
# Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989);  
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C53, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



Distorted Faddeev equations not pair int. but 3-body int.

$$\left[ E - K - V_{np} - P(U_p + U_n)P \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[ E - K - U_p \right] \psi_p = (U_p - PU_p P) \psi_d + U_p \psi_n,$$

$$\left[ E - K - U_n \right] \psi_n = (U_n - PU_n P) \psi_d + U_n \psi_p.$$

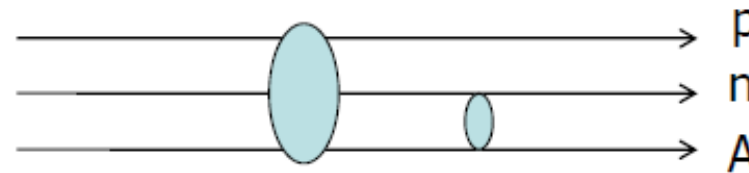
# Theoretical Foundation of CDCC

*N. Austern, M. Yahiro, and M. Kawai, Phys. Rev. Lett. 63, 2649 (1989);  
N. Austern, M. Kawai, and M. Yahiro, Phys. Rev. C53, 314 (1996).*

$$(E - K - V(r) - U_p - U_n)\psi = 0$$

Faddeev decomposition

$$\psi = \psi_d + \psi_p + \psi_n$$



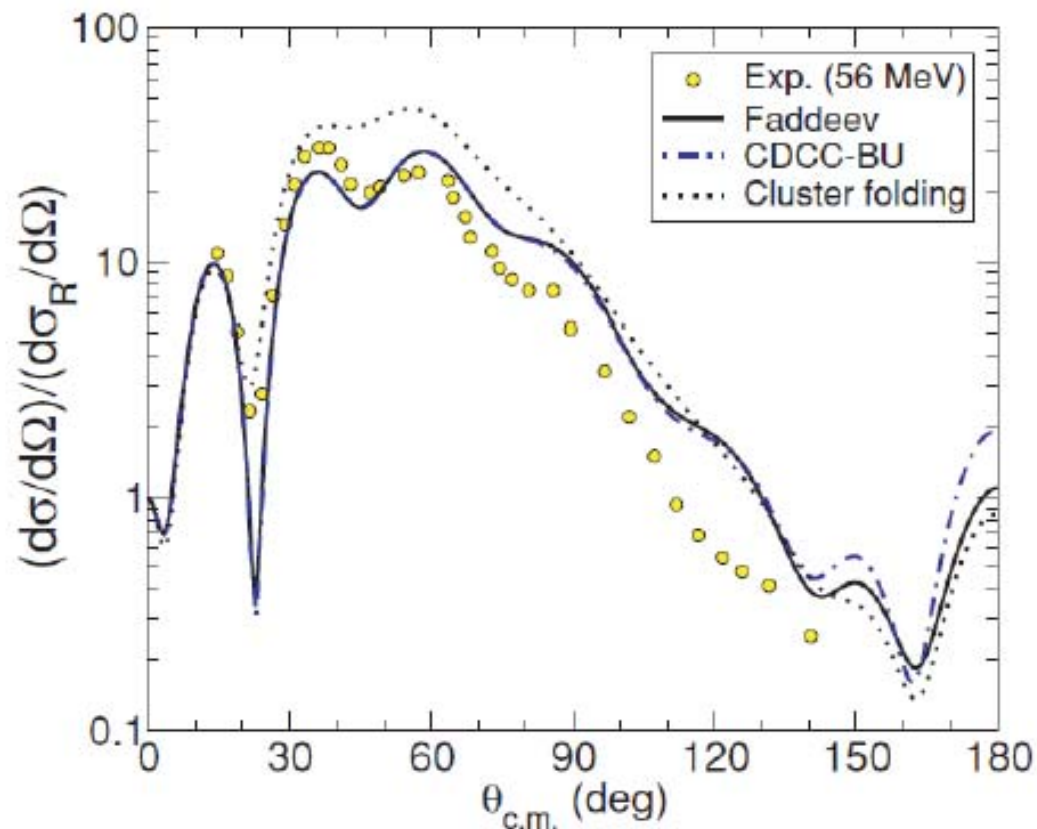
Distorted Faddeev equations not pair int. but 3-body int.

$$\left[ E - K - V_{np} - P(U_p + U_n)P \right] \psi_d = V_{np} (\psi_p + \psi_n),$$

$$\left[ E - K - U_p \right] \psi_p = (U_p - PU_p P) \psi_d + U_p \psi_n, \quad \rightarrow 0 \text{ (in very good approximation)}$$

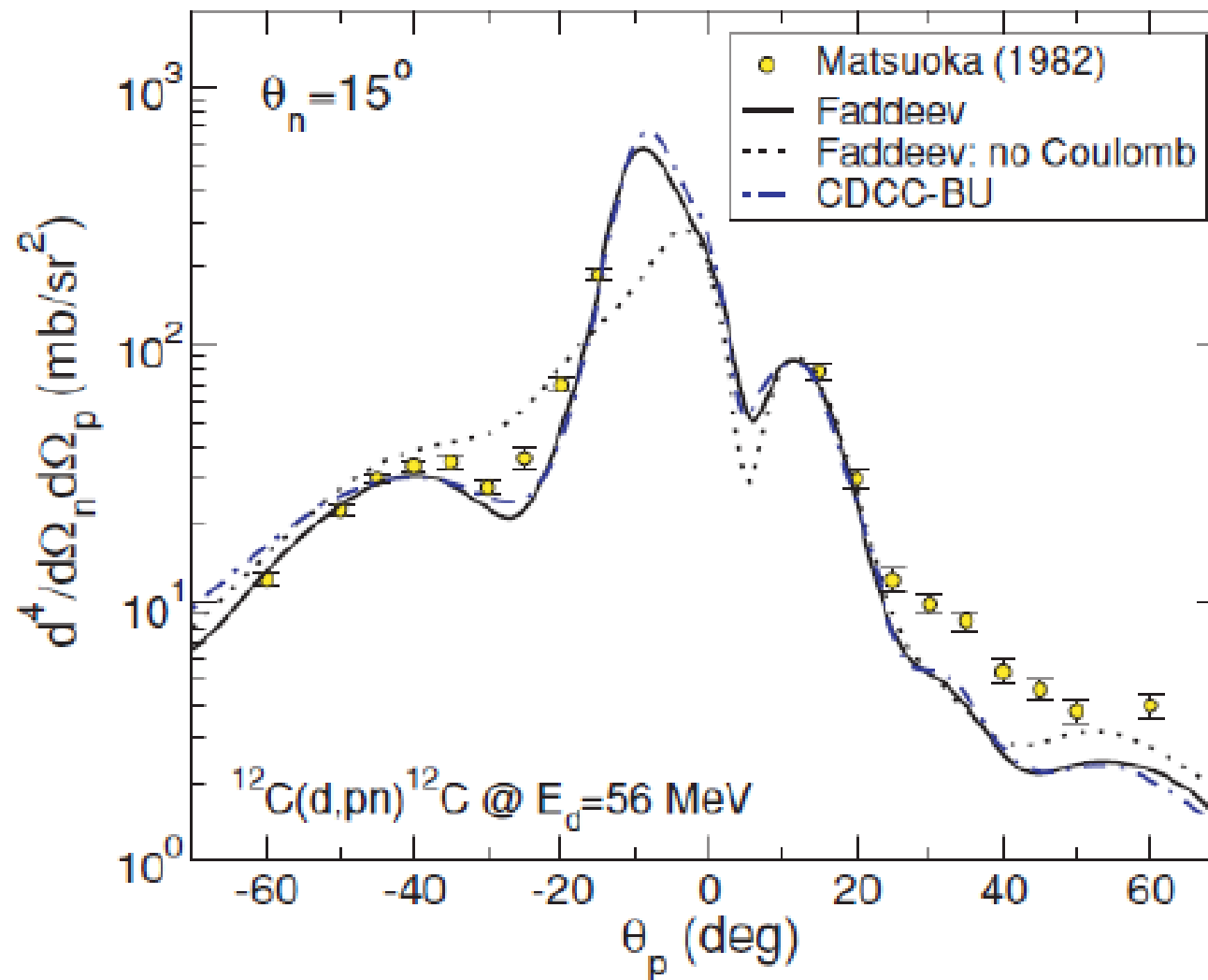
$$\left[ E - K - U_n \right] \psi_n = (U_n - PU_n P) \psi_d + U_n \psi_p.$$

# Comparison between CDCC and Faddeev solutions



$d+^{12}\text{C}$  at 56 MeV  
Elastic scattering

# $^{12}\text{C}(d,pn)$ at 56 MeV



**Testing the continuum-discretized coupled channels method for deuteron-induced reactions**

N. J. Upadhyay,<sup>1</sup> A. Deltuva,<sup>2</sup> and F. M. Nunes<sup>1,3</sup>

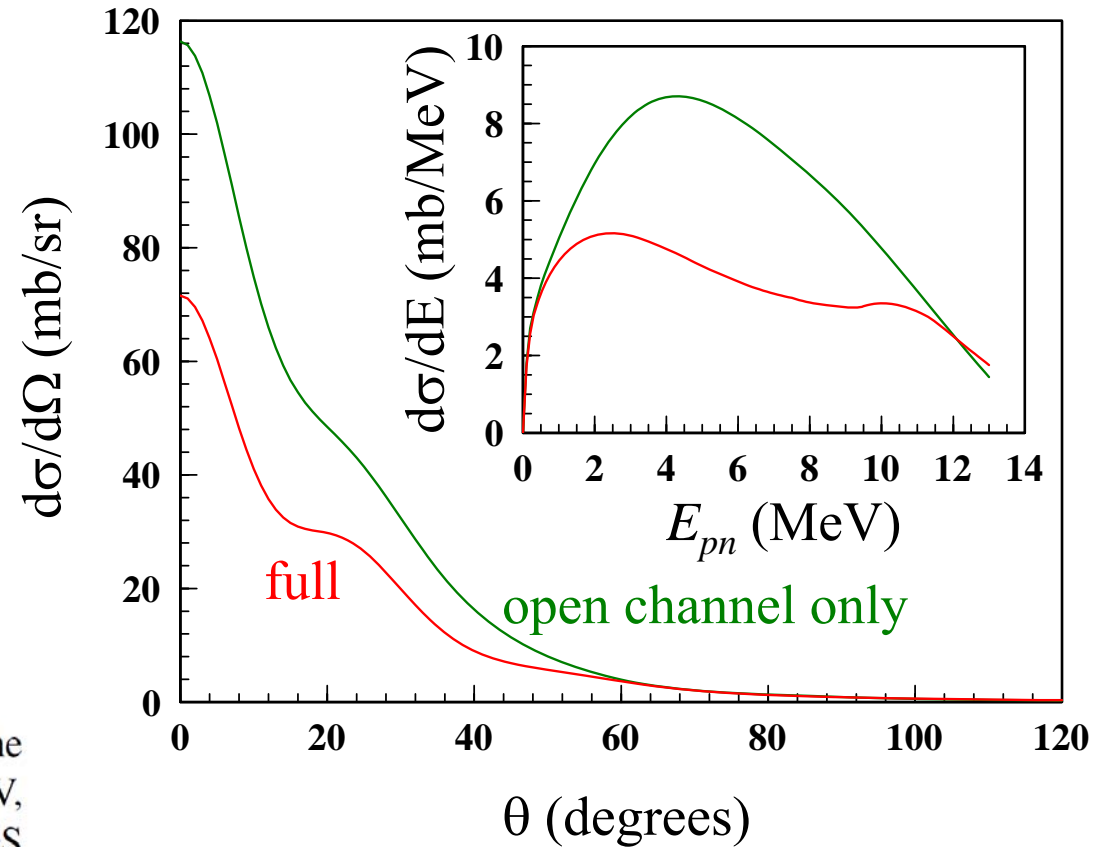
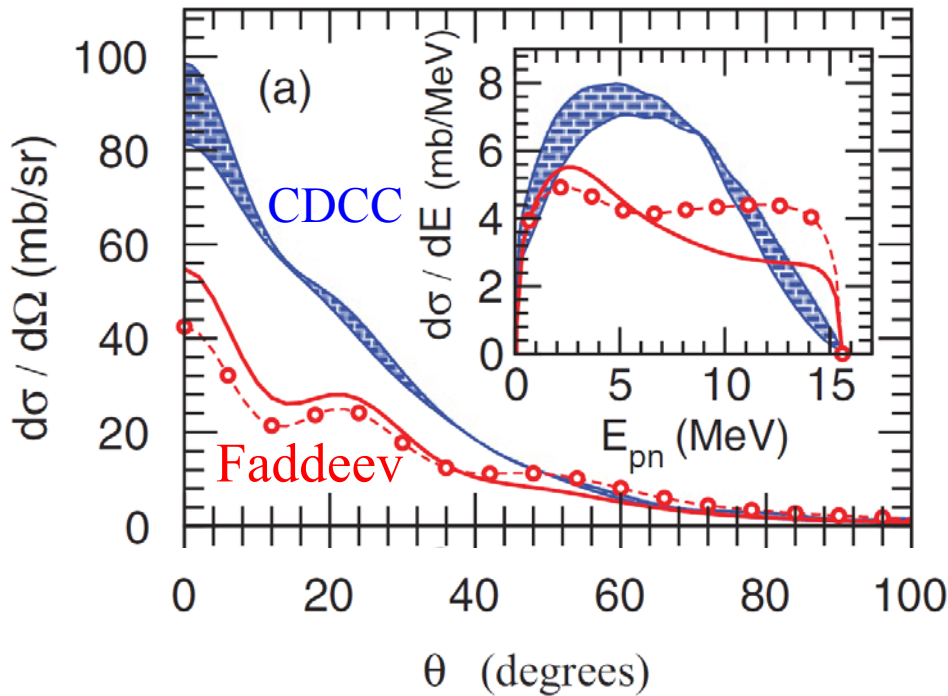


FIG. 8. (Color online) Breakup distributions for the  $^{10}\text{Be}(d, pn)^{10}\text{Be}$  reaction at (a)  $E_d = 21$  MeV, (b)  $E_d = 40.9$  MeV, and (c)  $E_d = 71$  MeV. Results for CDCC (hatched band), FAGS (solid), and FAGS1 (circles).

**CDCC cannot describe breakup reactions at around 20 MeV!?**

**(Probably) Yes!**

# CDCCの基本思想(模型空間近似)

散乱観測量が必要な精度で得られる“正確な”波動関数を求める:

$$\begin{aligned} T_{\beta\alpha} &\sim \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta}^{\text{free}} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} \left| U_n + U_c + V_{nc} \right| \Psi_\alpha \right\rangle \\ &= \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} \left| U_n + U_c \right| \Psi_\alpha \right\rangle \\ &\sim \left\langle \phi_{\mathbf{k}_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} \left| U_n + U_c \right| \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \right\rangle \end{aligned}$$

これは、CDCCの模型空間が散乱観測量の記述に必要な有限の空間で完全系をなすとみなすということ(近似的完全系):

$$\mathcal{P} \equiv \sum_{i=0}^{i_{\max}} \left| \hat{\phi}_i \right\rangle \left\langle \hat{\phi}_i \right| \sim 1$$

近似的完全系は反応の種類や必要な計算精度に依存する。

# CDCCの“汎用”コード

CDCC のコード(重陽子入射版)は

<http://www.nt.phys.kyushu-u.ac.jp/CDCC/index.html>

で公開中。

- 計算の骨格は汎用的。少し書き換えれば一般の2クラスター系の反応に適用可能。
- 公開されているマニュアルは、実はCDCCの基礎勉強の良いテキスト(通常省略されることが多い角運動量の足が正確に扱われている)。
- 青木保夫氏(理研)が開発した `ctak`, `hctak` や Ian Thompson氏(Lawrence Livermore)が開発した `Fresco` がwebから入手可能。

# CDCCの概観および理論的基盤のまとめ

CDCC は

- 分解反応を非摂動的に記述する反応模型である。
- exact な反応理論である(歪曲波) Faddeev 理論の第0近似であり、高次の補正は極めて小さい。
- 適切に限定された模型空間の中で構築された反応論である。
- 弱束縛系の分解を取り扱う、実効的かつ高精度の反応模型として高い成功を収めている。

Review papers

- M. Kamimura, Yahiro, Iseri, Sakuragi, Kameyama, Kawai, Prog. Theor. Phys. Suppl. 89 (1986), 1.*  
*N. Austern, Iseri, Kamimura, Kawai, Rawitscher, Yahiro, Phys. Rep. 154 (1987), 125.*  
*M. Yahiro, O, Matsumoto, Minomo, Prog. Theor. Exp. Phys. 2012, 01A206 (2012).*

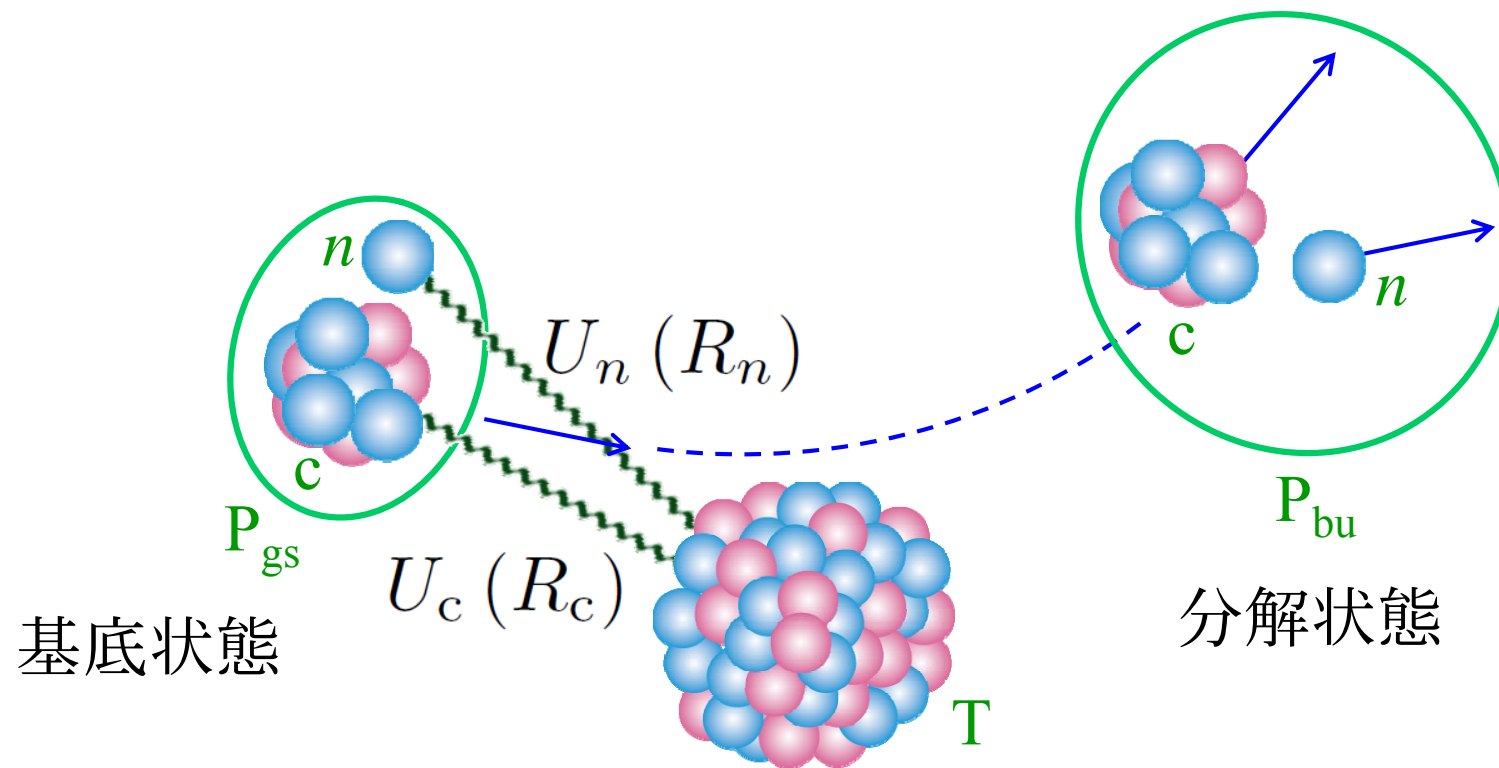


# CDCCの理論的基盤に関する補足

- 3体のSchrödinger方程式を解いているので、その解は、**組み替えチャンネルの成分も含むもの**でなければ正解とは言えない。
- **1つのLS Eq. (w/ P-channelのb.c.)**で正解を得ることは不可能。
  - ✓ 組み替えチャンネル(w/ 束縛状態)を生成できない。
  - ✓ 別チャンネルに入射波がある散乱波も解となってしまう。
- 問題の根幹は**disconnected diagram**の存在にあり、正しい計算には**3つのLS Eq.**が必要。
  - ※P-channelの遷移相互作用は $U_c$ と $U_n$ . n-channelと $U_n$ の組み合わせは、cに関するdisconnected diagramを生む。
- これらの問題を「**P-channelのb.c.を設定できる漸近領域が存在しない**」と表現する。
- **組み替えチャンネルが出て来ないtruncation**をすれば、上記の問題は全てクリアされる。それが  $l$ -truncation。
  - ※分解チャンネルでc-nが無限に広がっていると組み替えと同様の問題が起きるが、これも **$l$ -truncation**で抑制される。
- Truncateした空間で得た解が**P-channelおよび分解状態を記述する上で**正解とみなせるかどうかは**非自明**。その証明を与えるのが**distorted Faddeev**との対応。

## 2b. 離散化の方法と物理量の平滑化

# 分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

# 連続状態の離散化の方法I (average法)

散乱波動関数を波数幅  $\Delta k$  にわたって積分する。自由波の場合は

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) &\equiv \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \varphi_l^{\text{free}}(k, r) dk = \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) dk \\ &= \frac{-1}{r} \left( \cos\left[\left(k_i + \Delta k\right)r - \frac{l\pi}{2}\right] - \cos\left[k_i r - \frac{l\pi}{2}\right] \right)\end{aligned}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

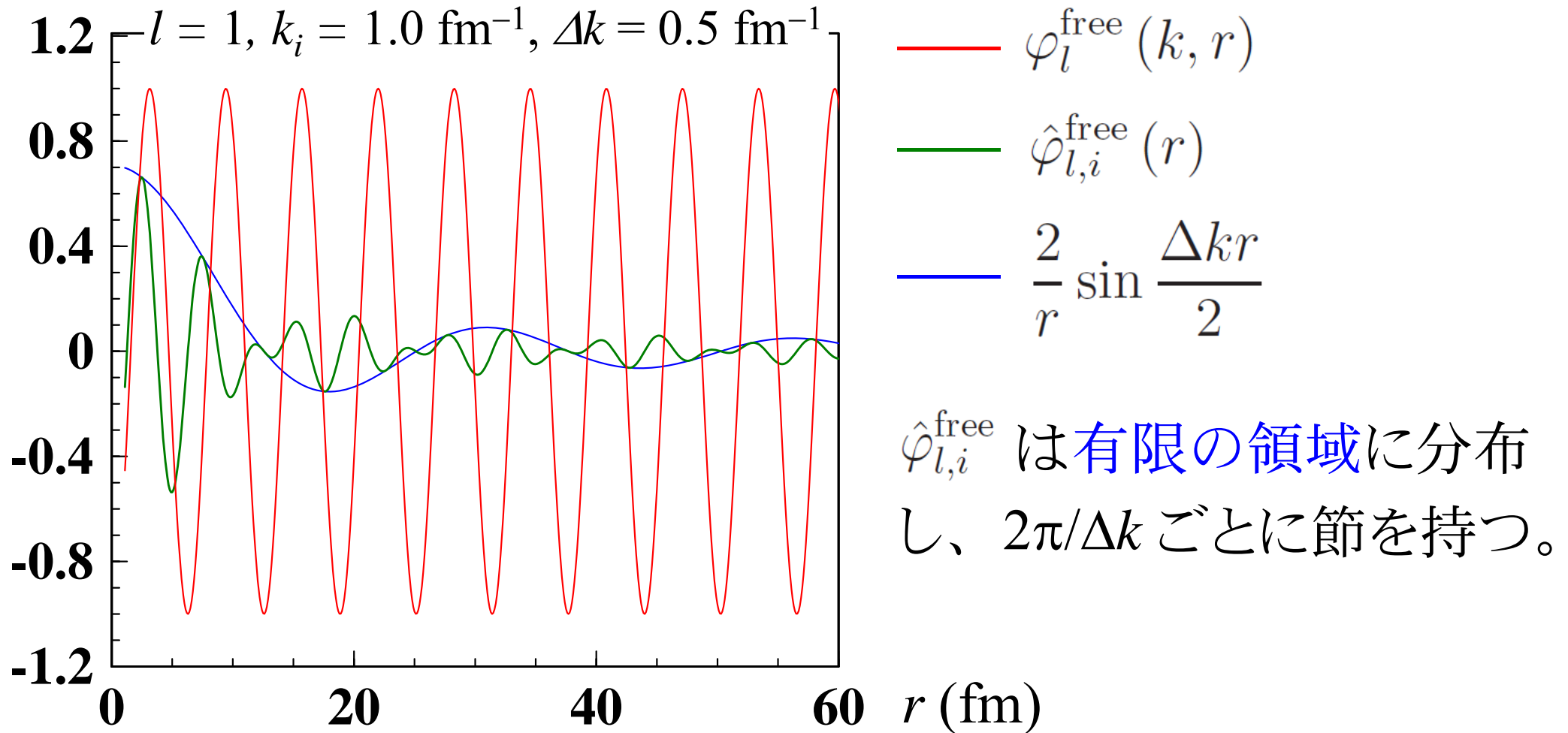
減衰因子

付加的な振動因子

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \frac{2}{r} \sin\left(\left[k_i + \frac{\Delta k}{2}\right]r - \frac{l\pi}{2}\right) \sin \frac{\Delta k r}{2}$$

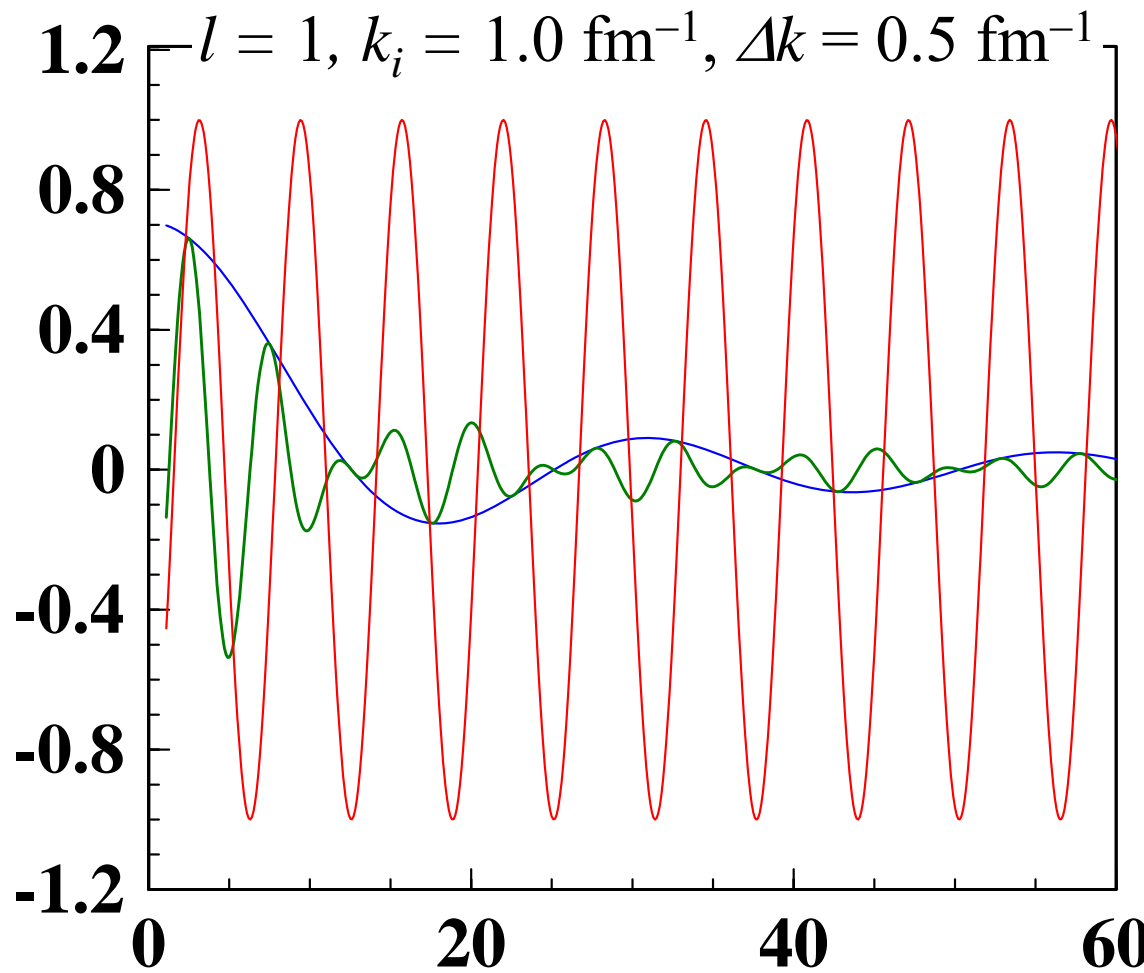
# 離散化された連続状態のふるまい

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \sin \left( \left[ k_i + \frac{\Delta k}{2} \right] r - \frac{l\pi}{2} \right) \frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$$



# 連続状態の離散化の方法II (midpoint法)

$k = k_i + \Delta k/2$  における散乱波動関数をそのまま採用する。



—  $\varphi_l^{\text{free}}(k, r)$

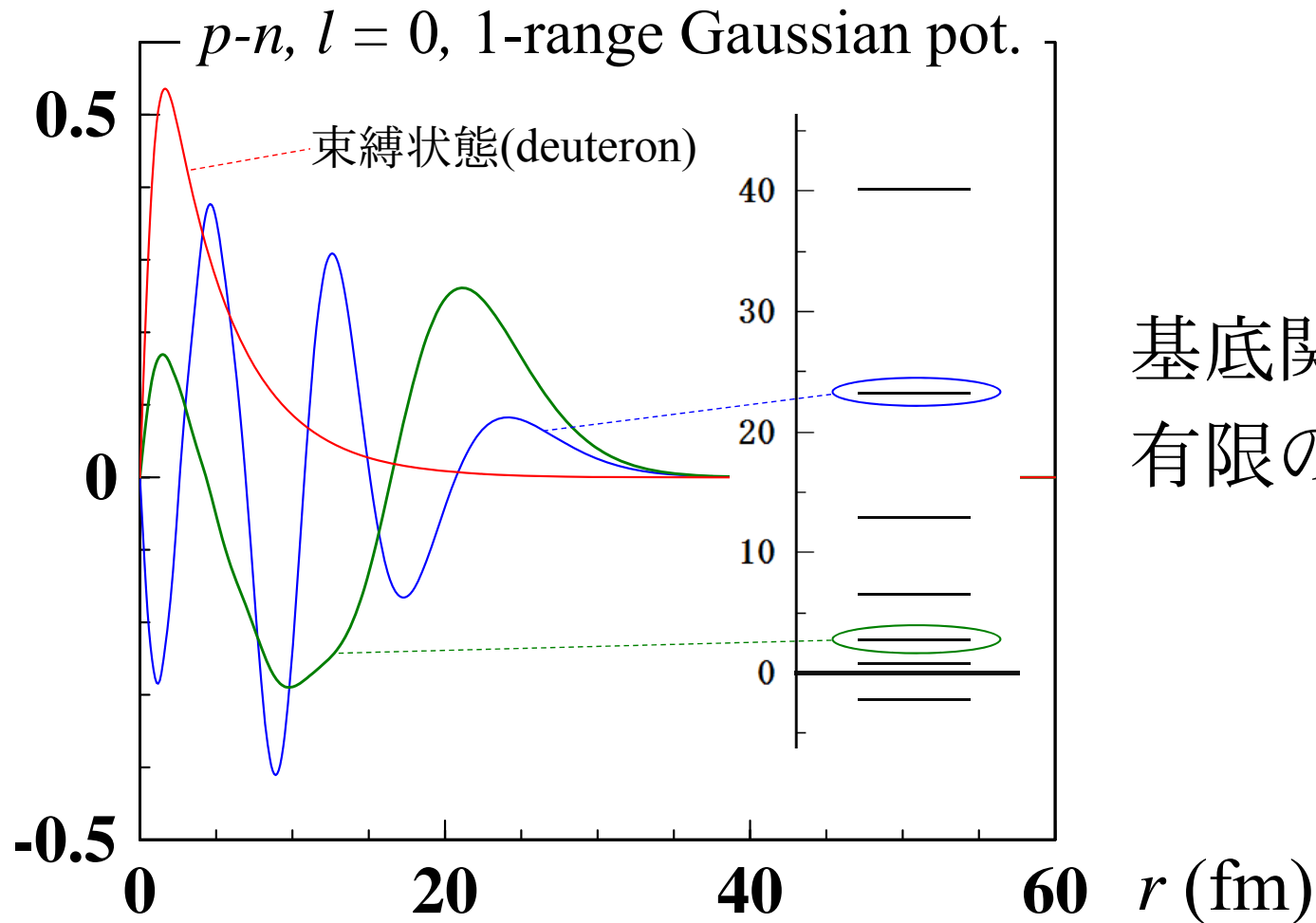
—  $\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r)$

—  $\frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$

無限の広がりを持つが、 $l$ -truncation の恩恵で反応計算は収束する(ただし遅い)。

# 連続状態の離散化の方法III (pseudostate法)

入射粒子の内部ハミルトニアンを基底関数で対角化し、得られた擬状態(閾値よりも上の状態)を離散化された連続状態とみなす。



基底関数の広がりに応じた有限の空間に分布する。

# 離散化の手法の比較

- 3つの手法は、弾性散乱断面積・全分解断面積について完全に同じ結果を与えることが確認されている。

※全分解断面積:  $i = 1 - i_{\max}$  のチャンネルに遷移(分解)する断面積の和

- Mid法はCDCCCの正当性にとっては重要だが、実際の計算では、収束が速く、状態のコントロールが容易なAv法が便利。  
→ 標準的な手法として広く普及

- PS法は最も初期に開発されたが、CDCCCで得られる離散的な結果を連続化する処方がなく、長く利用されていなかった。

※Av法では、幅  $\Delta k$  の連続状態を等重で束ねた状態への遷移

を考えているので、 $S_0(k) \sim \frac{S_{i0}}{\sqrt{\Delta k}}$  とすれば良い。



# 離散的な結果の連続化(平滑化)

簡単のため、 $k_\beta$ の大きさのみを指定した観測量を考える:

$$T_{\beta\alpha} \sim \langle \phi_{k_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle$$

$$\mathcal{P} \equiv \sum_{i=0}^{i_{\max}} |\hat{\phi}_i\rangle \langle \hat{\phi}_i| \sim 1$$

CDCCで求めた*i*チャンネルへの遷移行列

$$\sim \sum_{i=0}^{i_{\max}} \langle \phi_{k_\beta} | \hat{\phi}_i \rangle \langle \hat{\phi}_i e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle$$

離散状態と連続状態のoverlap

(平滑化関数):  $f_i(k_\beta)$

この考え方は、PS法にも適用可能。

# 平滑化関数(Av法の場合)

規格化係数  $\hat{\varphi}_i(r) = \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} \varphi(k, r) dk$

$$\int \varphi^*(k, r) \varphi(k', r) dr = \delta(k' - k)$$



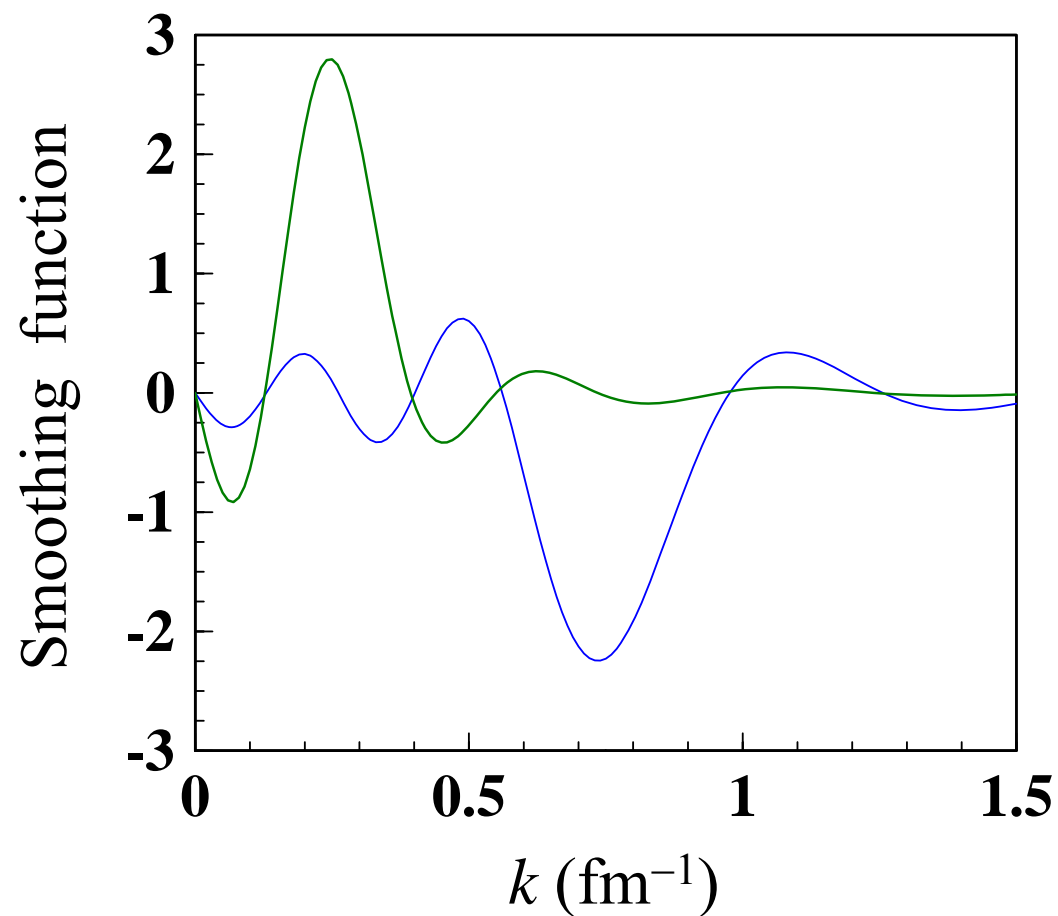
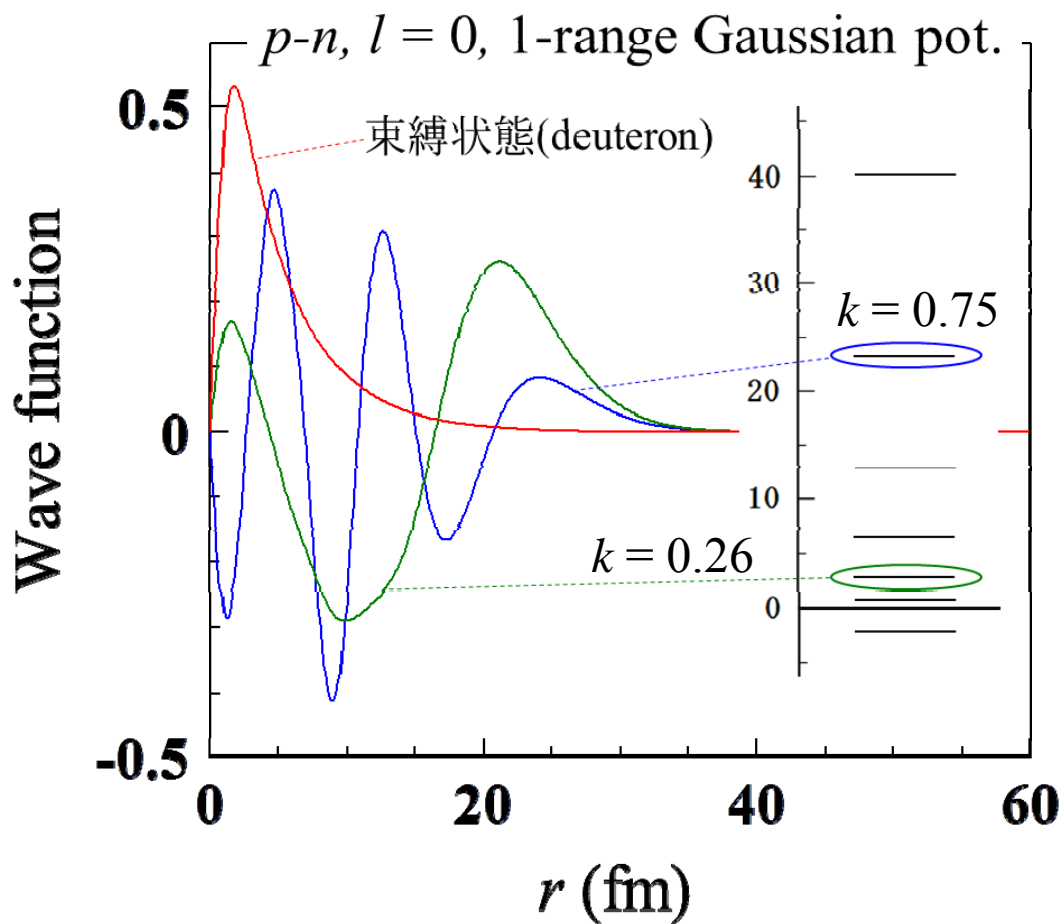
$$f_i(k) = \int \varphi^*(k, r) \hat{\varphi}_i(r) dr$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int dr \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \varphi^*(k, r) \varphi(k', r)$$

通常の方法と同じ答

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \delta(k' - k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} & (k_i < k < k_i + \Delta k) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

# 平滑化関数(PS法)

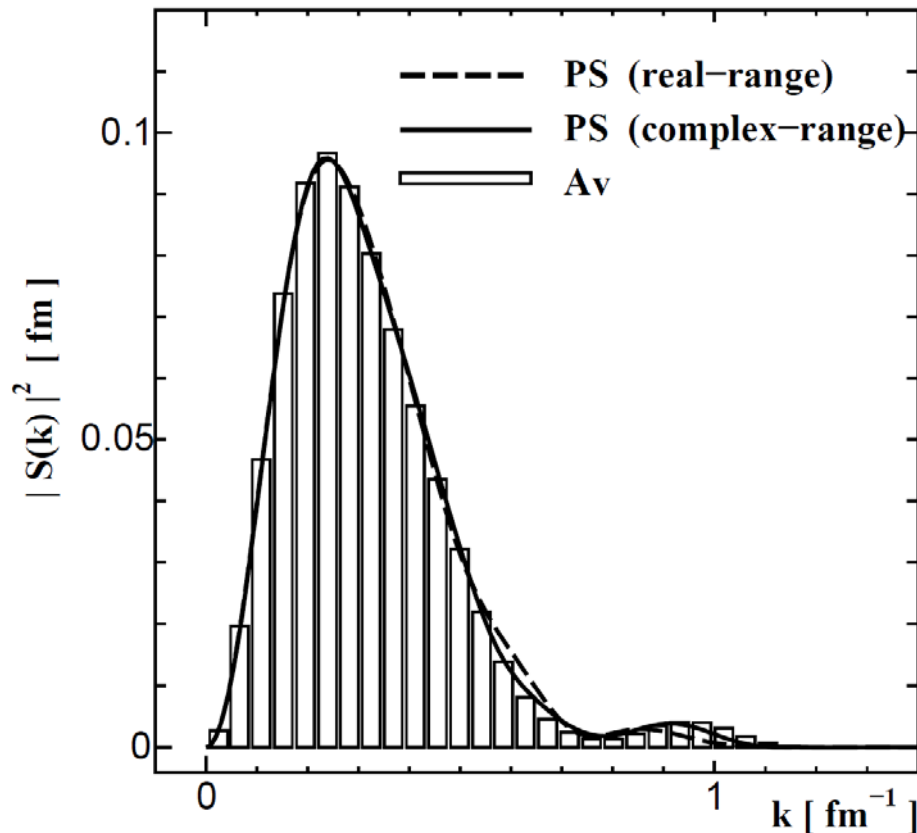


固有値に対応する  $k$  にピークを持つが、有意の広がりを持つ。

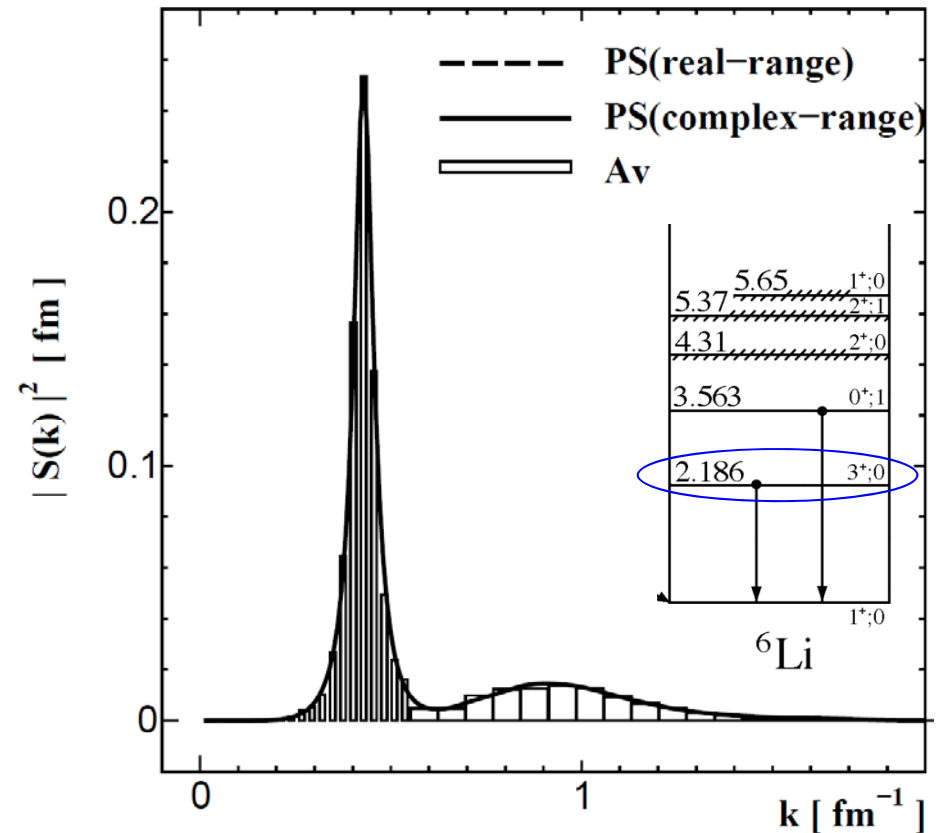
# 平滑化の実例(A<sub>v</sub>法 vs PS法)

T. Matsumoto, Kamizato, O, Iseri, Hiyama, Kamimura, Yahiro, Phys. Rev. C **68**, 064607 (2003).

$d+^{58}\text{Ni}$  at 80 MeV



$^6\text{Li}+^{40}\text{Ca}$  at 156 MeV



平滑化した遷移強度は両者で極めて良く一致。

# 離散化の方法と物理量の平滑化のまとめ

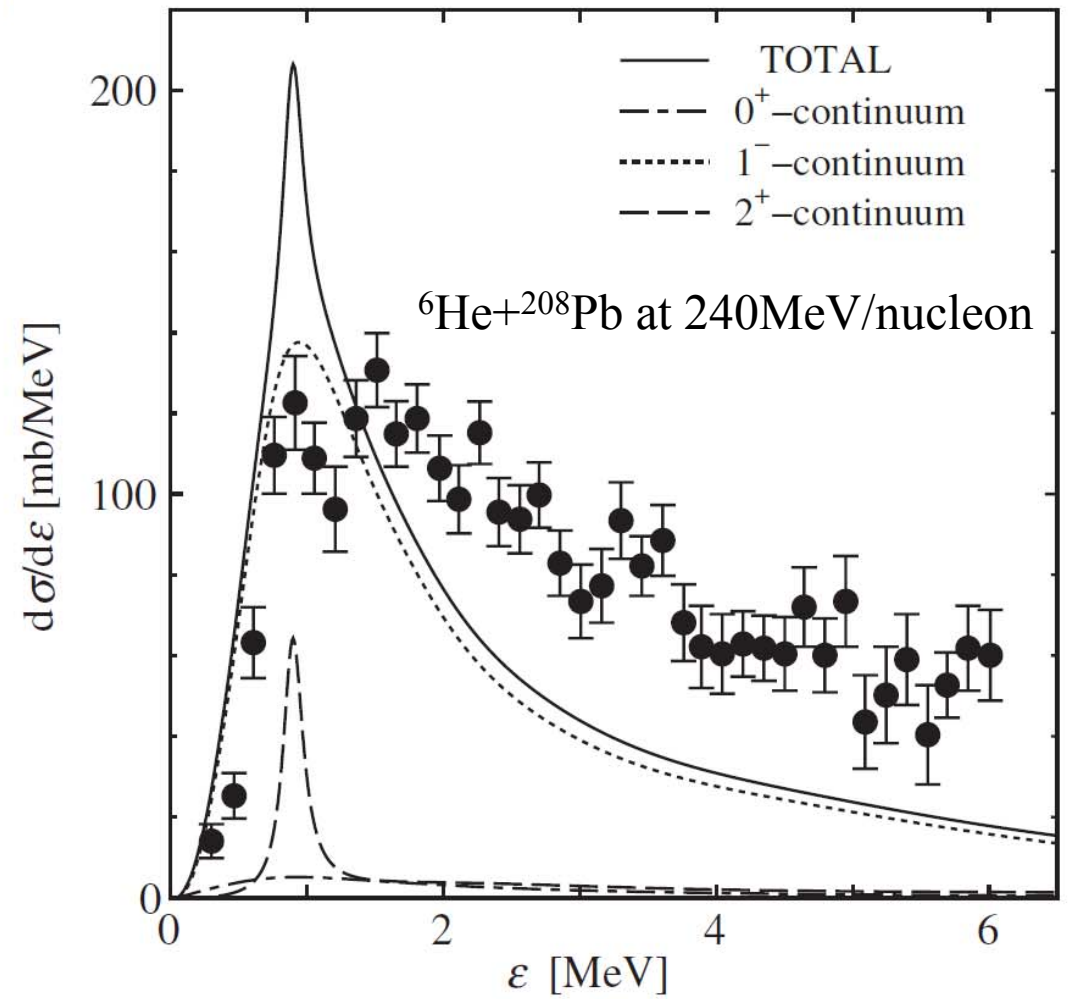
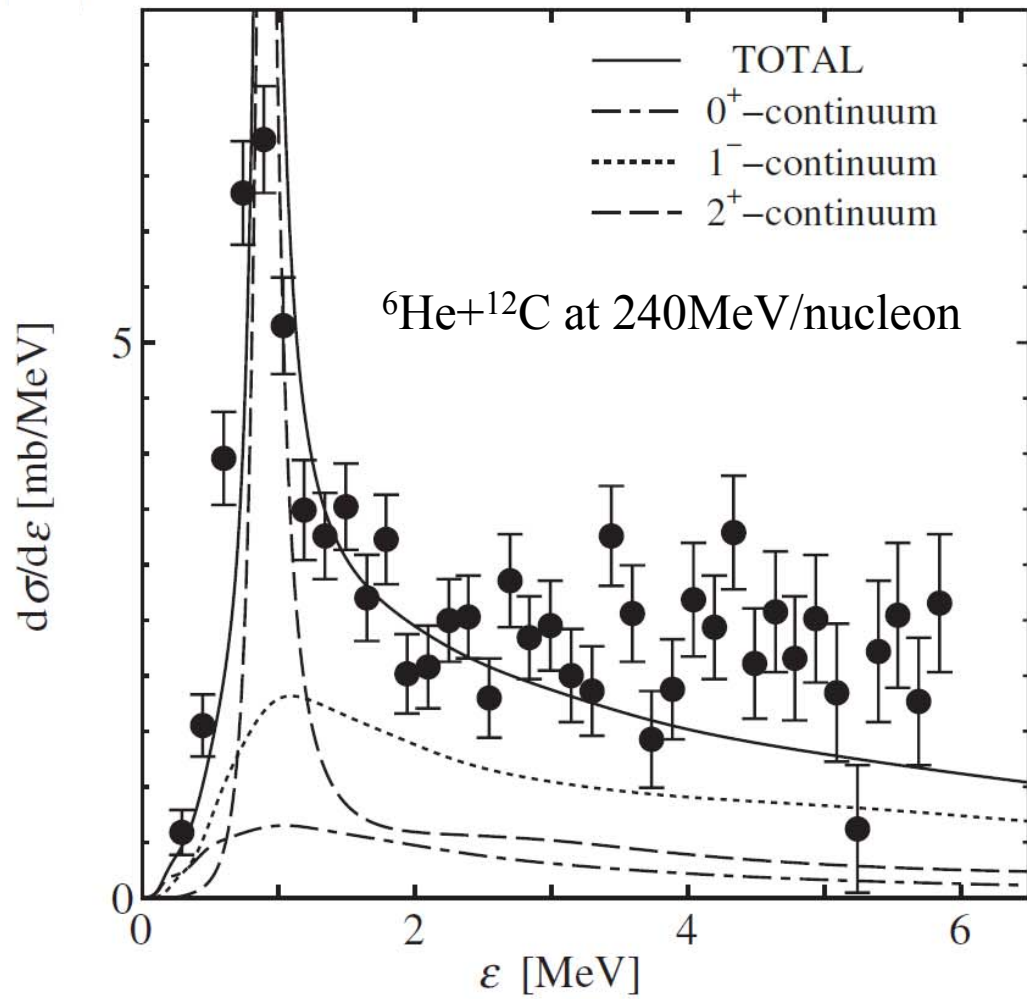
- Average法, midpoint法, pseudostate法という3つの離散化の方法について紹介した。
- Av法は収束が早くコントロールが容易なため、もっとも広く普及しているが、入射粒子が3体系以上をなす場合、適用が困難。
- PS法は入射粒子の構成に関する制限がない。3体系の入射粒子と標的核からなる4体反応系を記述する4体CDCCが活躍中。
- 離散的な結果を平滑化する方法が開発され、PS法の本質的な問題は克服されている(4体CDCCについては複素スケールリング法を用いた平滑化法が最近開発された)。

*T. Matsumoto, Hiyama, O, Iseri, Kamimura, Chiba, Yahiro, PRC70, 061601(R) (2004).*

*T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).*

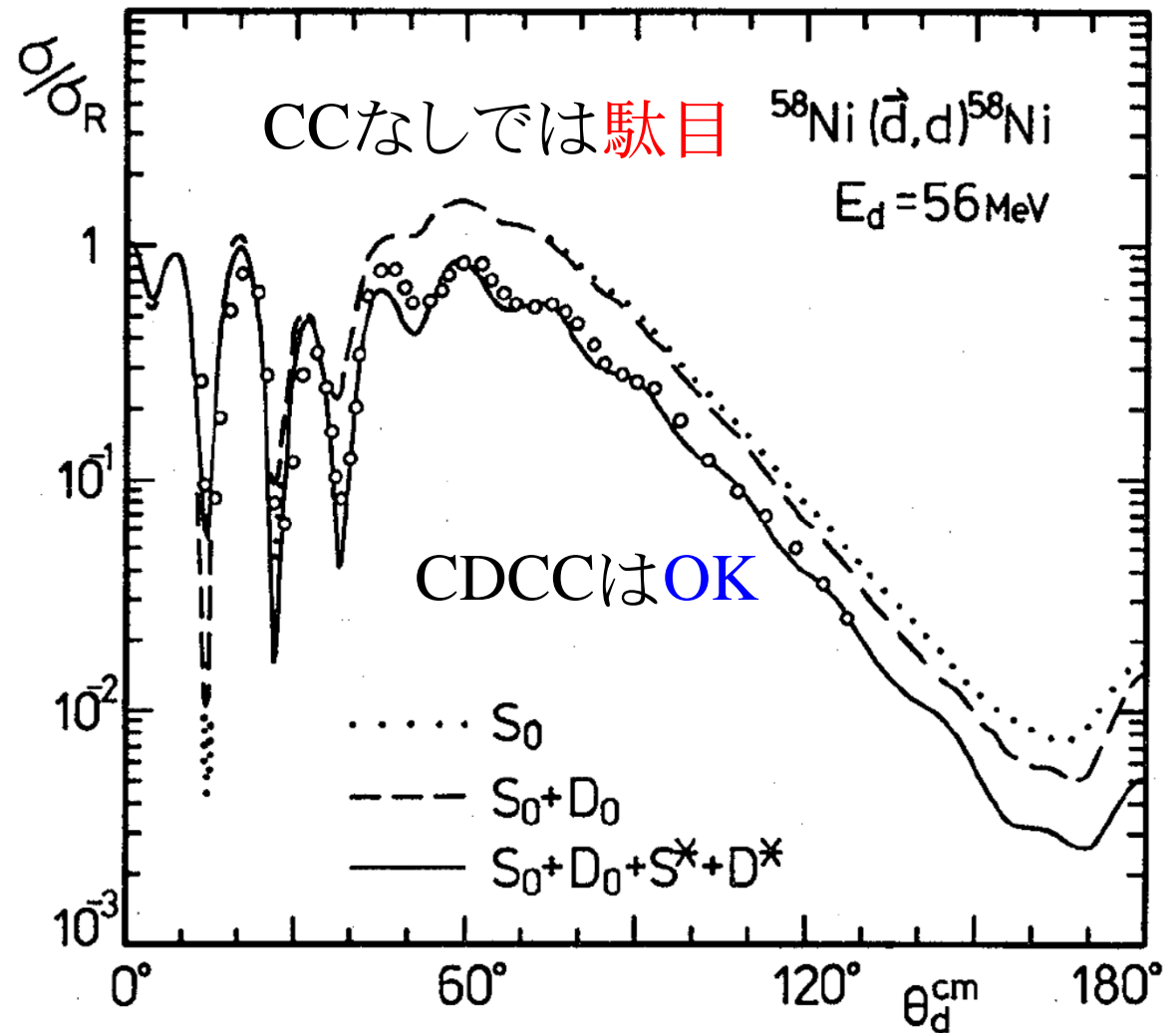
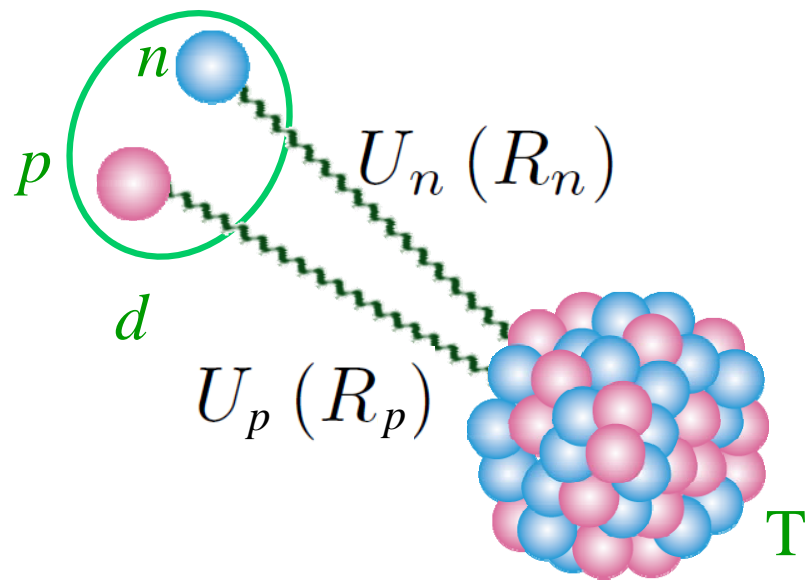
# 4体CDCCの計算例

*T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).*



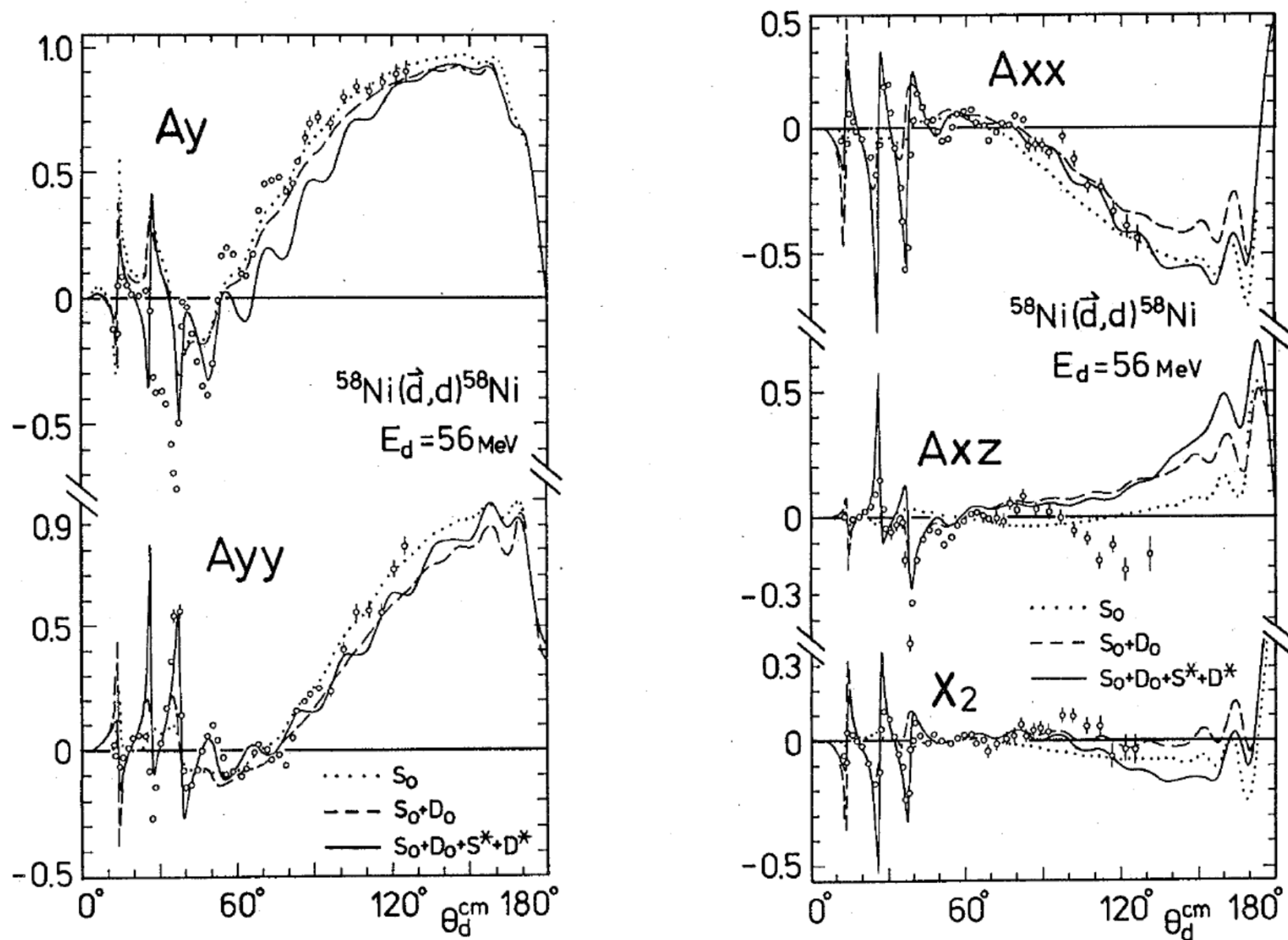
## 2c. 補足

# $U_p + U_n$ の畳み込みでdの弾性散乱は描けるか？





# スピン偏極量の研究例



## Effects of tensor interaction in p–n breakup states on deuteron elastic scattering

Y. Iseri <sup>a</sup>, M. Tanifuji <sup>b</sup>, Y. Aoki <sup>c</sup> and M. Kawai <sup>d</sup>

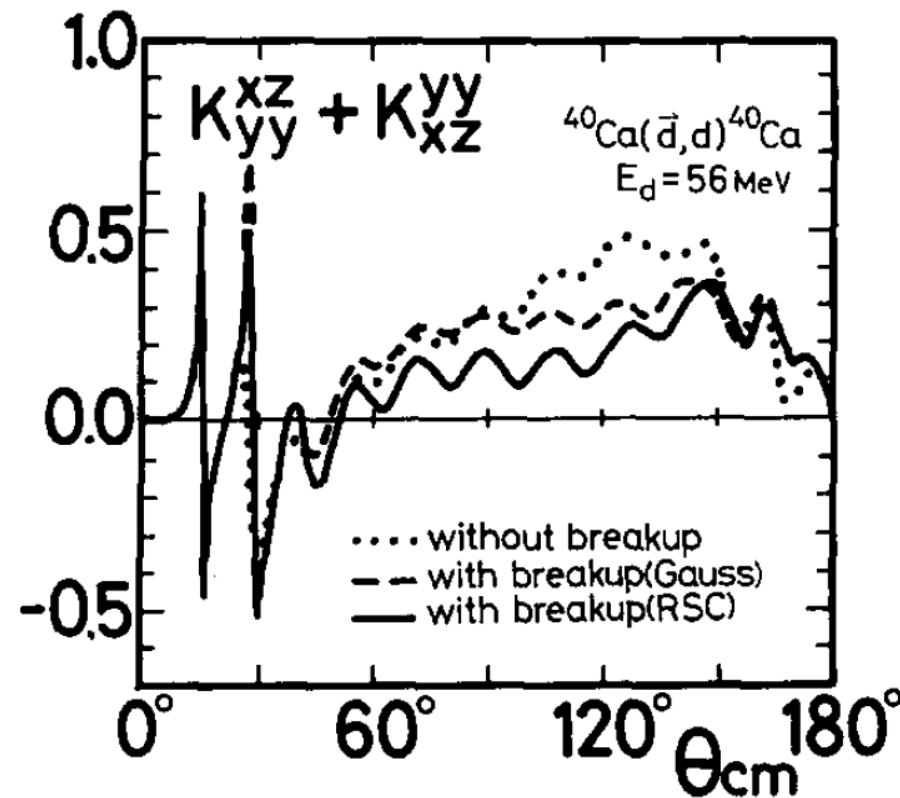
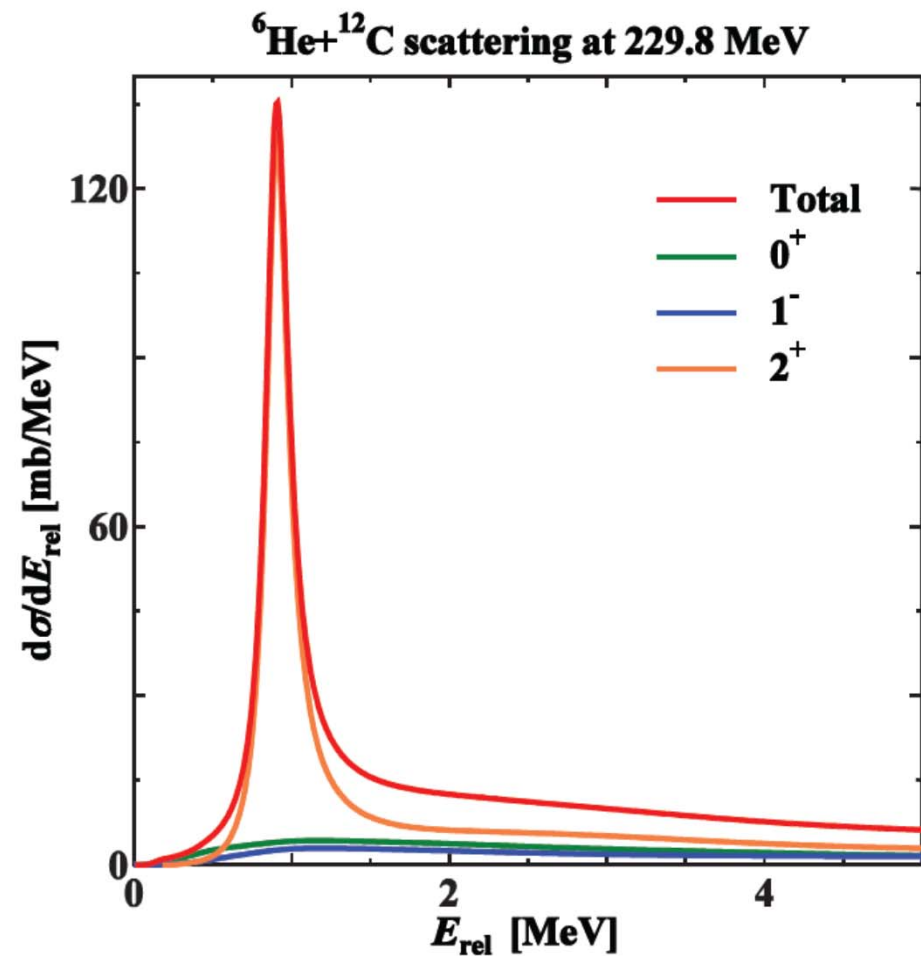
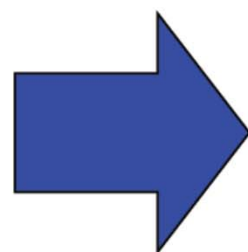
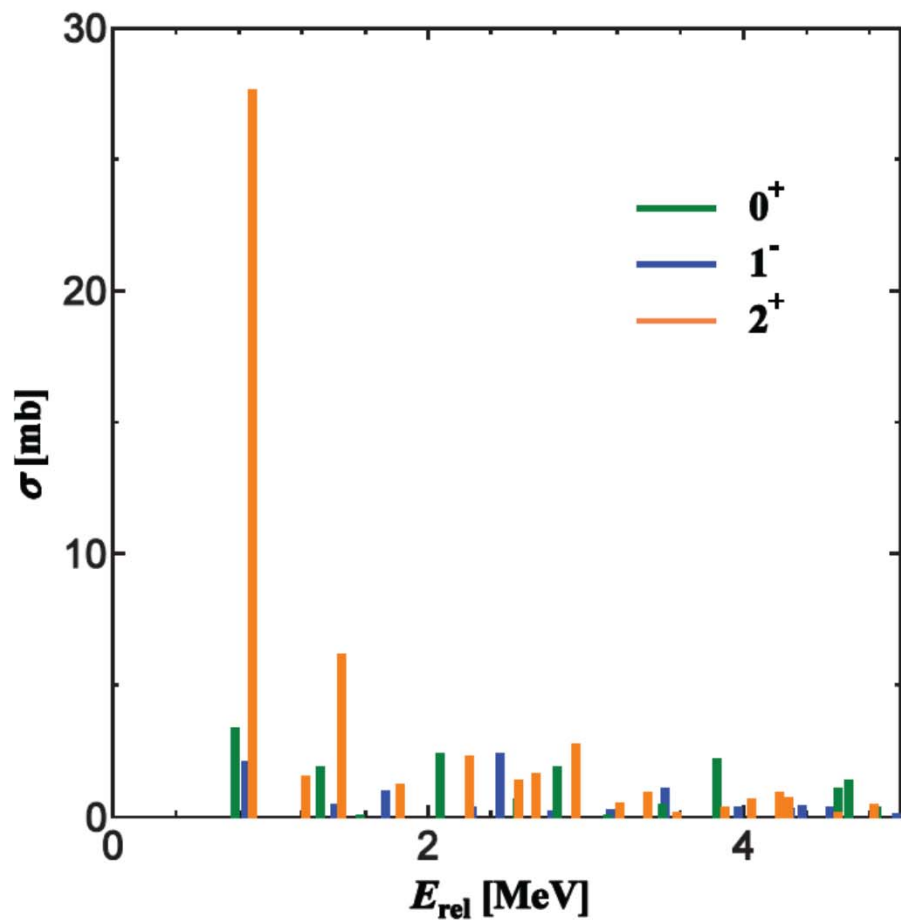


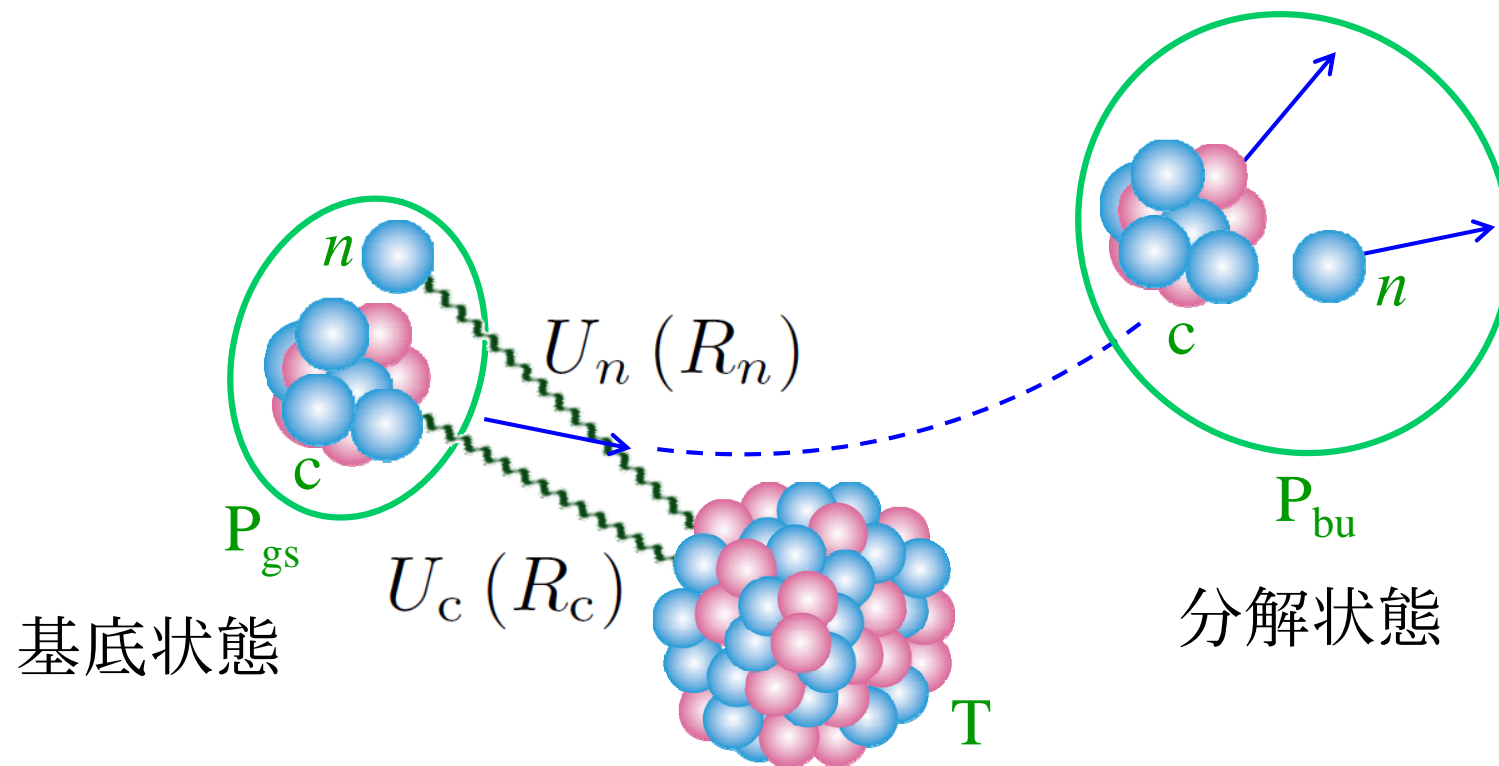
Fig. 3. The linear combination of polarization transfer coefficients  $K_{yy}^{xz} + K_{xz}^{yy}$  in  $^{40}\text{Ca}(\vec{d}, d)^{40}\text{Ca}$  at  $E_d = 56 \text{ MeV}$ . The definitions of the lines are the same as in fig. 2.

# 平滑化について



### **3. 微視的反応論(QCDから核物理へ)**

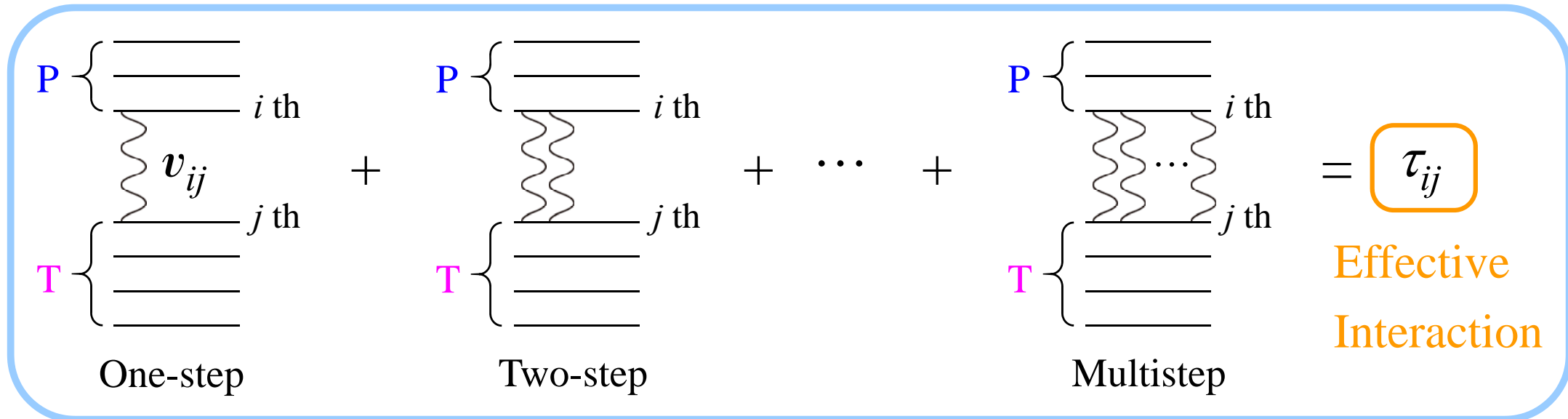
# 分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

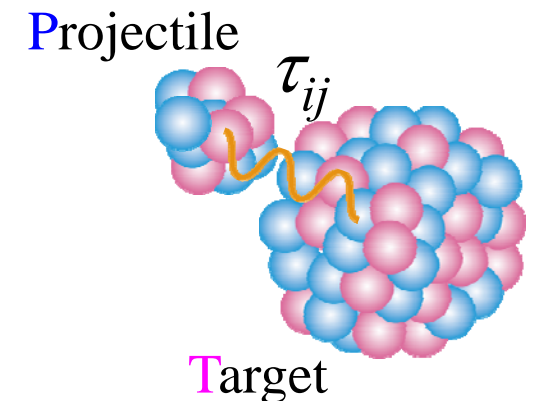
# 微視的反應論

## ✓ Multiple-scattering theory for nucleus-nucleus scattering



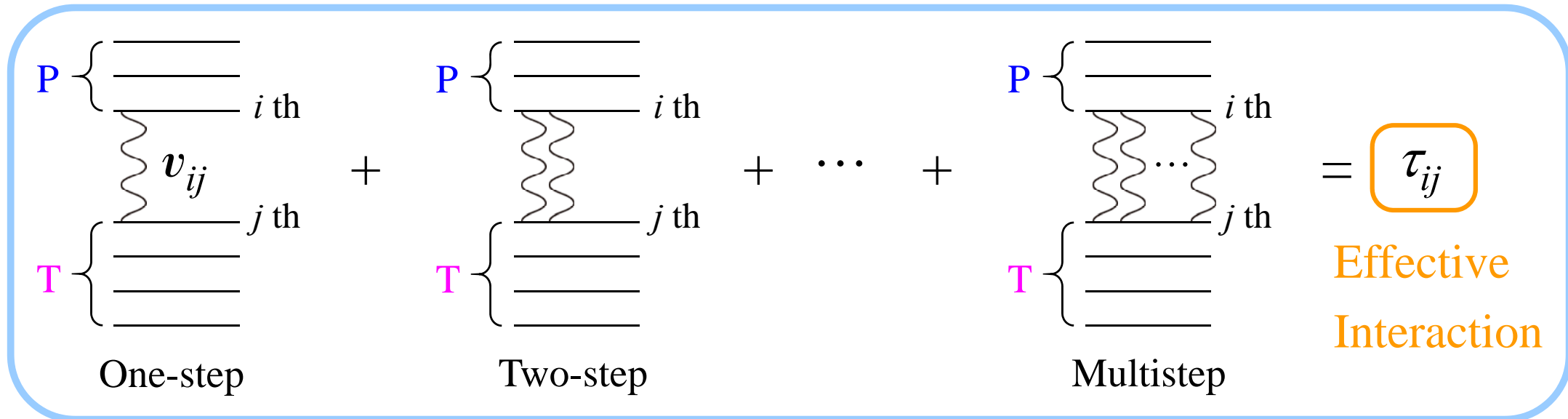
## ✓ Schrödinger equation

$$\left[ K + h_P + h_T + \sum_{i \in P, j \in T} v_{ij} - E \right] \Psi = 0$$



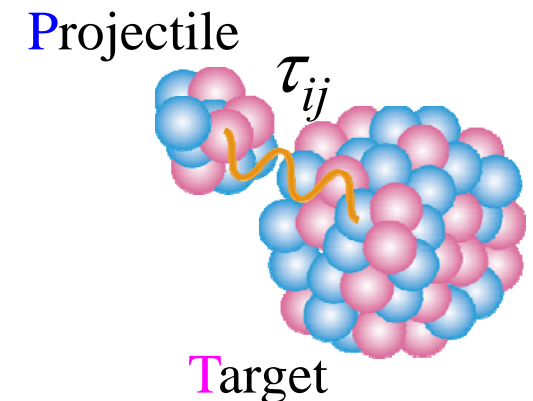
# 微視的反應論

## ✓ Multiple-scattering theory for nucleus-nucleus scattering



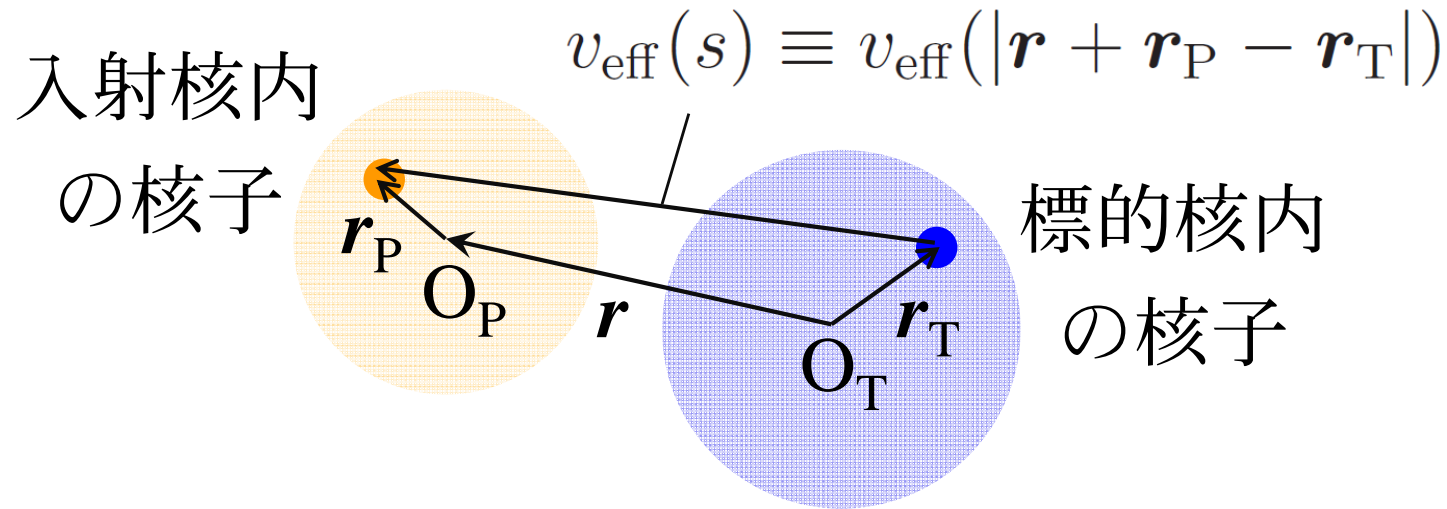
## ✓ Schrödinger equation with *resummation*

$$\left[ K + h_P + h_T + \sum_{i \in P, j \in T} \tau_{ij} - E \right] \Psi = 0$$



# 2重畳み込みポテンシャル

2核子間有効相互作用の“期待値”を核間相互作用とする。



$$U(\mathbf{r}) = \int v_{\text{eff}}(s) \rho_P(\mathbf{r}_P) \rho_T(\mathbf{r}_T) d\mathbf{r}_P d\mathbf{r}_T$$

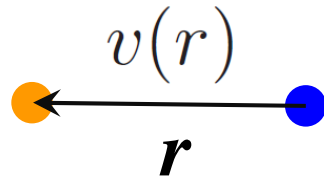
原子核の密度分布  $\rho_P(\mathbf{r}_P)$ ,  $\rho_T(\mathbf{r}_T)$  は、核構造計算で求められる。

2核子間有効相互作用をどのようにして求めるかが(ここでの)問題。



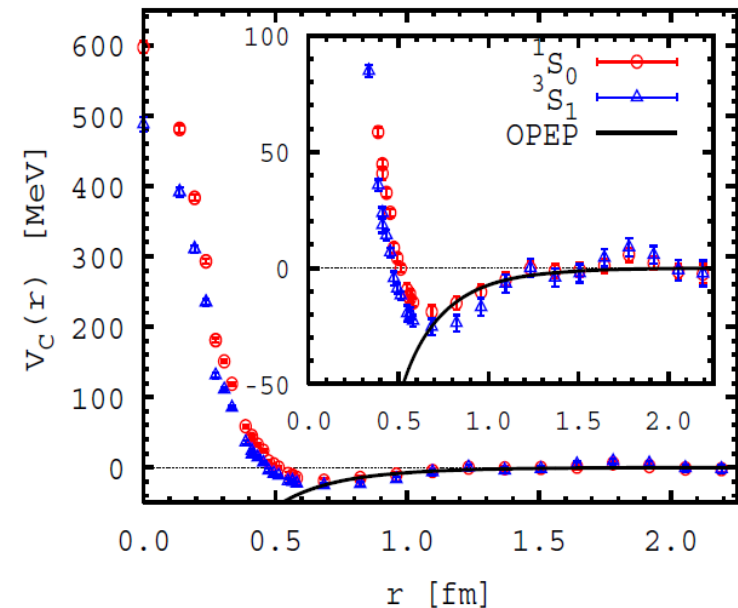
# 核力による2核子散乱の記述

2核子間にはたらく生の核力  $v$  は非常に良くわかっているとする。  
(例えばQCDから決定した  $v$  が使える)



シュレディンガー方程式

$$[T_r + v(r) - E] \psi(\mathbf{r}) = 0$$



N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, PRL $\mathbf{99}$ , 022001 (2007).

これを解けば、2核子間の相対波動関数  $\psi$  が得られる。

$\psi$  は核力の斥力芯を適切に扱えるほどに正確。

しかし、その正確さを核子多体計算で実現するのは困難。

# 2核子散乱を記述する有効相互作用

2核子間有効相互作用の定義

$$v(r)\psi(\mathbf{r}) = v_{\text{eff}}(r)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

自由波(平面波)に核力が無限次作用して正確な波動関数となるプロセスを、1回の相互作用で表現したもの。

(参考)

もとのシュレディンガー方程式と等価で、散乱の境界条件を取り入れたリップマン-シュウインガー方程式

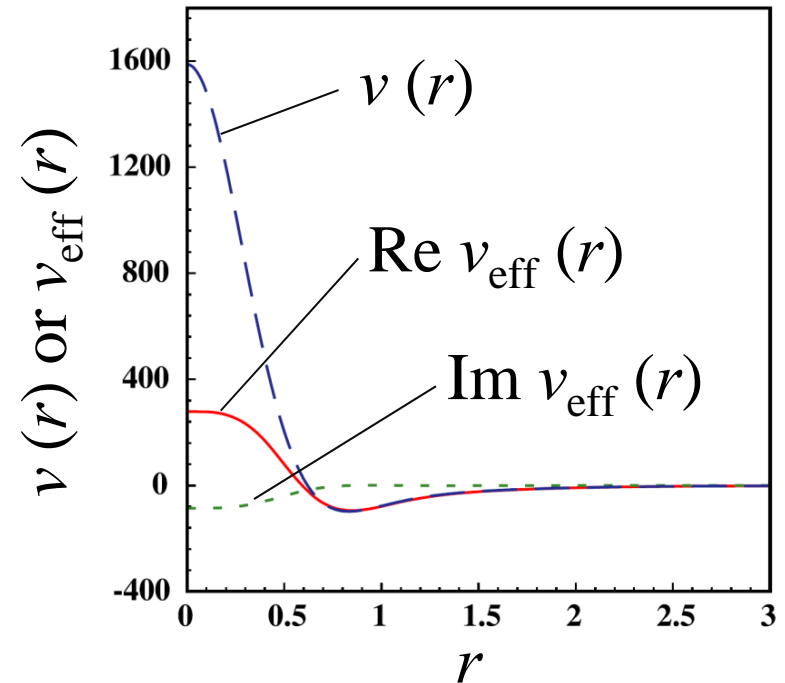
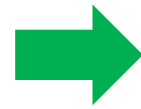
$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r)\psi(\mathbf{r}) \\ &= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r) \left[ e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \frac{1}{E - T_r + i\epsilon} v(r)\psi(\mathbf{r}) \right] = \dots\end{aligned}$$

# 有効核力の性質と多体補正

- 有効相互作用は斥力芯を持たず、扱いが容易(多体計算向き)。
- エネルギーに依存する複素ポテンシャル。

生の核力と有効核力の比較例

M. Yahiro, Minomo, O, Kawai, PTP120, 767 (2008).



- 原子核-原子核散乱に対応する有効相互作用の厳密計算は極めて困難であるが、**g行列理論**を用いることで、原子核(有限密度系)の多体効果を近似的に取り入れる事が可能。

# g行列

無限に広がった核物質(密度 $\rho$ )の中での2核子間相互作用を、次のベーテ-ゴールドストーン方程式を解いて求める。

$$g(E, \rho) = v + v \frac{\boxed{Q} \text{ パウリの排他演算子}}{E - K_0 - K_1 - \boxed{U_0} - \boxed{U_1} + i\varepsilon} g(E, \rho)$$

— 一体ポテンシャル

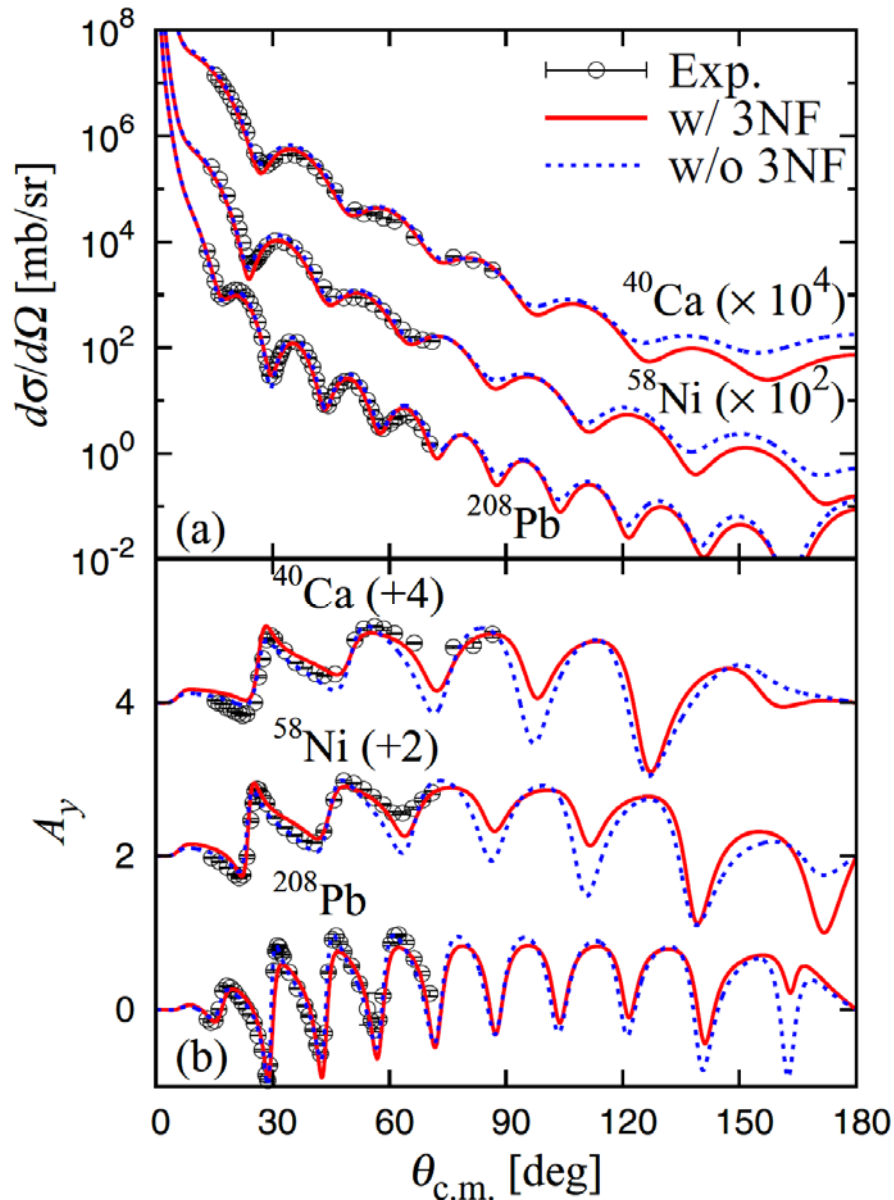
$$U_i = U(\mathbf{k}_i, E_i; \rho) = \sum_{k' \leq \boxed{k_F} \text{ フェルミ波数 } (\propto \rho^{1/3})} \langle \mathbf{k}_i, \mathbf{k}' | g(E_i + e') | \mathbf{k}_i, \mathbf{k}' \rangle$$

$$\equiv V(\mathbf{k}_i, E_i; \rho) + iW(\mathbf{k}_i, E_i; \rho)$$

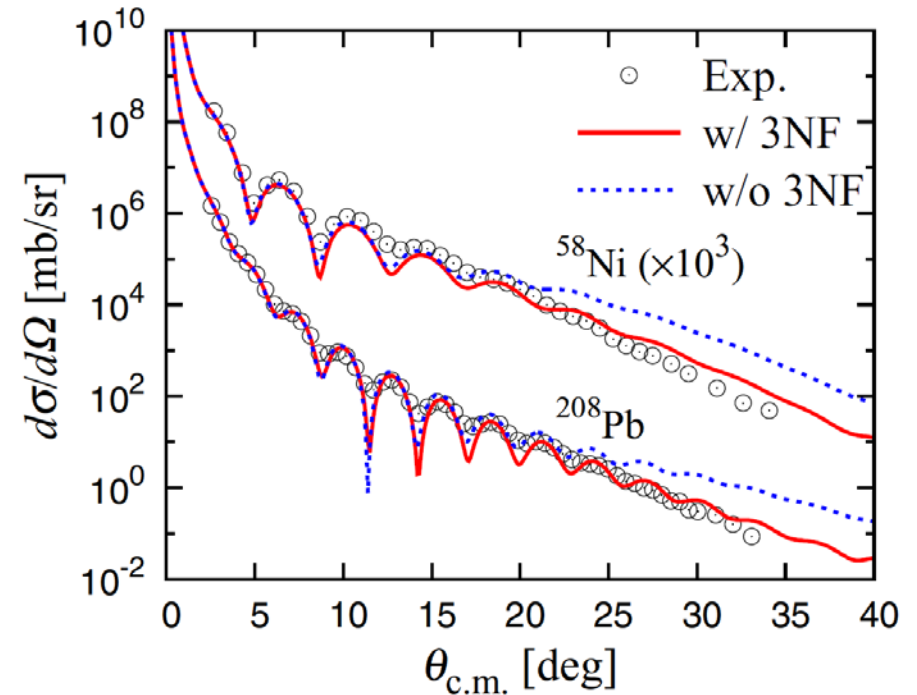
$$e' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} + V(\mathbf{k}', e'; \rho) \quad E_i = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m} + V(\mathbf{k}_i, E_i; \rho)$$

# 微視的反応計算の成功例

$p$  scattering at 65 MeV

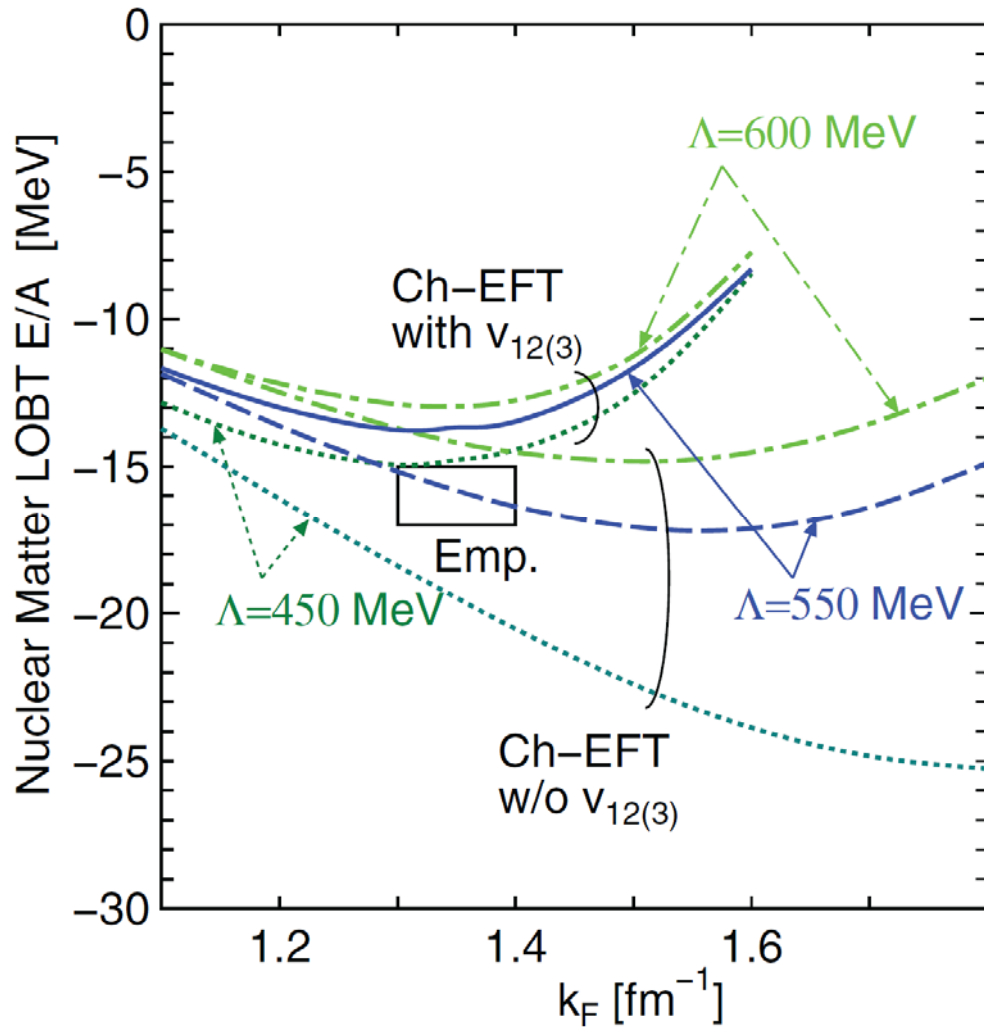


$\alpha$  scattering at 72 A MeV

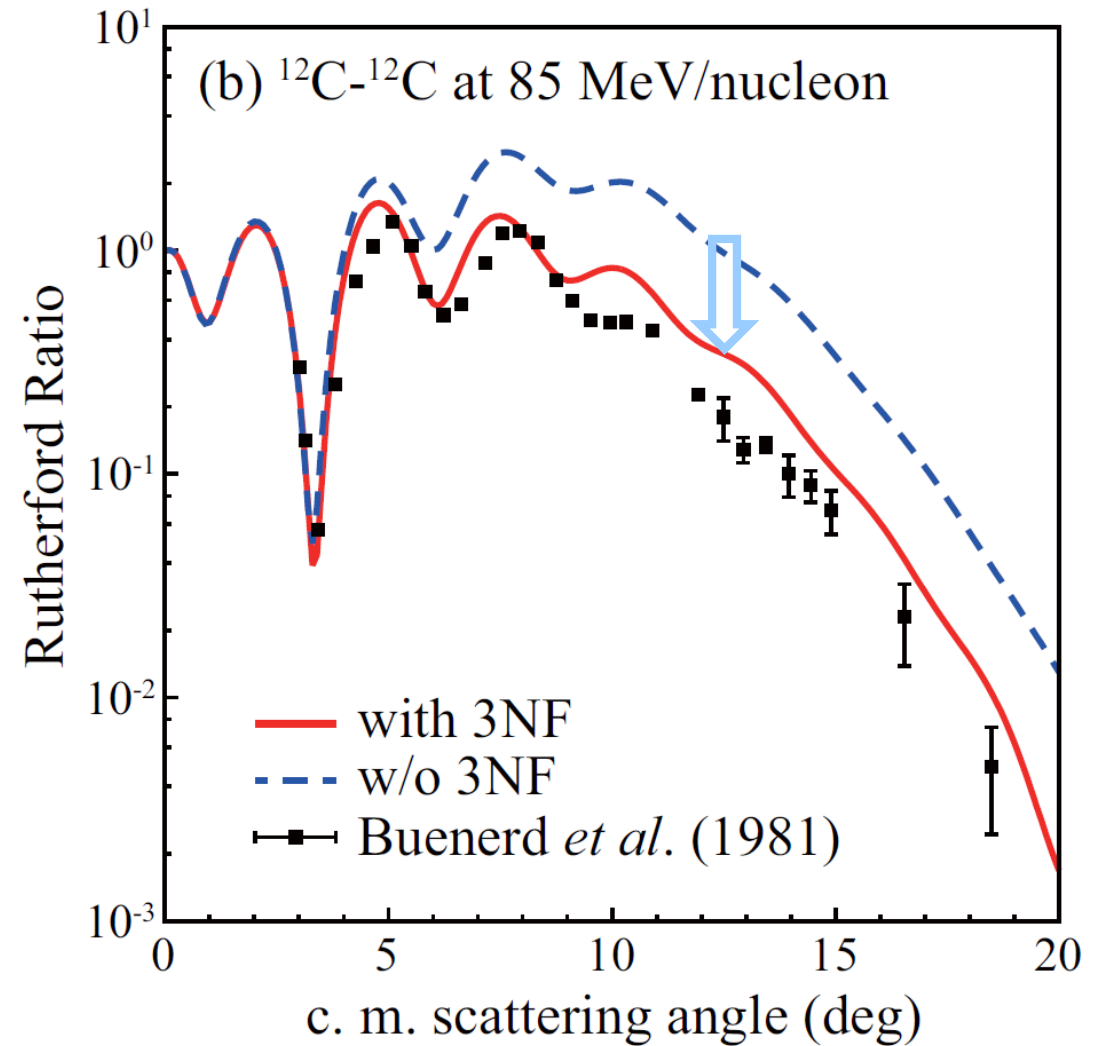


全て、調整パラメータなし

# カイラル3核子力効果



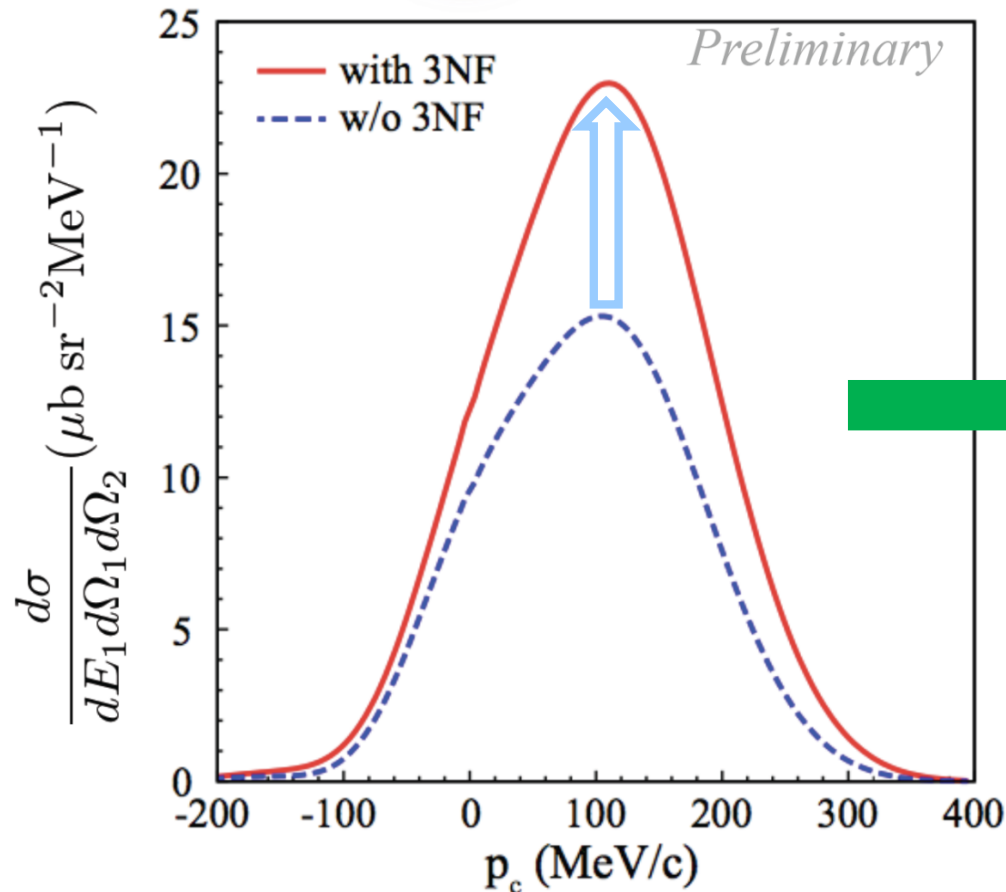
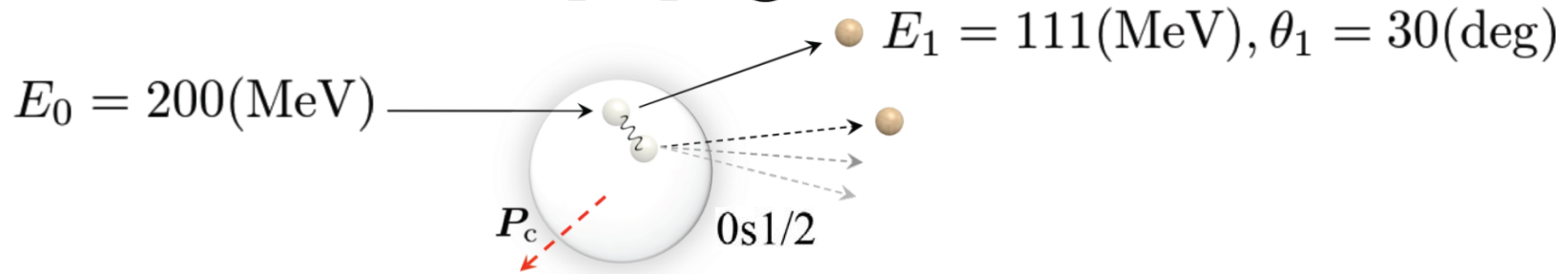
M. Kohno, PRC**88**, 064005 (2013).



K. Minomo, Toyokawa, Kohno, Yahiro, PRC**90**, 051601 (2015).  
 [see also T. Furumoto, Sakuragi, Yamamoto, PRC**80**, 044614 (2009)]

# 3核子力効果のプローブとしての(p,2p)反応

$^{40}\text{Ca}(p,2p)@200\text{MeV}$

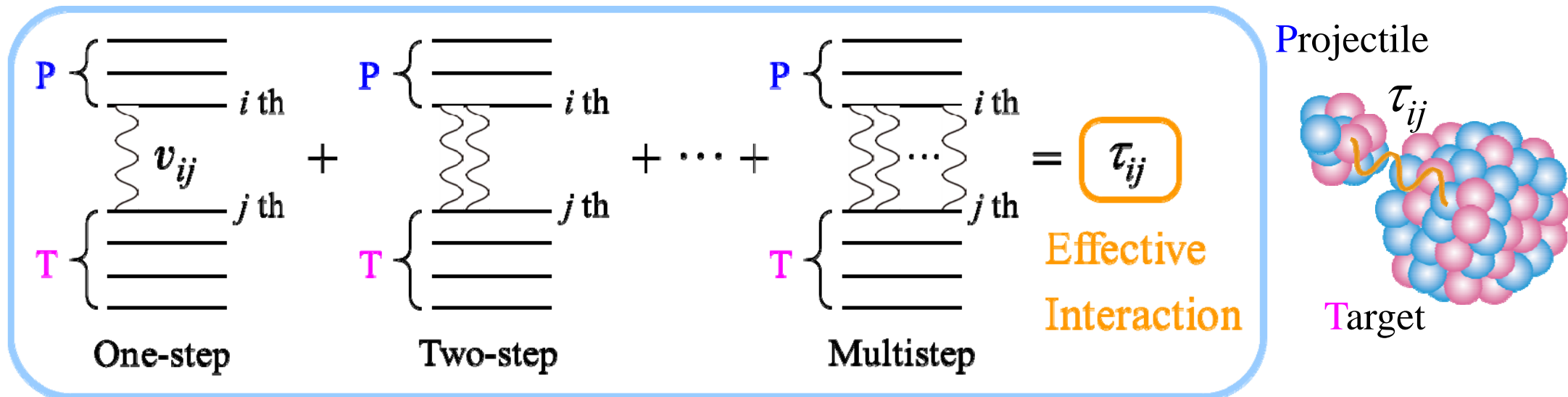


Spin observables?

# Phenomenology to Microscopic Theory

TABLE I. Optical-Model Parameters Neutrons

NUCLIDE	ENERGY (MEV)	REAL POTENTIAL			VOL.IMAG. POTENTIAL			SURF.IMAG. POTENTIAL			SPIN-ORBIT POTENTIAL			ST	SR	FIT	NOTE	REF.
		V	R	A	W	RW	AW	WD	RD	AD	VSO	RSO	ASO					
AL	1.	40.	1.25*	0.65*				5.0G*	1.25*	0.98*	10.*	1.25*	0.65*	3520	1340	S3	15	GIL63
AL	1.5	47.4	1.25*	0.46				6.3G	1.25*	0.98*	10.*	1.25*	0.46	3204		S1	10	KOR68
AL	2.47	48.0	1.14	0.65				8.42	1.19	0.48*	8.0*	1.14	0.65	2530	1270	S2	2	HOL71
AL	3.00	47.9	1.13	0.72				7.35	1.08	0.48*	8.0*	1.13	0.72	2520	1250	S2	2	HOL71
AL	3.49	48.7	1.18	0.61				8.46	1.29	0.48*	8.0*	1.18	0.61	2360	1130	S1	2	HOL71
AL	4.00	49.1	1.20	0.62				7.99	1.26	0.48*	8.0*	1.20	0.62	2290	1090	S2	2	HOL71
AL	4.56	50.2	1.18	0.59				8.38	1.26	0.48*	8.0*	1.18	0.59	2060	1020	S1	2	HOL71
AL	6.09	47.8	1.20	0.67				8.23	1.23	0.48*	8.0*	1.20	0.67	1880	1070	S3	2	HOL71
AL	7.	45.5	1.25*	0.65*				9.5G	1.25*	0.98*	8.6	1.25*	0.65*			X3		BJO58
AL	7.05	49.1	1.20	0.68				7.90	1.20	0.48*	8.0*	1.20	0.68	1800	1040	S2	2	HOL71
AL	7.97	49.4	1.20	0.69				12.1	1.30	0.41	9.8	1.20	0.69			S1	2	BRA72



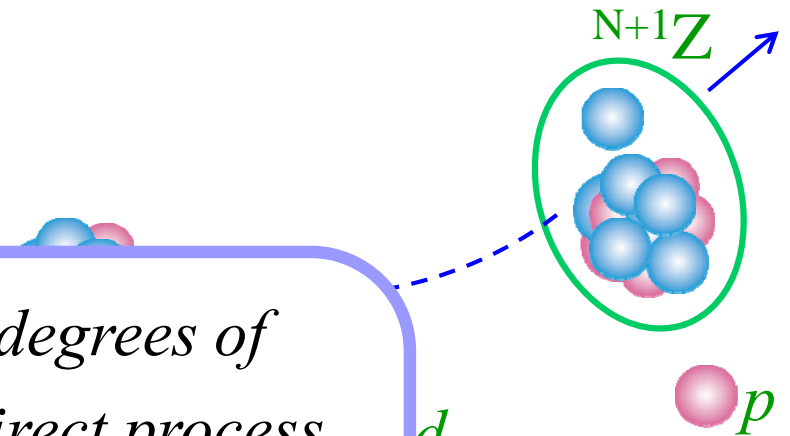


# Microscopic Effective Reaction Theory

Inelastic Scattering

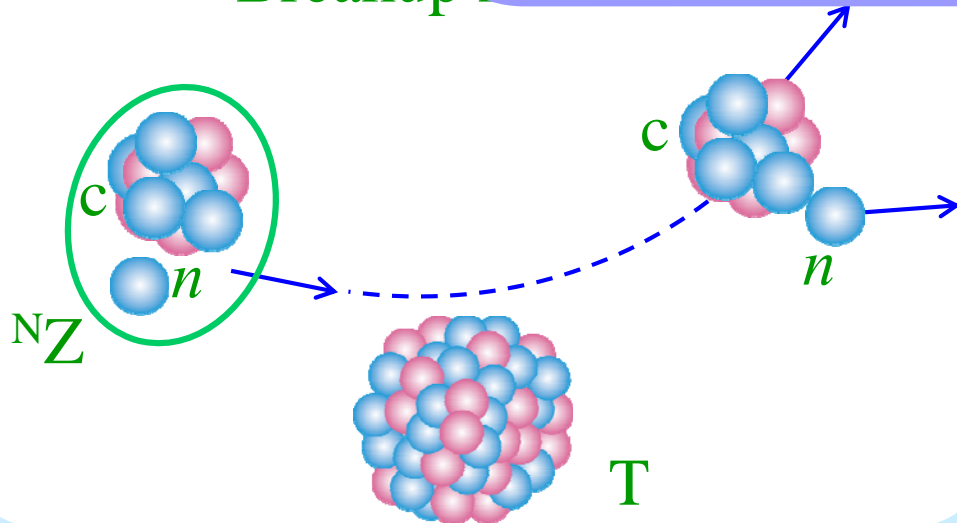


Transfer Reaction

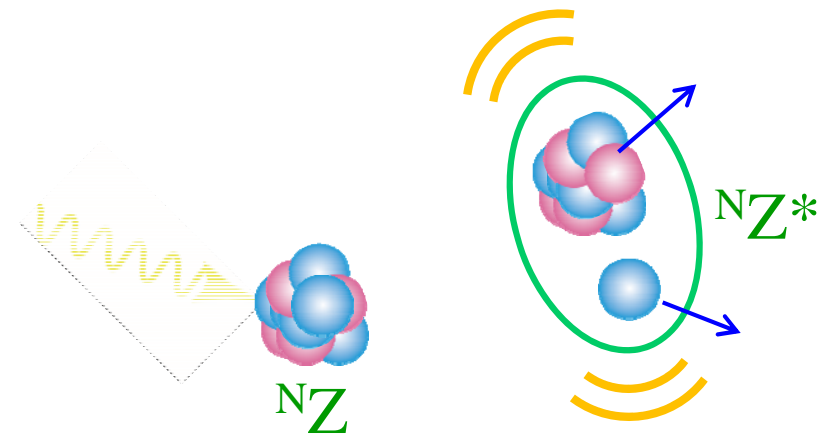


*We must select essential degrees of freedom for describing a direct process of interest with a desired accuracy*

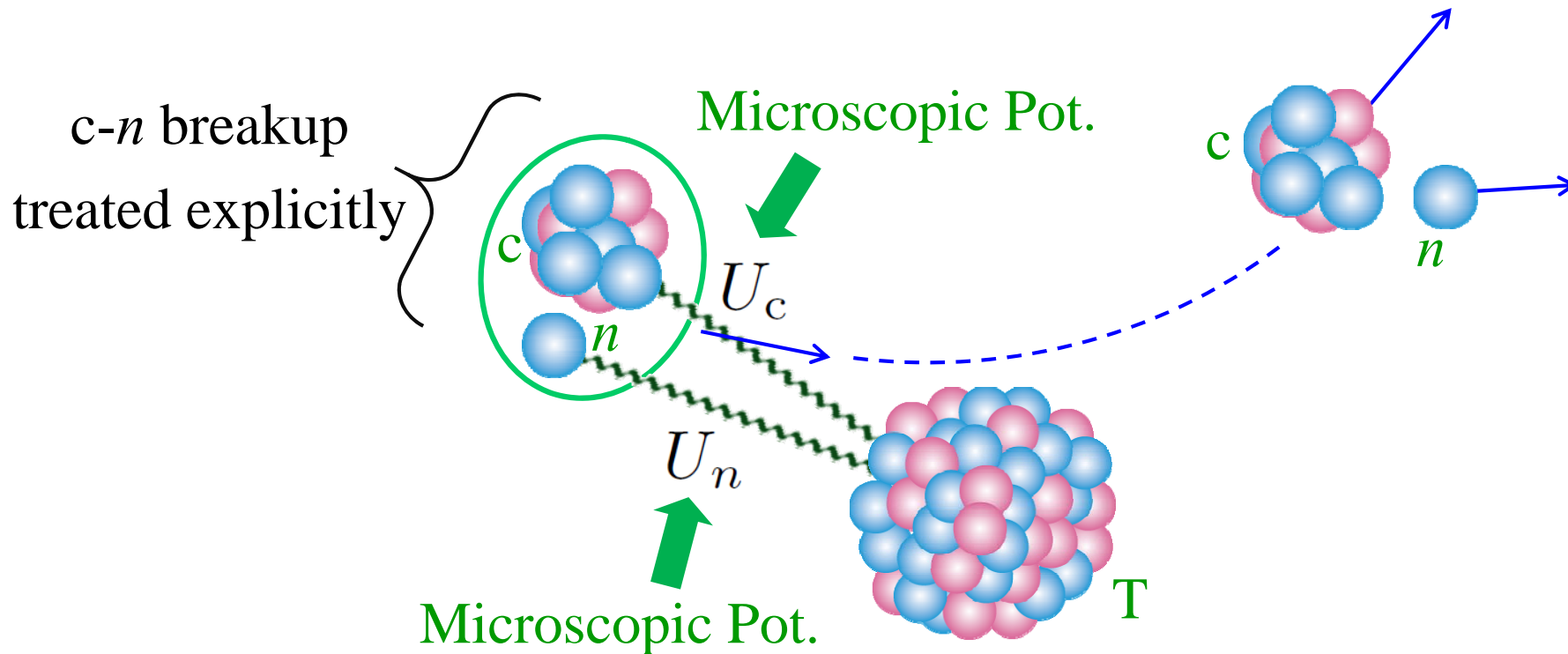
Breakup



Integration



# Microscopic CDCC



## Microscopic Effective Reaction Theory (MERT)

1. Degrees of freedom selected (= setting model space)
2. Distorting (“Mean-field”) potential generated microscopically
3. Direct process due to residual interaction calculated with 1. and 2.

# 微視的反応論のまとめ

- 原子核-原子核散乱を記述する多重散乱理論を紹介した。
- 多重散乱理論の主要構成要素は、2核子間の相互作用を無限次くり込んだ有効相互作用である。
- 核内における有効相互作用は、近似的にg行列理論によって求めることができ、高い成功を収めている。
- 核物質の密度の飽和性を再現するという意味での3体力効果が注目され、原子核反応での観測の可能性が示唆されている。
- (近似の範囲で)核力に正しく立脚した核反応論が構築され、微視的核反応研究は大きな潮流となっている。Lattice QCDによって得られた核力や3体力に基づく反応研究の萌芽が期待される。

## 4. 反応計算の基礎

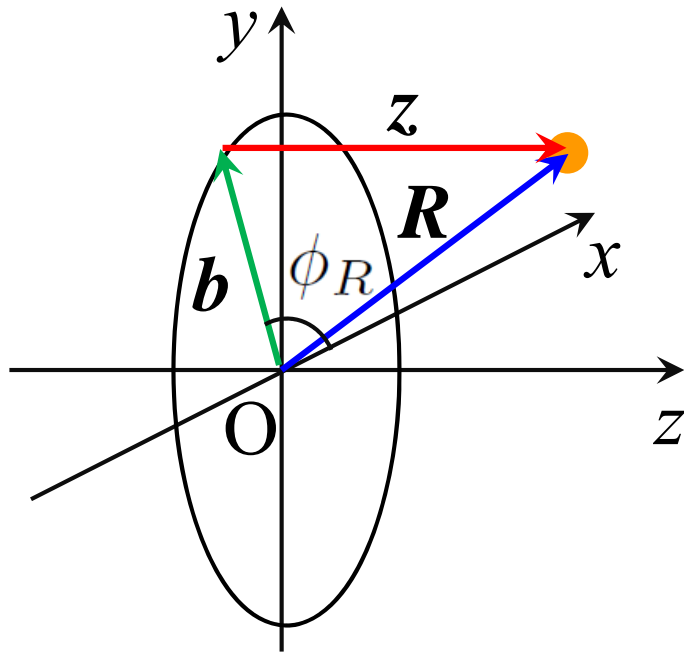
(アイコナール近似・チャンネル結合法・波束の理論)

# アイコナール近似による散乱問題の解法(1/3)

シュレディンガー方程式は、ポテンシャルを  $U$  として、

$$[T_{\mathbf{R}} + U(\mathbf{R}) - E] \chi(\mathbf{R}) = 0$$

$T_{\mathbf{R}}$  は運動エネルギー演算子、 $E$  は散乱のエネルギー。



左図のような座標系(円筒座標系)で反応を記述する。

# アイコナール近似による散乱問題の解法(2/3)

散乱波に、以下の関数形を用いる。

$$\chi(\mathbf{R}) = \psi(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})$$

シュレディンガー方程式に代入し、 $\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi(b, z) \approx 0$  と近似する。

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_n} 2iK \frac{\partial}{\partial z} + U(R) \right] \psi(b, z) = 0$$

“速さ”  $v_n = \frac{\hbar K}{m_n}$  を導入すると、

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$

これを解けば良い。

# アイコナール近似による散乱問題の解法(3/3)

$$\frac{\partial}{\partial z} \psi(b, z) = \frac{1}{i\hbar v_n} U(b, z) \psi(b, z)$$

変数分離形の微分方程式なので、容易に解くことができる。

$$\psi(b, z) = C \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right]$$

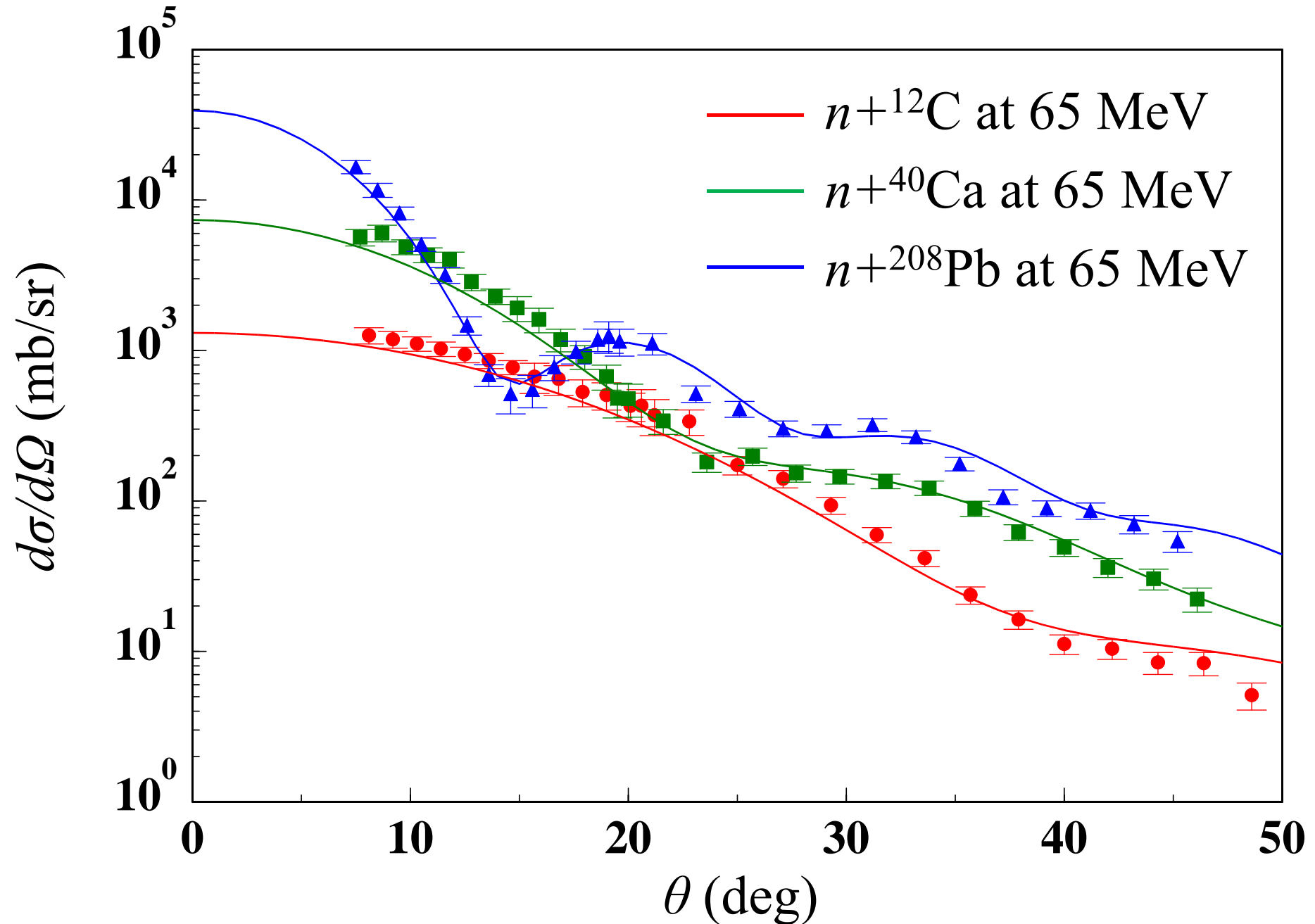
反応の初期条件  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \psi(b, z) = 1$  (波動関数  $\rightarrow$  平面波)  $\rightarrow C = 1$ .

## 波動関数と $S$ 行列

$$\chi^{\text{EK}}(b, z) = \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_n} \int_{-\infty}^z U(b, z') dz' \right] \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R})$$

$$S^{\text{EK}}(b) = \lim_{z \rightarrow \infty} \psi(b, z)$$

# アイコナール近似による断面積の解析




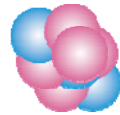


# チャンネルの結合

弾性チャンネルと1つの非弾性チャンネルとの結合を考える。

入射核子の運動  
エネルギー + 原子核の状態 = チャンネル

  
エネルギー:  $E_0$




基底状態  
エネルギー:  $\varepsilon_0$

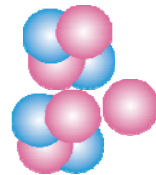
弾性チャンネル



全エネルギー

が同じなら結合

  
エネルギー:  $E_1$



励起状態  
エネルギー:  $\varepsilon_1$



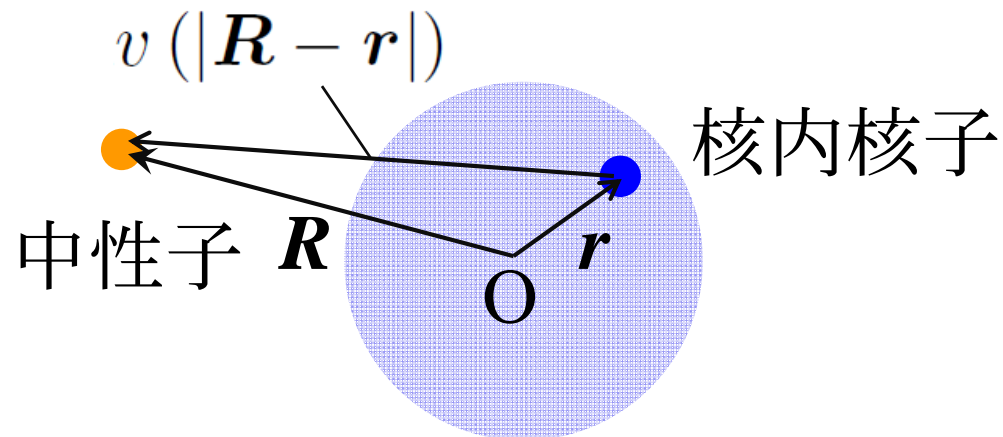
非弾性チャンネル

# 反応系の波動関数

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \equiv \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r)$$

シュレディンガー方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + \underbrace{Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|)}_{\text{核内核子の数}} + h - \underbrace{E_{\text{tot}}}_{\text{系の全エネルギー}}] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$



# チャンネル結合方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) + h - E_{\text{tot}}] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \equiv \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r)$$

左から  $\Phi_0^*(r)$  を掛ける。

$$\Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) + h - E_{\text{tot}}] [\chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) + \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r)] = 0$$

$h$  を固有値に置き換える。

$$\begin{aligned} & \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) \\ & + \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r) = 0 \end{aligned}$$

ただし

$$E_1 = E_0 + \varepsilon_0 - \varepsilon_1$$

# チャンネル結合方程式(つづき)

$$\begin{aligned} \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) \Phi_0(r) \\ + \Phi_0^*(r) [T_{\mathbf{R}} + Av(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) \Phi_1(r) = 0 \end{aligned}$$

$\mathbf{r}$  について積分すると

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{00}(R) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) + v_{01}(R) \chi_1(\mathbf{R}) = 0$$

対角ポテンシャル(の弾性チャンネル成分)

$$v_{00}(R) = A \int \Phi_0^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_0(r) d\mathbf{r}$$

結合ポテンシャル

$$v_{01}(R) = A \int \Phi_0^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_1(r) d\mathbf{r}$$

# チャンネル結合方程式(さらにつづき)

全く同様にして

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{11}(R) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) + v_{10}(R) \chi_0(\mathbf{R}) = 0$$

$$v_{11}(R) = A \int \Phi_1^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_1(r) d\mathbf{r}$$

$$v_{10}(R) = A \int \Phi_1^*(r) v(|\mathbf{R} - \mathbf{r}|) \Phi_0(r) d\mathbf{r}$$

チャンネル結合(Coupled-Channel; CC)方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{00}(R) - E_0] \chi_0(\mathbf{R}) = -v_{01}(R) \chi_1(\mathbf{R})$$

$$[T_{\mathbf{R}} + v_{11}(R) - E_1] \chi_1(\mathbf{R}) = -v_{10}(R) \chi_0(\mathbf{R})$$

※  $\chi_0$  を解くには  $\chi_1$  が必要、 $\chi_1$  を解くには  $\chi_0$  が必要、...

# アイコナールCC方程式

$$\chi_0(\mathbf{R}) = \psi_0(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}) = \psi_0(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_0 z)$$

$$\chi_1(\mathbf{R}) = \psi_1(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{R}) = \psi_1(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_1 z)$$

$$K_0 = \sqrt{2m_n E_0}/\hbar, \quad K_1 = \sqrt{2m_n E_1}/\hbar$$

$$\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_0(b, z) \approx 0, \quad \nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_1(b, z) \approx 0$$



$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z]$$

$$i\hbar v_1 \frac{\partial}{\partial z} \psi_1(b, z) = v_{11}(b, z) \psi_1(b, z) + v_{10}(b, z) \psi_0(b, z) \exp[i(K_0 - K_1)z]$$

$$v_0 = \hbar K_0/m_n, \quad v_1 = \hbar K_1/m_n$$

# アイコナールCC方程式の解

$$\begin{aligned}i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) &= v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z] \\i\hbar v_1 \frac{\partial}{\partial z} \psi_1(b, z) &= v_{11}(b, z) \psi_1(b, z) + v_{10}(b, z) \psi_0(b, z) \exp[i(K_0 - K_1)z]\end{aligned}$$

非斉次項

反応の初期条件:  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(iK_0 z) \Phi_0(\mathbf{r})$



斉次解 (※斉: 整然と並んだ、揃った、<sup>ひと</sup> 斉しい)

$$\psi_0^h(b, z) = \exp\left[\frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz'\right],$$

$$\psi_1^h(b, z) = 0.$$

# アイコナールCC方程式の解(つづき)

$$\begin{aligned} \psi_0^{\text{ih}}(b, z) &= \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \\ &\times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z') \psi_1^{\text{ih}}(b, z') e^{i(K_1 - K_0)z'} \exp \left[ \frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^{z'} v_{00}(b, z'') dz'' \right] dz' \end{aligned}$$

$z$  で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \psi_0^{\text{ih}}(b, z) &= \frac{1}{i\hbar v_0} v_{00}(b, z) \psi_0^{\text{ih}}(b, z) + \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z) \psi_1^{\text{ih}}(b, z) e^{i(K_1 - K_0)z} \\ &\times \exp \left[ \frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z'') dz'' \right] \\ &= \frac{1}{i\hbar v_0} v_{00}(b, z) \psi_0^{\text{ih}}(b, z) + \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z) \psi_1^{\text{ih}}(b, z) e^{i(K_1 - K_0)z} \\ &= \text{CC方程式の右辺} \div i\hbar v_0 \rightarrow \psi_0^{\text{ih}}(b, z) \text{ は非斉次解。} \end{aligned}$$



# アイコナールCC方程式の解(さらにつづき)

一般解 = 斉次方程式の一般解 + 非斉次方程式の特解

非弾性チャンネルの波動関数も同様に求めると、初期条件を満たすCC方程式の解は、

$$\psi_0(b, z) = \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^z v_{00}(b, z') dz' \right] \\ \times \left( \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_0} v_{01}(b, z') \psi_1(b, z') e^{i(K_1 - K_0)z'} \exp \left[ \frac{-1}{i\hbar v_0} \int_{-\infty}^{z'} v_{00}(b, z'') dz'' \right] dz' + 1 \right)$$

$$\psi_1(b, z) = \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^z v_{11}(b, z') dz' \right] \\ \times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_1} v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{i(K_0 - K_1)z'} \exp \left[ \frac{-1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^{z'} v_{11}(b, z'') dz'' \right] dz'$$

ただし、これらはあくまで**形式解**。

# 反復法による解法

CC方程式の形式解を、以下のように表記する。

$$\psi_0(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1(b, z), \quad \psi_1(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0(b, z)$$

初期解から始めて、徐々に真の解を得るのが、**反復法**。

$$\psi_0^{(0)}(b, z) = \psi_0^h(b, z), \quad \psi_1^{(0)}(b, z) = \psi_1^h(b, z)$$

$$\psi_0^{(1)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1^{(0)}(b, z), \quad \psi_1^{(1)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0^{(0)}(b, z)$$

⋮

$$\psi_0^{(i)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_0 \psi_1^{(i-1)}(b, z), \quad \psi_1^{(i)}(b, z) = \hat{\mathcal{F}}_1 \psi_0^{(i-1)}(b, z)$$

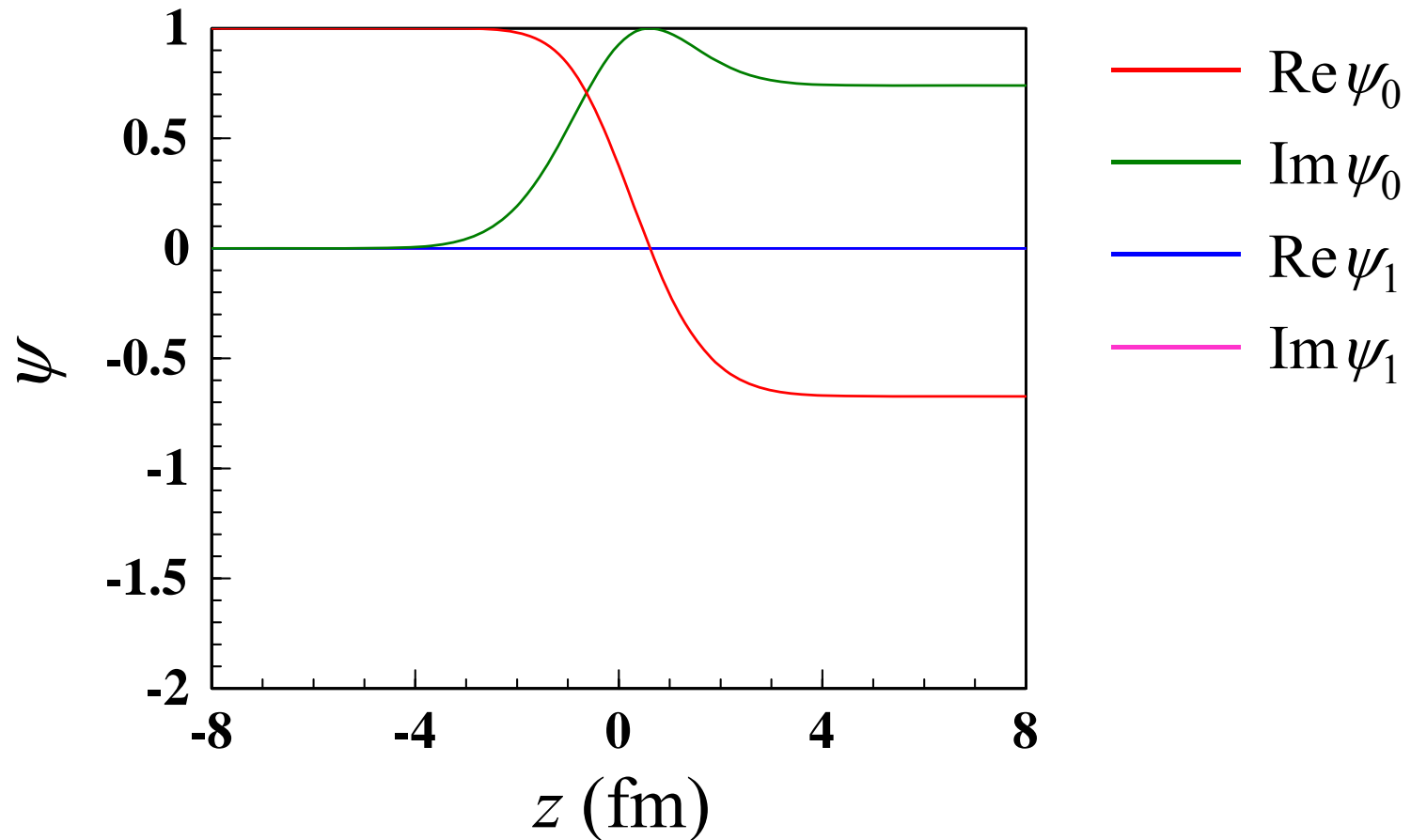
最終的に、以下の条件を満たす、**自己無撞着解**を求める。

$$\psi_0^{(i)}(b, z) \approx \psi_0^{(i-1)}(b, z), \quad \psi_1^{(i)}(b, z) \approx \psi_1^{(i-1)}(b, z)$$

# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

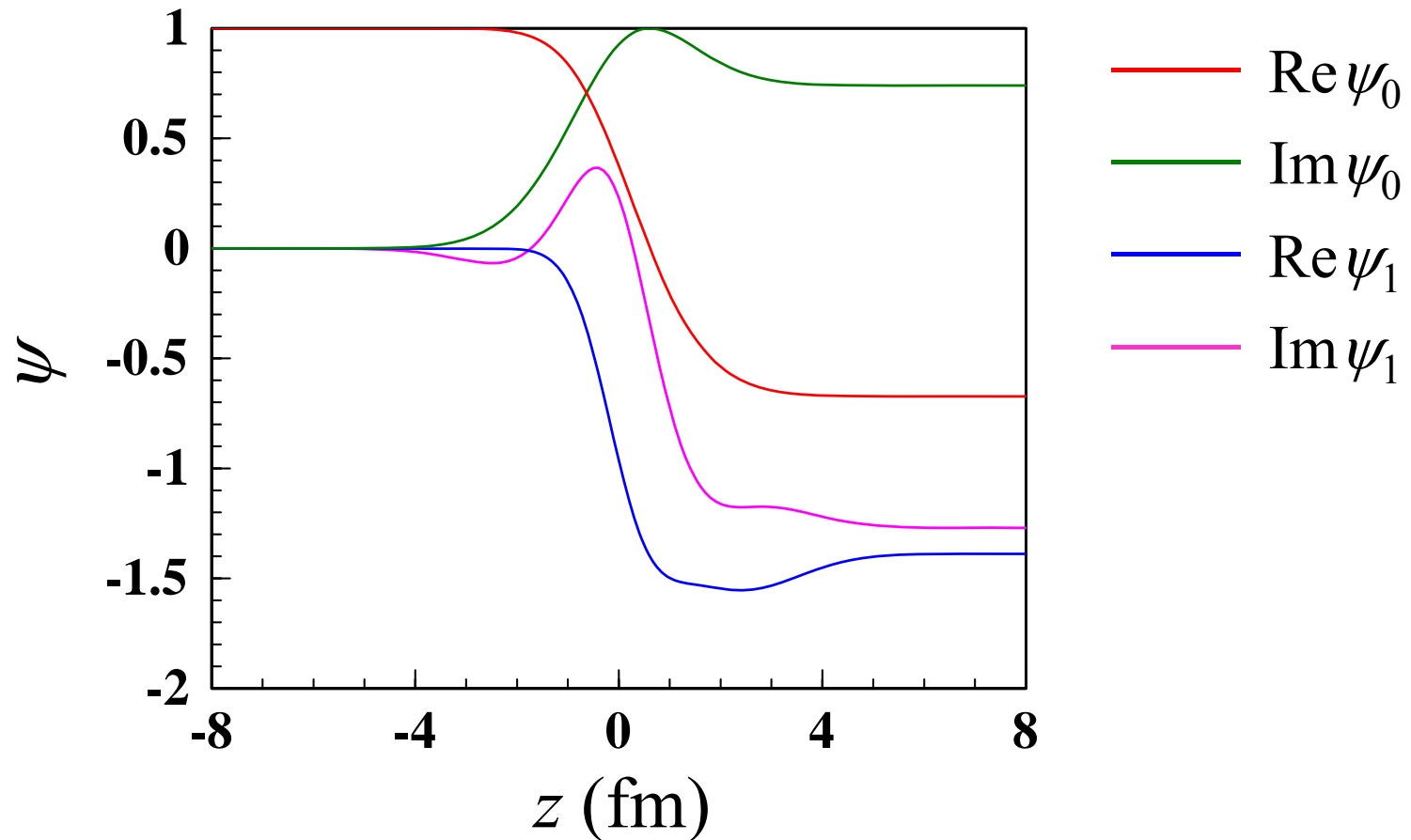
試行回数0 (初期解)



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

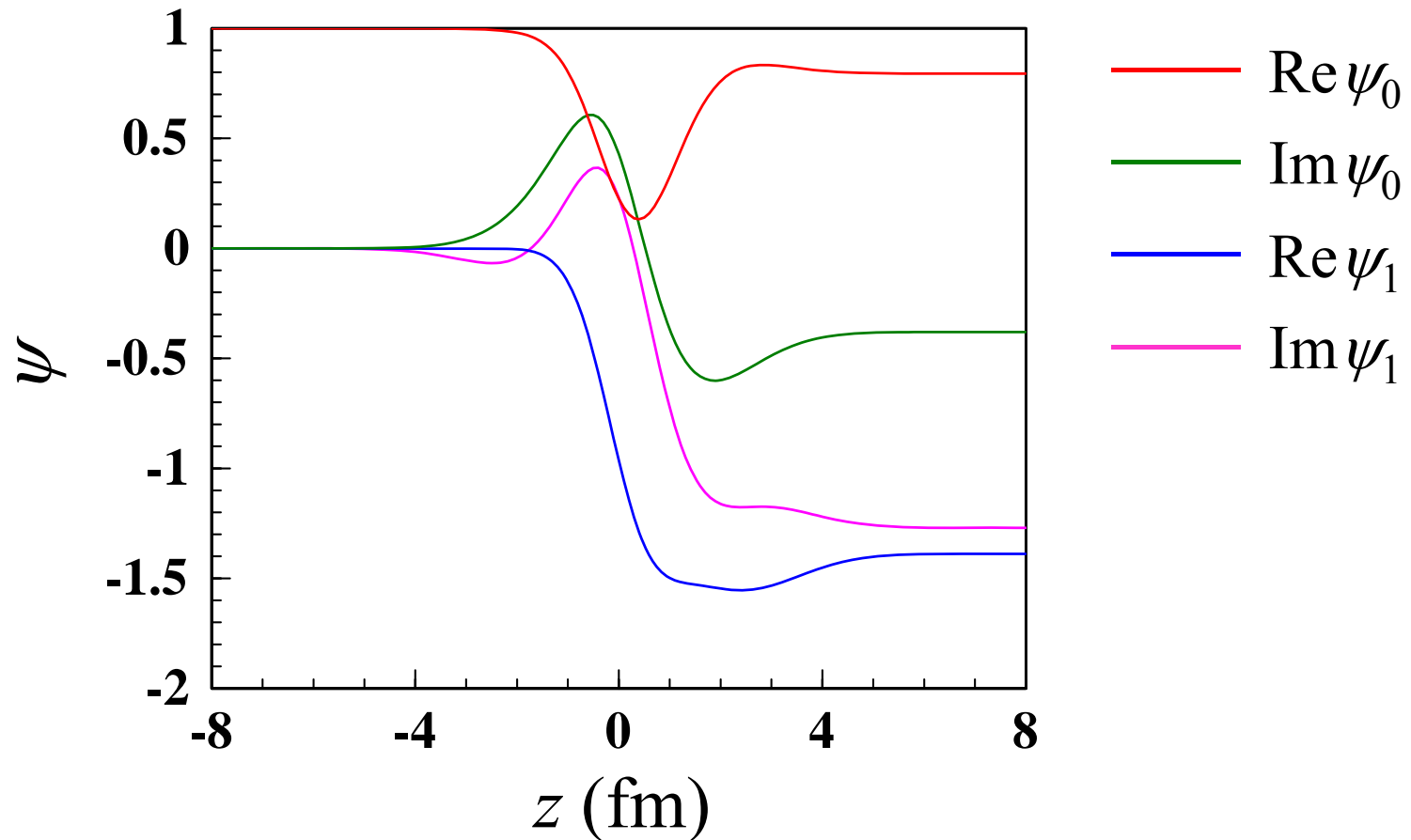
試行回数1



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

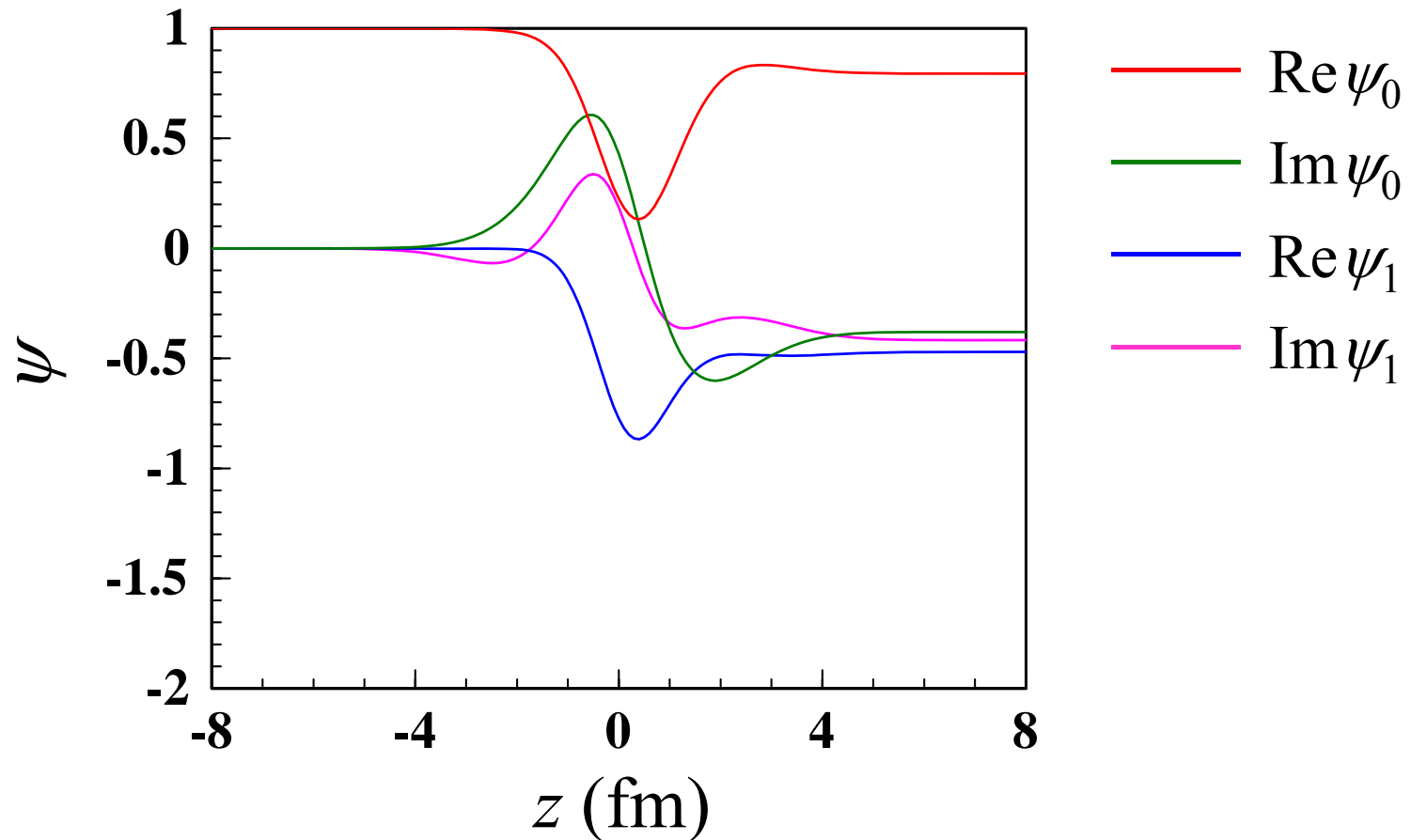
試行回数2



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

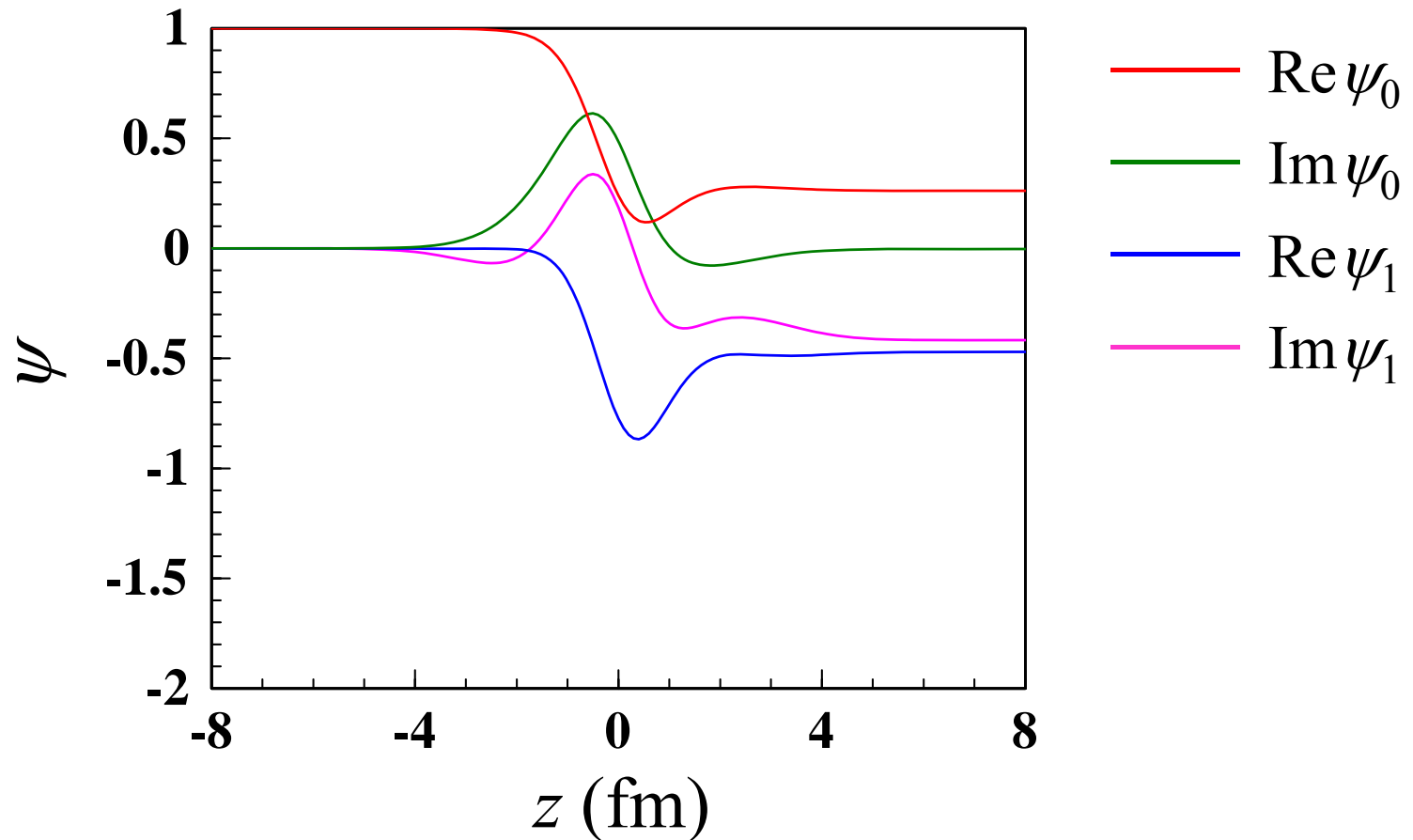
試行回数3



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

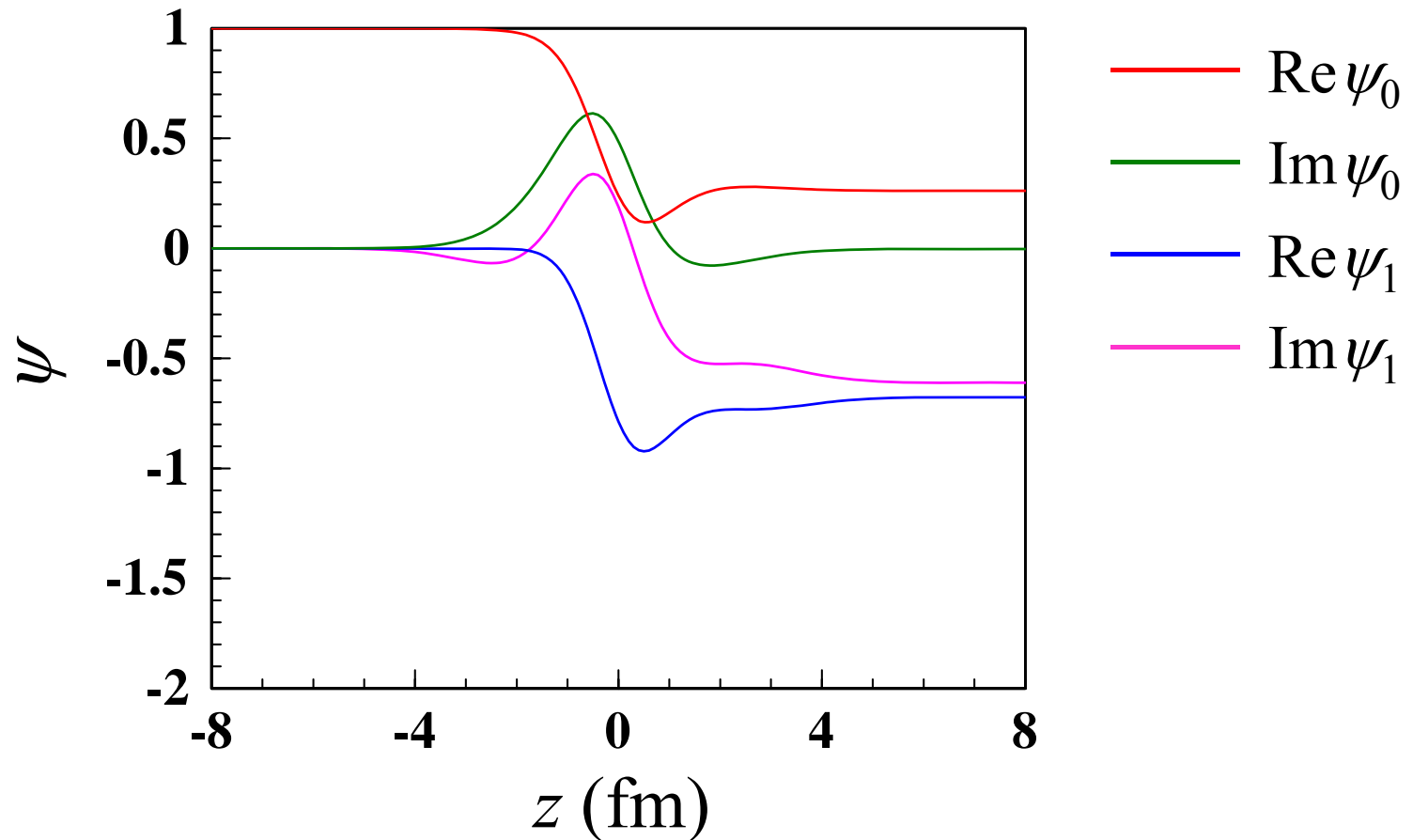
試行回数4



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

試行回数5

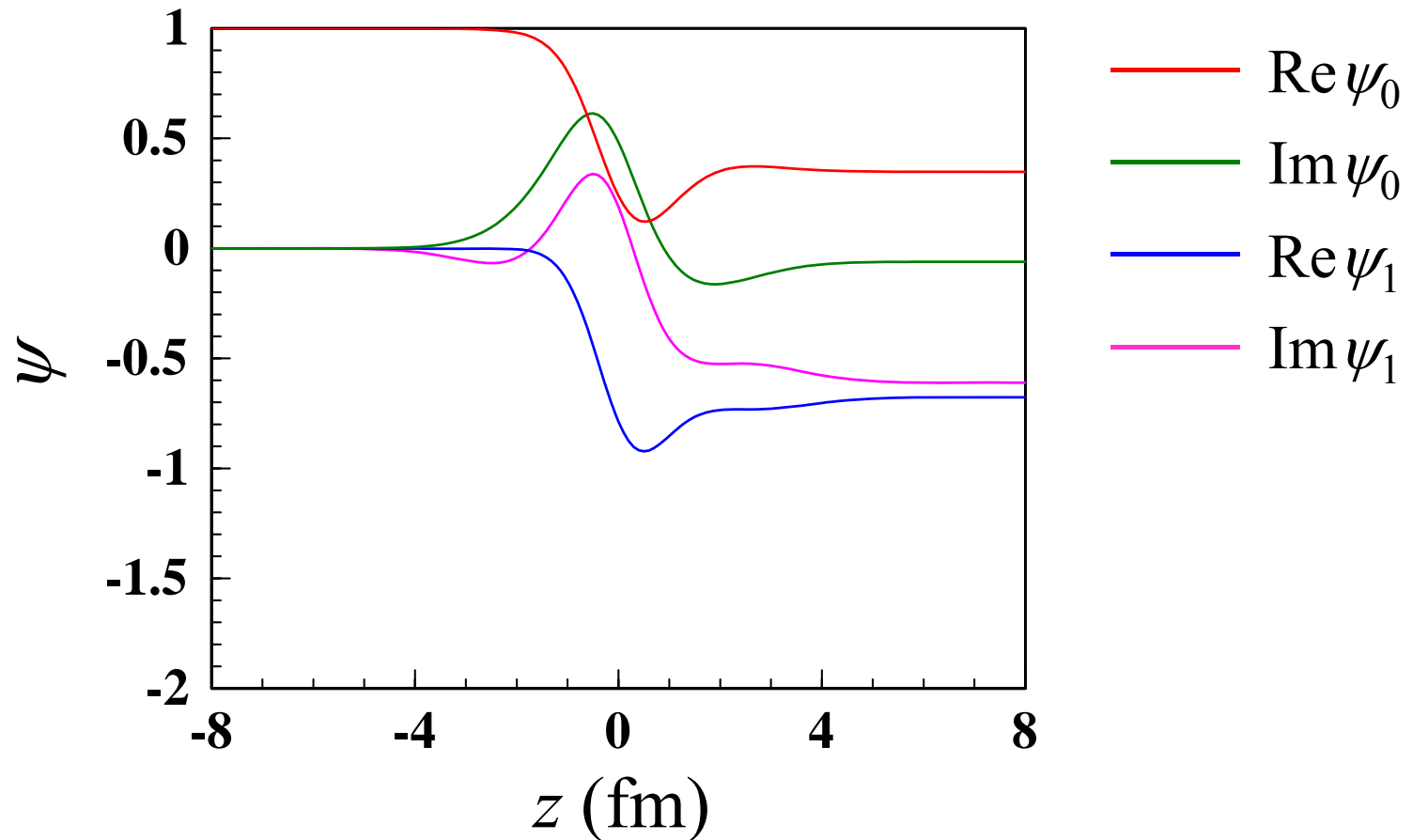




# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

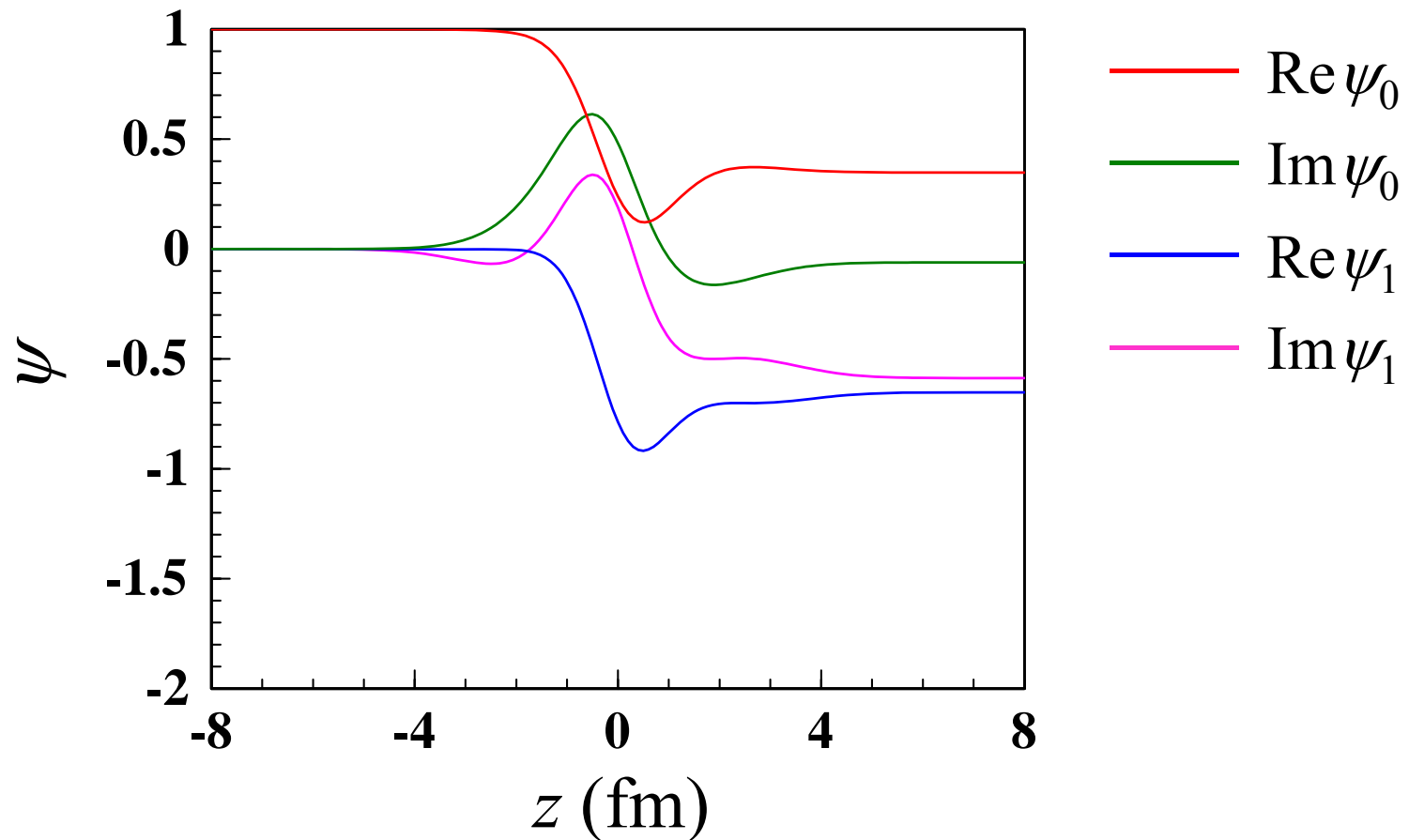
試行回数6



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

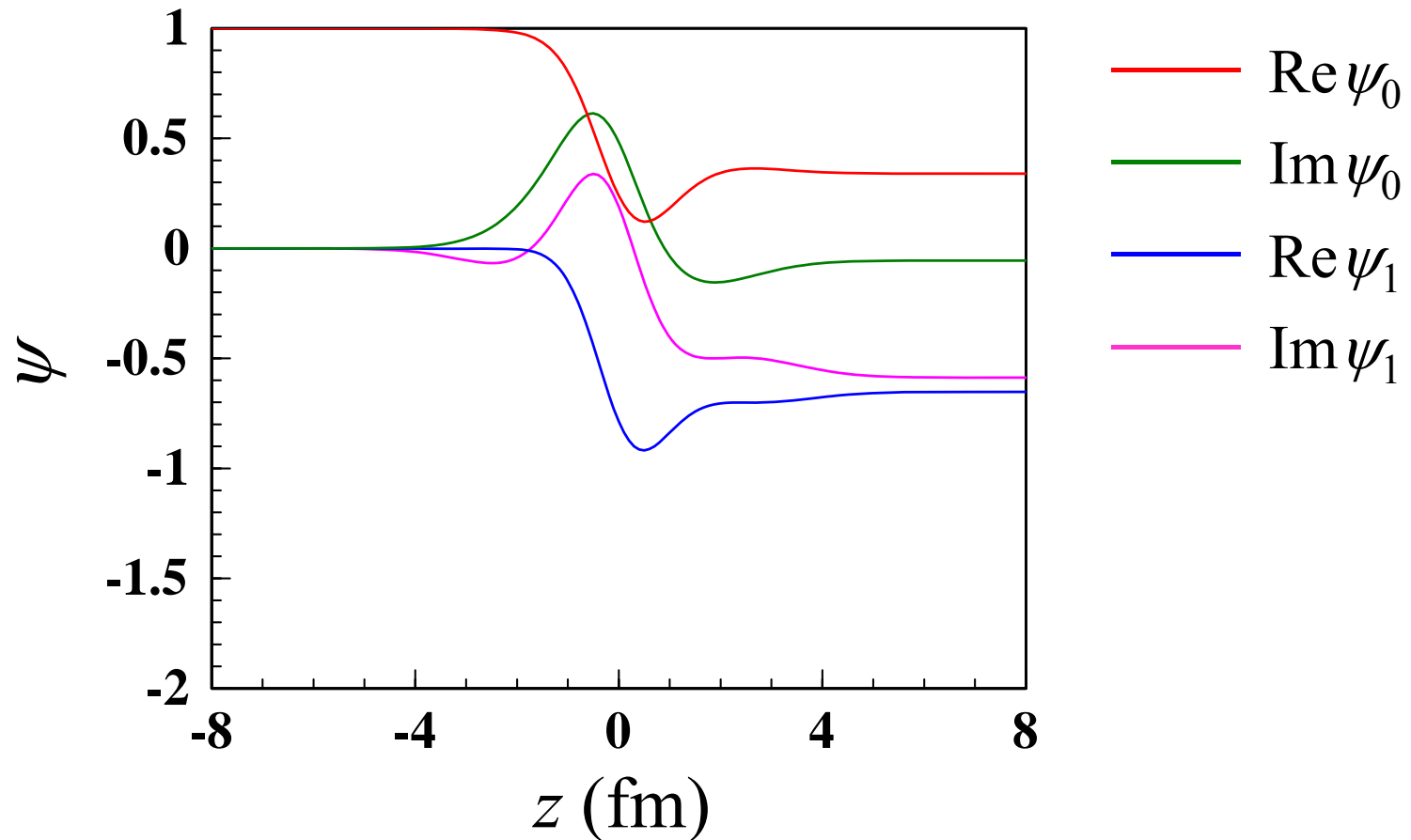
試行回数7



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

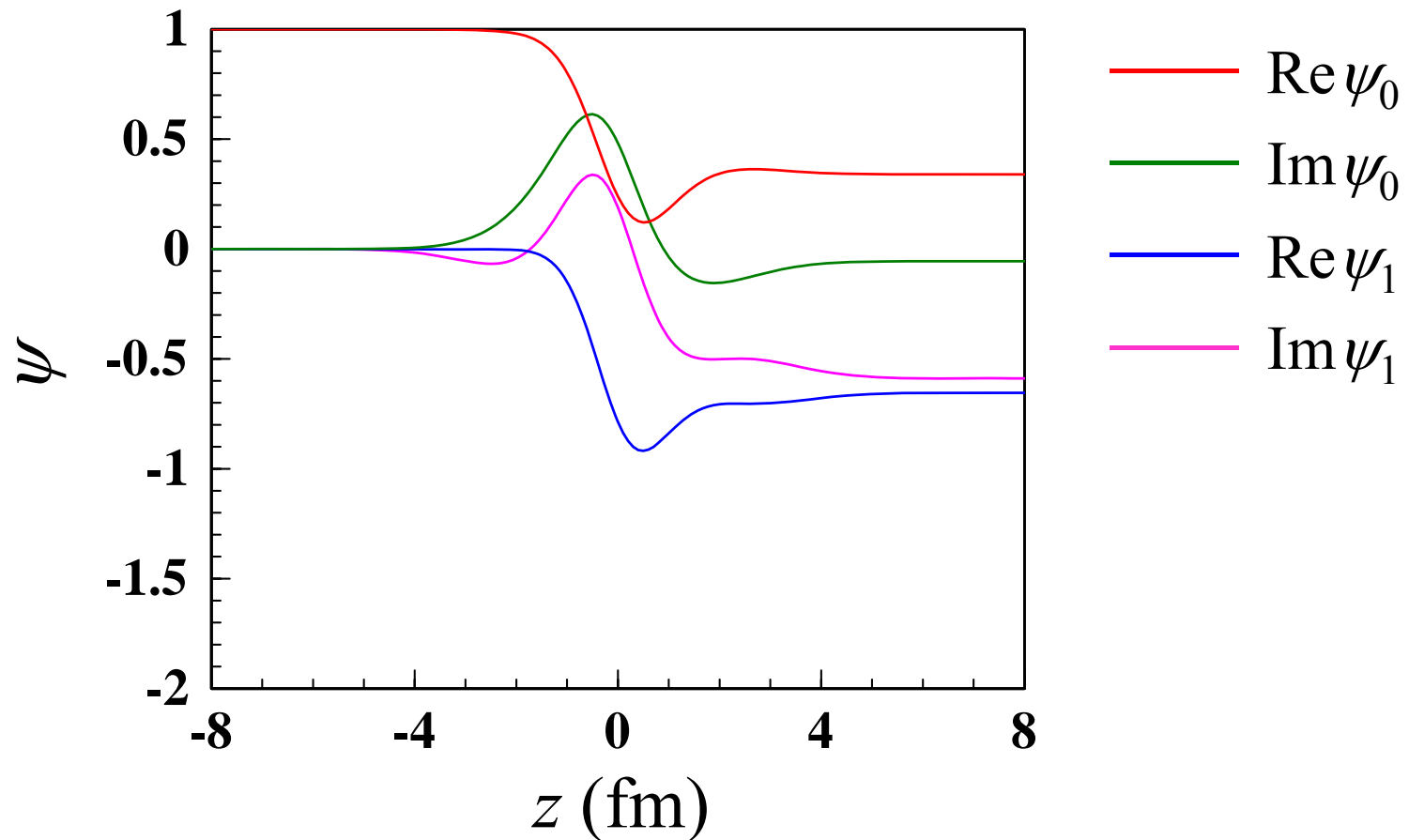
試行回数8



# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,  
 $\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

試行回数9

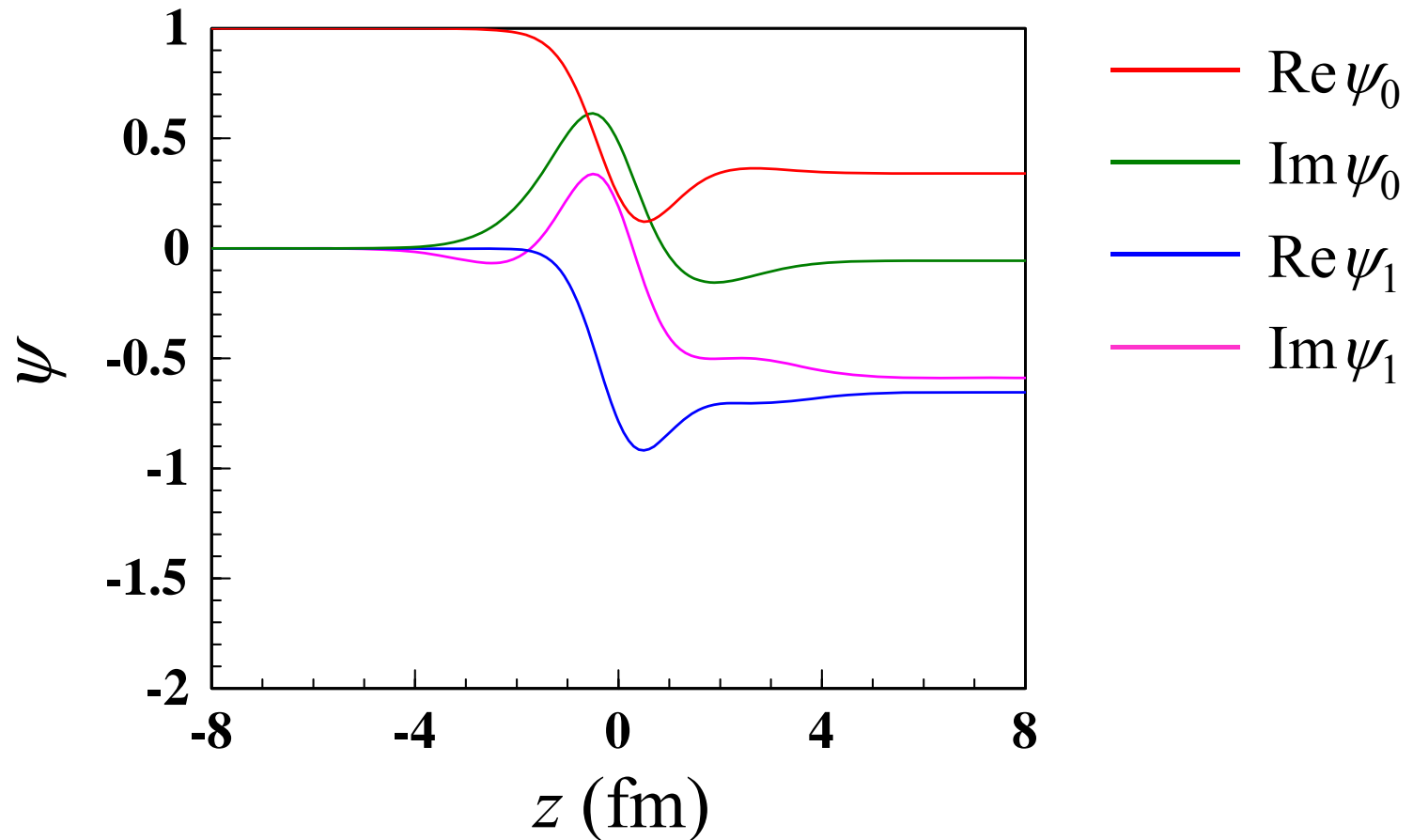


# 解の収束の様子(at $b = 0$ )

$n+^{16}\text{X}$  at 100 MeV,  $\bar{v} = 250 \text{ MeV fm}^3$ ,

$\varepsilon_0 = -7 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_1 = -5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 2 \text{ fm}$

試行回数10 (収束解)



# 光学ポテンシャルの“起源”

弾性チャネルの波動関数が満たすシュレディンガー方程式

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z) + v_{01}(b, z) \psi_1(b, z) \exp[i(K_1 - K_0)z]$$

非斉次項に、 $\psi_1(b, z)$  の形式解を代入。 Folding  
畳み込みポテンシャル  
 $U_{\text{fold}}(b, z)$

$$i\hbar v_0 \frac{\partial}{\partial z} \psi_0(b, z) = v_{00}(b, z) \psi_0(b, z)$$

Dynamical Polarization  
動的偏極  
ポテンシャル  
(演算子)  
 $\hat{U}_{\text{DP}} \psi_0(b, z)$

$$+ v_{01}(b, z) \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^z v_{11}(b, z') dz' \right] \\ \times \int_{-\infty}^z \frac{1}{i\hbar v_1} v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{i(K_0 - K_1)z'} \\ \times \exp \left[ \frac{-1}{i\hbar v_1} \int_{-\infty}^{z'} v_{11}(b, z'') dz'' \right] dz' e^{i(K_1 - K_0)z}$$

# 動的偏極ポテンシャルの解釈

整理すると:

$z$  において、ポテンシャル  $v_{01}$  により弾性チャンネルに戻る。

$z'$  から  $z$  まで、ポテンシャル  $v_{11}$  の中を伝播  
(グリーン関数と同等であることが証明可能)

$$\hat{U}_{\text{DP}}\psi_0(b, z) e^{iK_0 z} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(z - z') v_{01}(b, z) \left[ \frac{1}{i\hbar v_1} \exp \left[ \frac{1}{i\hbar v_1} \int_{z'}^z v_{11}(b, z'') dz'' \right] e^{iK_1(z-z')} \right] \times v_{10}(b, z') \psi_0(b, z') e^{iK_0 z'} dz'$$

$z = z'$  において、弾性チャンネルの散乱波が  $v_{10}$  によって非弾性チャンネルに遷移

エネルギー依存する、非局所型の複素ポテンシャル

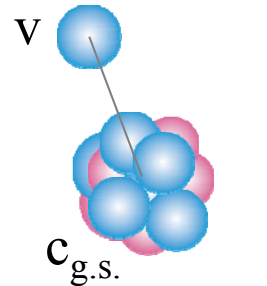
# Reaction calc. with the cPVC method

K. Mizuyama and O, Phys. Rev. C **86**, 041603 (2012).

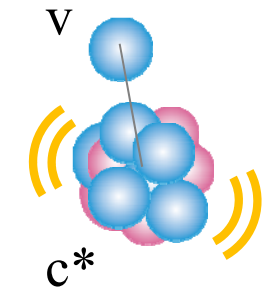
$$\begin{aligned} \Psi_{\text{PVC}}^{(+)}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{k}) &= \phi_F(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{k}) + \sum_{\sigma'\sigma''} \iint d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' G^{(+)}(\mathbf{r}\sigma, \mathbf{r}'\sigma'; E) \\ &\times [v(\mathbf{r}'\sigma')\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'')\delta_{\sigma'\sigma''} + \Sigma(\mathbf{r}'\sigma', \mathbf{r}''\sigma''; E)] \\ &\times \phi_F(\mathbf{r}''\sigma'', \mathbf{k}), \end{aligned} \quad (1)$$

HF mean field potential (real)

Self energy



+



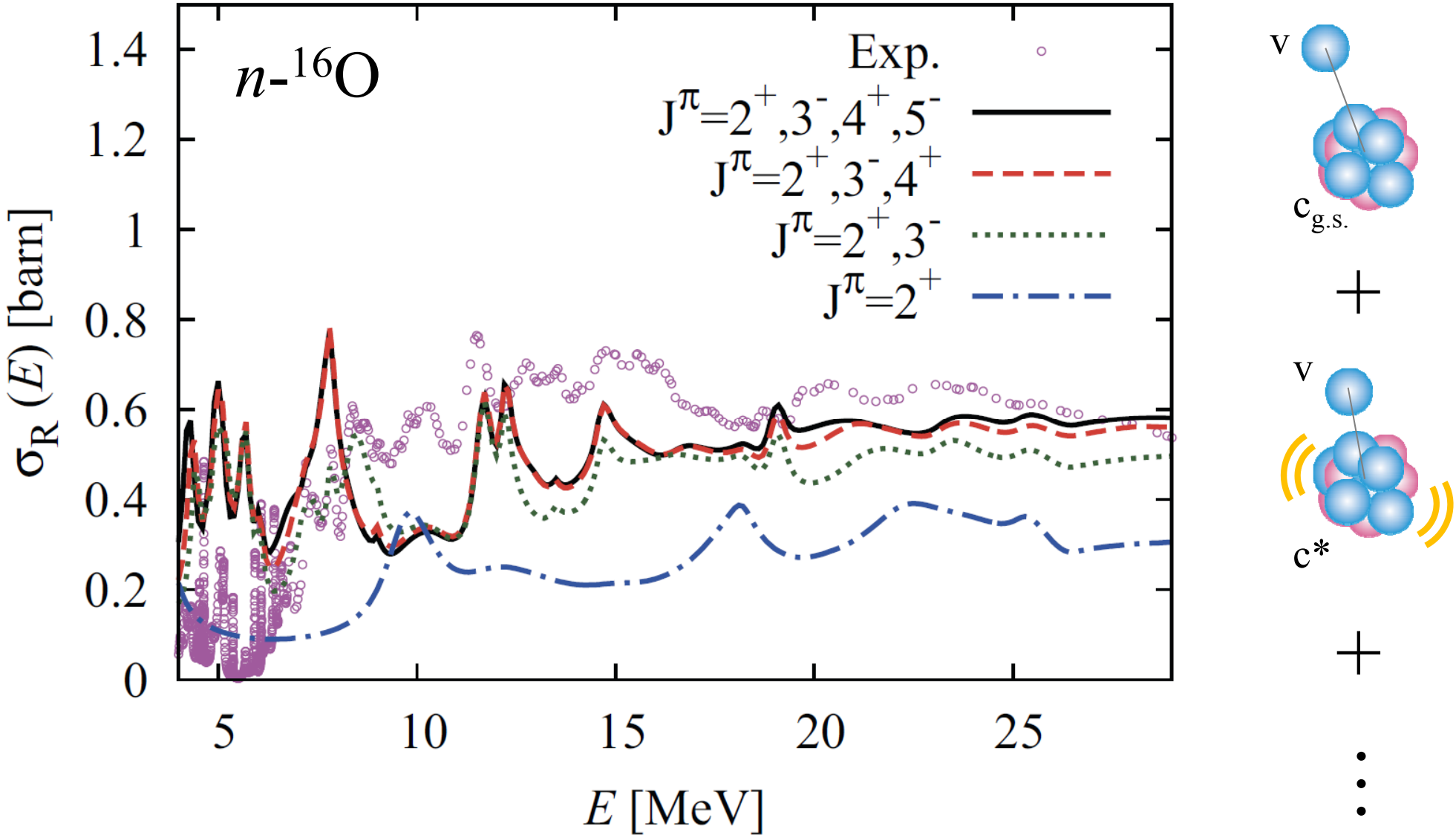
+

⋮



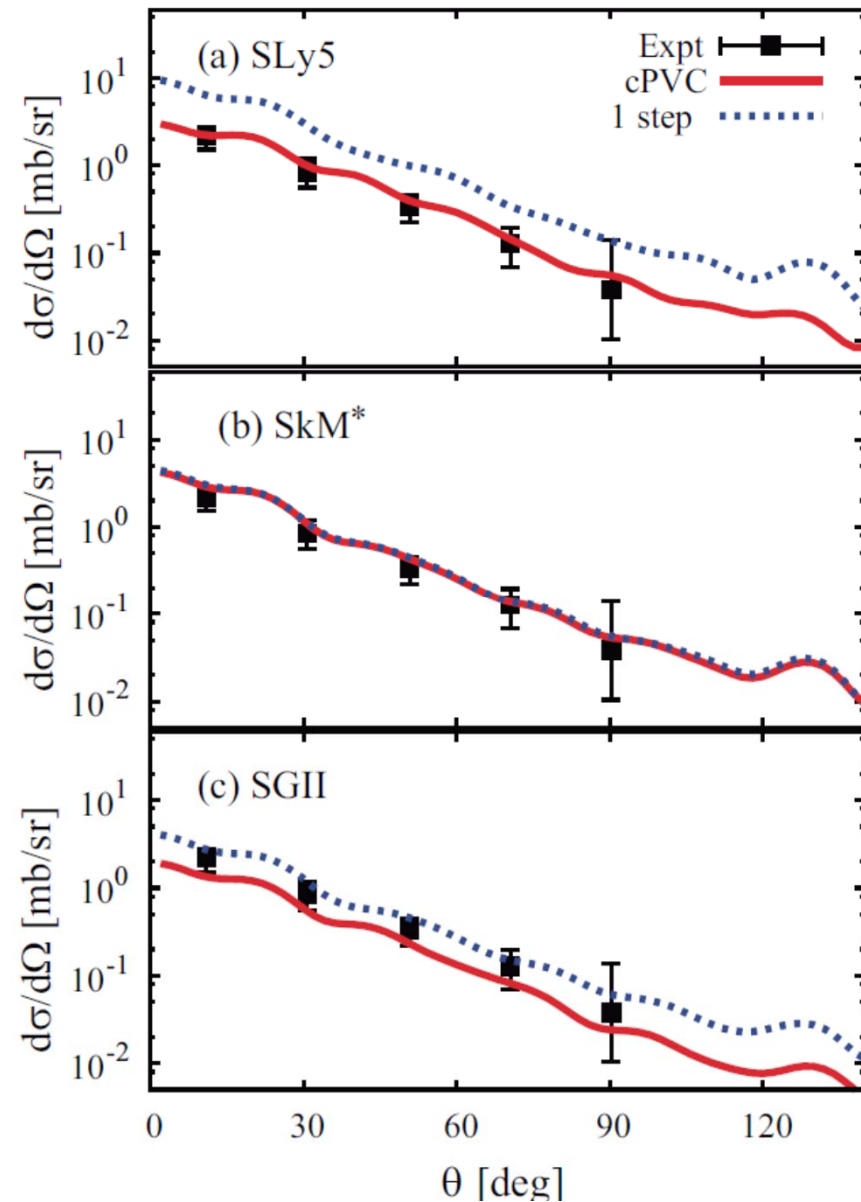
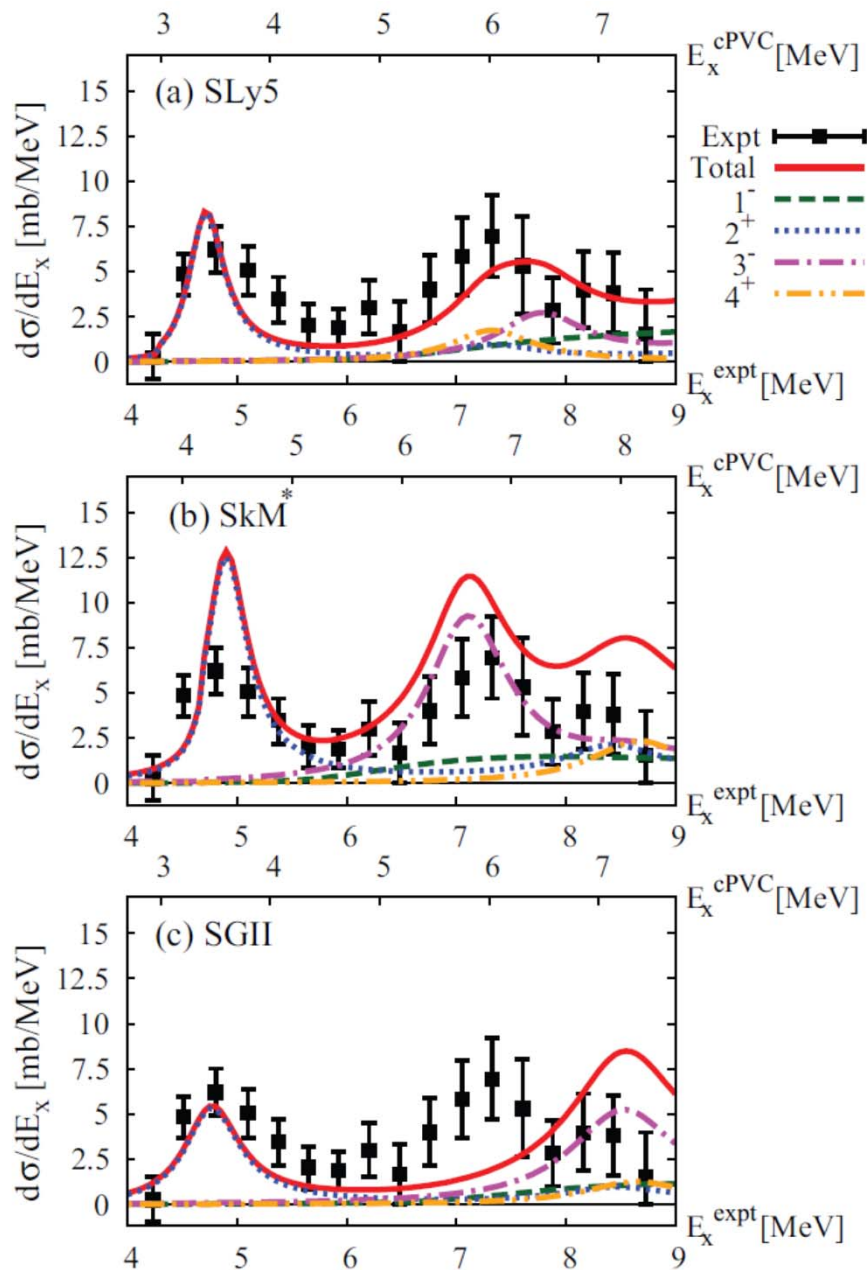
# Reaction calc. with the cPVC method

K. Mizuyama and O, Phys. Rev. C **86**, 041603 (2012).



# Application to $^{24}\text{O}(p,p')@62\text{ A MeV}$

K. Mizuyama and O, Phys. Rev. C **89**, 034620 (2014).



# アイコナール近似・チャンネル結合法のまとめ

- 散乱問題を近似的に解く手法として、アイコナール近似を紹介した。この近似は、比較的エネルギーが高いときに有効である。
- アイコナール近似の結果、散乱問題は、 $z$  軸方向についての微分方程式に帰着する。
- 微分断面積の計算も容易に可能。その結果は、中性子の弾性散乱角分布( $\sim 65$  MeV)を、後方までかなり良く再現する。
- アイコナール近似を用いたチャンネル結合方程式の導出と、その解法(反復法)について学んだ。
- 理想化されたチャンネル結合問題は、光学ポテンシャルの起源を理解するために有用。

## 4b. 波束の理論と定常散乱波の理論

# 定常散乱波の理論に対する心理的抵抗

漸近領域における散乱波動関数

$$\Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}) = e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} + f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{iKR}}{R}$$

入射波数ベクトル

この波動関数は

- ・ 時間依存性が切り離されている。
- ・ 無限に広がった入射平面波が扱われている。

という点で、**実験条件(および直観的な描像)と合致しない。**

## 今回の目的

直観と合致する**波束の理論**と定常散乱波の理論がどのような関係にあるのかを明らかにする。

# 波束状態

反応の初期状態(初期波束):

$$\Phi(t_0) = G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}}$$

波束中心  
波束の運動量(波数)

$$t_0 = -|\mathbf{Z}_0| \frac{\mu}{\hbar K_0} \quad (\leftarrow \text{初期時刻の定義})$$

換算質量

$G$  はエンベロープ関数で、波束の形状を表す。ここではその具体形は問わない。

任意の時刻における波束状態:

$$\Phi(t) = e^{-iH/\hbar(t-t_0)} G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}}$$

系のハミルトニアン

# 3つのスケール

## 反応領域の大きさ

fm のスケール。換算ド・ブロイ波長  $1/K_0$  に相当。

※波数  $K_0$  の波は位置変化  $\Delta x/K_0$  を位相変化 1 として“検出”する。

## 波束の広がり

典型的には cm のスケール。長さ  $w_0$  として表現する。このとき  
運動量(波数)は幅  $1/w_0$  ( $\sim 10^{-13}$  1/fm)に集中している。

## 漸近領域の距離

典型的には m のスケール。粒子を撃ち込んだり検出器で測定したりする領域。波動関数の漸近形が利用できる。 $|Z_0|$  に相当。

$$\frac{1}{K_0} \ll w_0 \ll |Z_0|$$

# 初期波束のフーリエ展開

$$\begin{aligned}\frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}} \Phi(t_0) d\mathbf{R} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}} G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{i\mathbf{K}_0\cdot\mathbf{R}} d\mathbf{R} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)\cdot\mathbf{R}} d\mathbf{R} \\ &= e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)\cdot\mathbf{Z}_0} \frac{1}{(2\pi)^3} \int G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)\cdot(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0)} d\mathbf{R} \\ &= \boxed{a(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)} e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)\cdot\mathbf{Z}_0}\end{aligned}$$

$G$  のフーリエ変換 ( $\sim 1/w_0$  の極めて狭い幅に分布)

逆変換:

$$\Phi(t_0) = \int a(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0) e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0)\cdot\mathbf{Z}_0} e^{i\mathbf{P}\cdot\mathbf{R}} d\mathbf{P}$$

初期波束は  $\mathbf{P} \sim \mathbf{K}_0$  に集中



# 初期波束の定常波動関数による表現

$$\boxed{\Phi(t_0)} = \int a(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0) e^{-i(\mathbf{P} - \mathbf{K}_0) \cdot \mathbf{Z}_0} e^{i\mathbf{P} \cdot \mathbf{R}} d\mathbf{P}$$

$\mathbf{R} \sim \mathbf{Z}_0$  に局在

$$\Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}) = \boxed{e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}}} + f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') \boxed{\frac{e^{i\mathbf{K}\mathbf{R}}}{R}}$$

運動量  $\mathbf{K}$

$\mathbf{R} \sim \mathbf{Z}_0$  で運動量  $\sim -\mathbf{K}$



$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^3} \left( \Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}), \Phi(t_0) \right) &\approx \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}} \Phi(t_0) d\mathbf{R} \\ &= a(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) e^{-i(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) \cdot \mathbf{Z}_0} \end{aligned}$$



逆変換

$$\Phi(t_0) \approx \int a(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}_0} \Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}) d\mathbf{K}$$

# 測定がなされる時刻での波束と定常波動関数

$$\Phi(t) = e^{-(iH/\hbar)(t-t_0)} G(\mathbf{R} - \mathbf{Z}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} = e^{-(iH/\hbar)(t-t_0)} \Phi(t_0)$$

$$\Phi(t_0) \approx \int a(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}_0} \Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}) d\mathbf{K}$$

↓  $\Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}$  は  $H$  の固有状態(固有値  $E$ )

$$\Phi(t) \approx \int a(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0) e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-(iE/\hbar)(t-t_0)} \Psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{R}) d\mathbf{K}$$

幅  $\sim 1/w_0$

↓ 測定領域では漸近系が利用可

$$\Phi(t) \rightarrow \int \boxed{a(\mathbf{K} - \mathbf{K}_0)} e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-(iE/\hbar)(t-t_0)} \times \left[ e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}} + f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}}}{R} \right] d\mathbf{K} \equiv \Phi_{\text{asym}}(t)$$

方針:  $q \equiv \mathbf{K} - \mathbf{K}_0$  とし、 $E$  と  $K$  を  $q$  の1次までで評価する。

# 定常散乱波の波数・エネルギー

$$\mathbf{q} \equiv \mathbf{K} - \mathbf{K}_0 \quad \sim 10^{-11} \text{ MeV}$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu} K^2 = \frac{\hbar^2}{2\mu} (\mathbf{K}_0 + \mathbf{q})^2 \sim \frac{\hbar^2}{2\mu} K_0^2 + \frac{\hbar^2}{\mu} (\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{q}) = E_0 + \hbar (\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{q})$$

$$K^2 \sim K_0^2 + 2(\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{q}) \rightarrow K \sim \sqrt{K_0^2 + 2(\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{q})} \sim K_0 + (\hat{\mathbf{K}}_0 \cdot \mathbf{q})$$

 積分変数を  $\mathbf{K}$  から  $\mathbf{q}$  に変更

$$\Phi_{\text{asym}}(t) \approx \int a(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{Z}_0} e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{-i(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{q})(t-t_0)} \\ \times \left[ e^{i(\mathbf{q} + \mathbf{K}_0) \cdot \mathbf{R}} + f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{iK_0 R} e^{i(\hat{\mathbf{K}}_0 \cdot \mathbf{q})R}}{R} \right] d\mathbf{q}$$

# 波束の平面波成分

$$\Phi_{\text{asym}}^{\text{PW}}(t) \equiv \int a(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{Z}_0} e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{-i(\mathbf{v}_0\cdot\mathbf{q})(t-t_0)} e^{i(\mathbf{q}+\mathbf{K}_0)\cdot\mathbf{R}} d\mathbf{q}$$

$$= e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{i\mathbf{K}_0\cdot\mathbf{R}} e^{-|\mathbf{Z}_0| \frac{\mu}{\hbar K_0}}$$

$$\times \int a(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{Z}_0} e^{-i(\mathbf{v}_0\cdot\mathbf{q})t} e^{i(\mathbf{v}_0\cdot\mathbf{q})t_0} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} d\mathbf{q}$$

$$= e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{i\mathbf{K}_0\cdot\mathbf{R}} \int a(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} e^{-i(\mathbf{v}_0\cdot\mathbf{q})t} d\mathbf{q}$$

Trivialな時間依存性  $= G(\mathbf{R} - \mathbf{v}_0 t)$

$$= e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{i\mathbf{K}_0\cdot\mathbf{R}} G(\mathbf{R} - \mathbf{v}_0 t)$$

中心が速度  $\mathbf{v}_0$  で運動する波束  
(入射波束の形を保持)

# 波束の拡散は？

波束の**拡散**を扱うには、 **$q$** の高次項が必要。ただし今の場合、その効果は無視して良い。

1次元の自由ガウス波束の**確率分布幅**(時間変化):

$$w(t) = w_0 \sqrt{1 + \frac{\hbar^2 t^2}{\mu^2 w_0^4}} = w_0 \sqrt{1 + \frac{(\hbar c)^2 (ct)^2}{(\mu c^2)^2 w_0^4}}$$

( $\hbar c \sim 200$  [MeV · fm],  $ct \sim 10^{15}$  fm,  $\mu c^2 \sim 10^3$  MeV,  $w_0 \sim 10^{13}$  fm )

検出器の距離

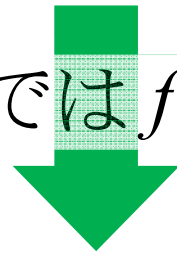


$$\frac{w(t)}{w_0} \sim \sqrt{1 + \frac{4 \times 10^4 \times 10^{15 \times 2}}{10^6 \times 10^{13 \times 4}}} \sim \sqrt{1 + 4 \times 10^{-14}}$$

# 波束の散乱波成分

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{asym}}^{\text{SC}}(t) &\equiv \int a(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{Z}_0} e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{-i(\mathbf{v}_0\cdot\mathbf{q})(t-t_0)} \\ &\quad \times f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{iK_0 R} e^{i(\hat{\mathbf{K}}_0\cdot\mathbf{q})R}}{R} d\mathbf{q} \\ &= e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} \frac{e^{iK_0 R}}{R} \int a(\mathbf{q}) f_{\mathbf{K}}(\hat{\mathbf{R}}') e^{i(\hat{\mathbf{K}}_0\cdot\mathbf{q})(R-v_0 t)} d\mathbf{q} \end{aligned}$$

積分に關与する  $\mathbf{q}$  の範囲内では  $f$  の  $\mathbf{K}$  依存性は無視できる。



$$\Phi_{\text{asym}}^{\text{SC}}(t) \approx \boxed{e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)}} f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{iK_0 R}}{R} \boxed{G(\hat{\mathbf{K}}_0 [R - v_0 t])}$$

Trivialな時間依存性

中心が速さ  $v_0$  で動径  
外向きに運動する波束

# エンベロープ関数の性質(平面波成分)

$$\Phi_{\text{asym}}^{\text{PW}}(t) = e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} e^{i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{R}} G(\mathbf{R} - \mathbf{v}_0 t)$$

- 中心は速さ  $v_0$  で  $z$  軸方向に運動。
- **cm 程度の拡がり**を持つので、散乱領域付近では、 $G$  の  $X, Y$  依存性は無視して良い(正確には  $X, Y$  方向の拡がりも  $Z$  方向の拡がりよりも狭いが、それでも巨視的なスケール)。
- 散乱領域の**単位面積あたりに流れ込む確率の総量**は、 $X = Y = 0$  として、 $G$  の  $Z$  分布の積分を取ることで求まる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |G(\hat{\mathbf{K}}_0 Z)|^2 dZ \equiv \mathfrak{F}$$

# エンベロープ関数の性質(散乱波成分)

$$\Phi_{\text{asym}}^{\text{SC}}(t) \approx e^{-(iE_0/\hbar)(t-t_0)} f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}') \frac{e^{iK_0 R}}{R} G(\hat{\mathbf{K}}_0 [R - v_0 t])$$

- 中心は速さ  $v_0$  で動径外向きに運動。
- 動径方向についての分布は初期波束の  $Z$  方向の分布と同じ。
- 巨視的なスケールで考えると  $R \sim v_0 t$  であり、 $R > 0$  であるから、 $t$  は正であることが示唆される。すなわち散乱波成分は  $t \sim 0$  で発生したとみなせる(因果律)。

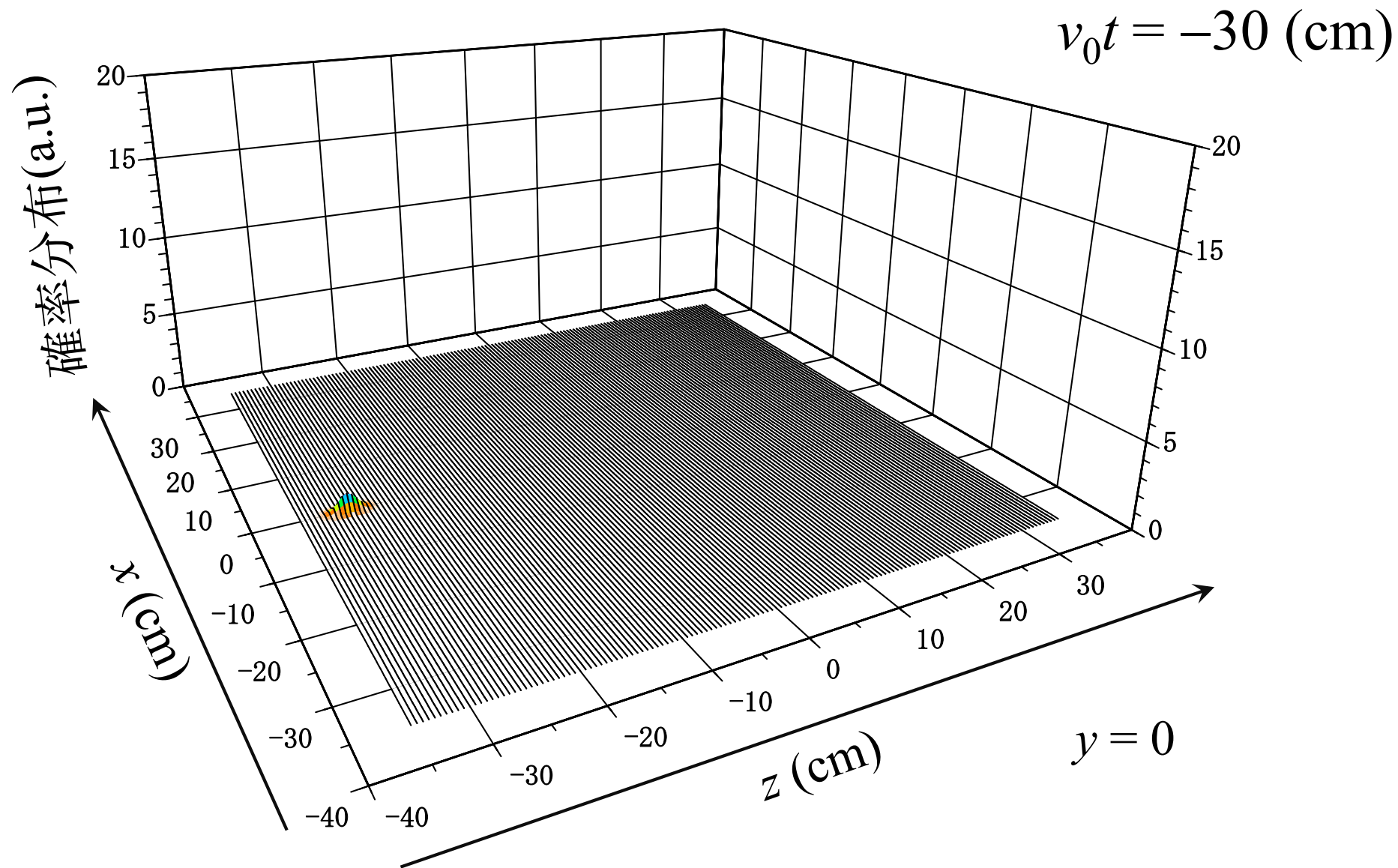
- $\hat{\mathbf{R}}'$  方向に出ていく確率の総量は、十分時間が経ったところで求めた  $G$  の  $R$  分布の積分と、散乱振幅の絶対値自乗の積:

$$\left| f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}') \right|^2 \int_0^\infty \left| G(\hat{\mathbf{K}}_0 [R - R_0]) \right|^2 dR \approx \left| f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}') \right|^2 \mathfrak{F}$$

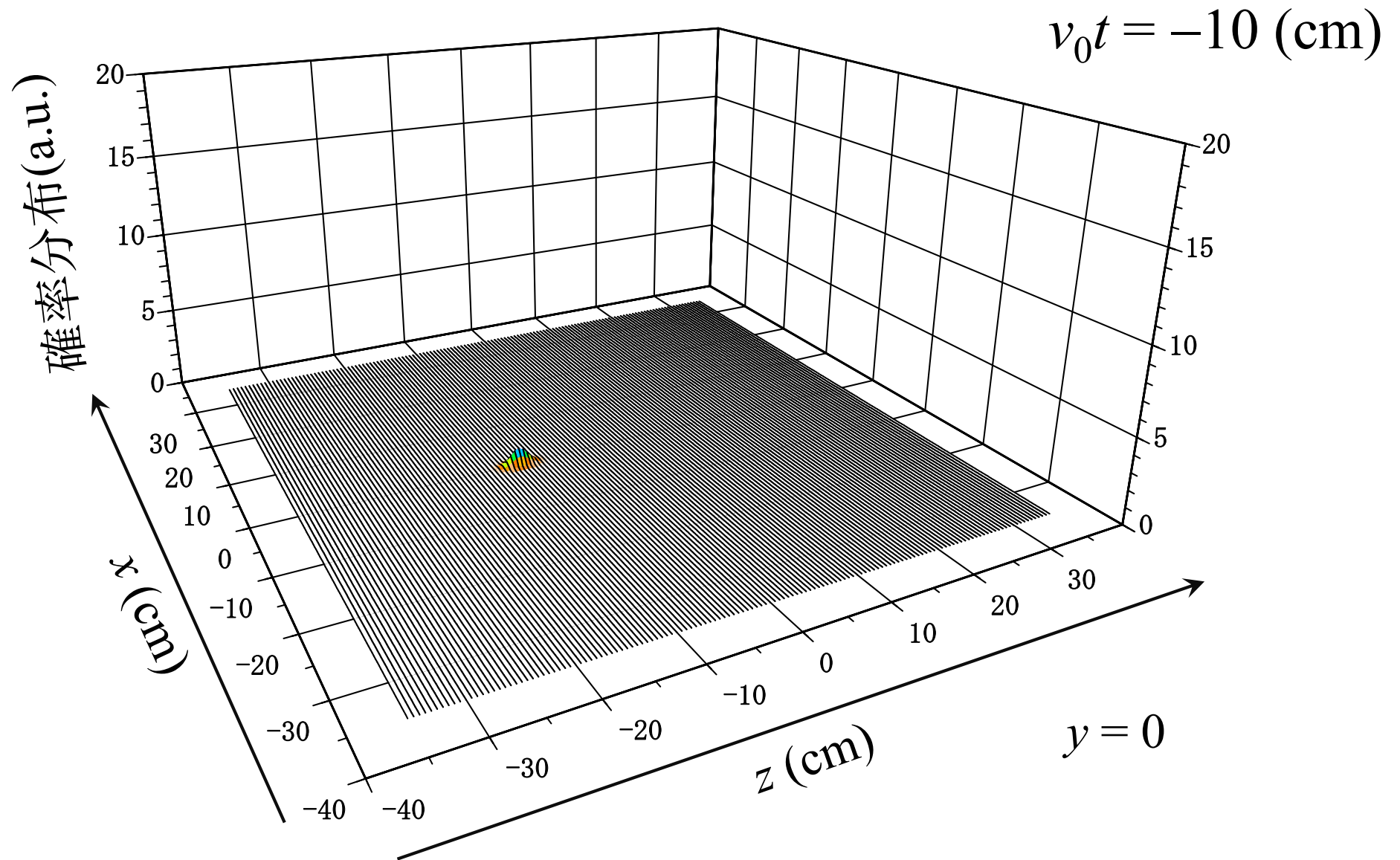
巨視的な距離



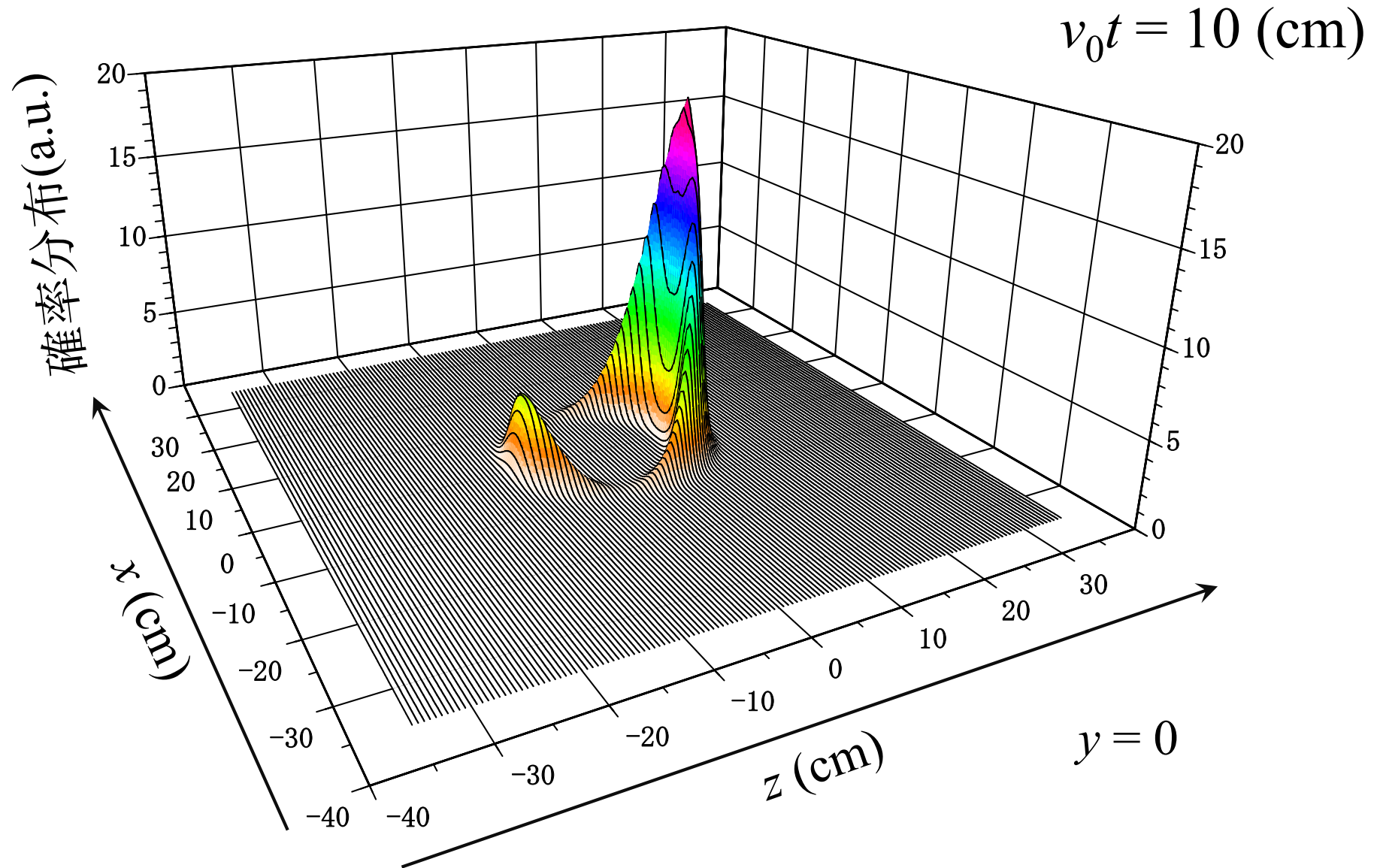
# 波束の伝播の様子



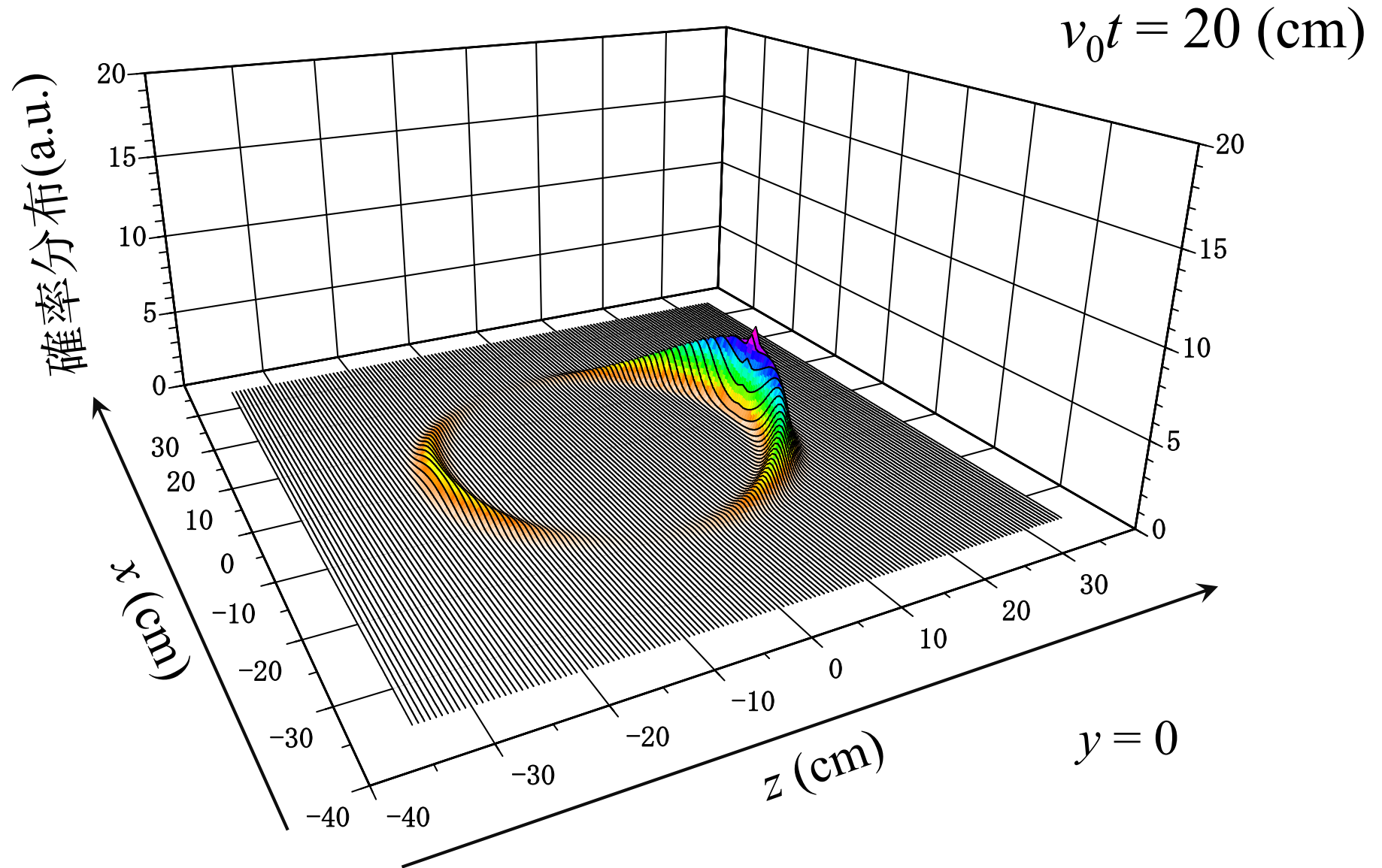
# 波束の伝播の様子



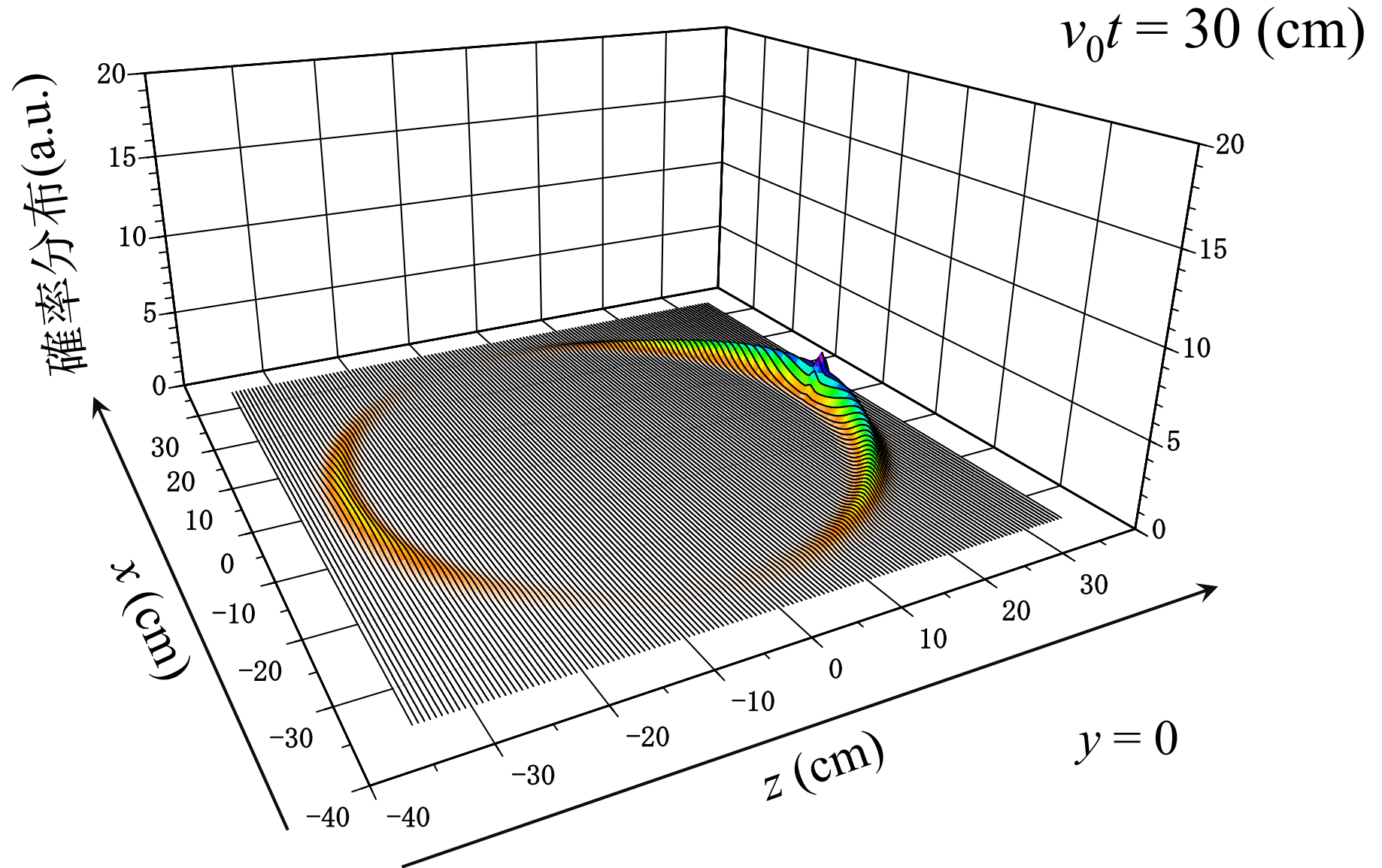
# 波束の伝播の様子



# 波束の伝播の様子



# 波束の伝播の様子



# 微分断面積

散乱領域の単位面積あたりに流れ込む確率の総量:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |G(\hat{\mathbf{K}}_0 Z)|^2 dZ \equiv \mathfrak{F}$$

$\hat{\mathbf{R}}'$  方向に出ていく確率の総量:

$$\int_0^{\infty} |f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}') G(\hat{\mathbf{K}}_0 R)|^2 dR \approx |f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}')|^2 \mathfrak{F}$$



微分断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{\mathbf{K}_0}(\hat{\mathbf{R}}')|^2$$

定常散乱波の理論の結論と完全に一致!

# 波束の理論と定常散乱波の理論のまとめ

- 現実の実験条件や直観的描像と合致する波束の理論と、これまでに学んだ定常散乱波の理論との関係を議論した。
- 運動量に(非常に狭い)幅を持たせる事によって、散乱現象を、直観と合致する波束の運動として描くことができる。
- そのようにして求めた微分断面積の表式は、定常散乱波の理論の結論と完全に一致する。これは本質的には、散乱領域の大きさと比べ、波束の拡がりが無限に大きいと見なせるからである。

※より詳しい議論については、以下を参照(ただしAusternは絶版)。

N. Austern, “Direct Nuclear Reaction Theories” (John Wiley & Sons) [Chap. 1]

笹川辰弥『散乱理論 (物理学選書20)』(裳華房) [第2章]

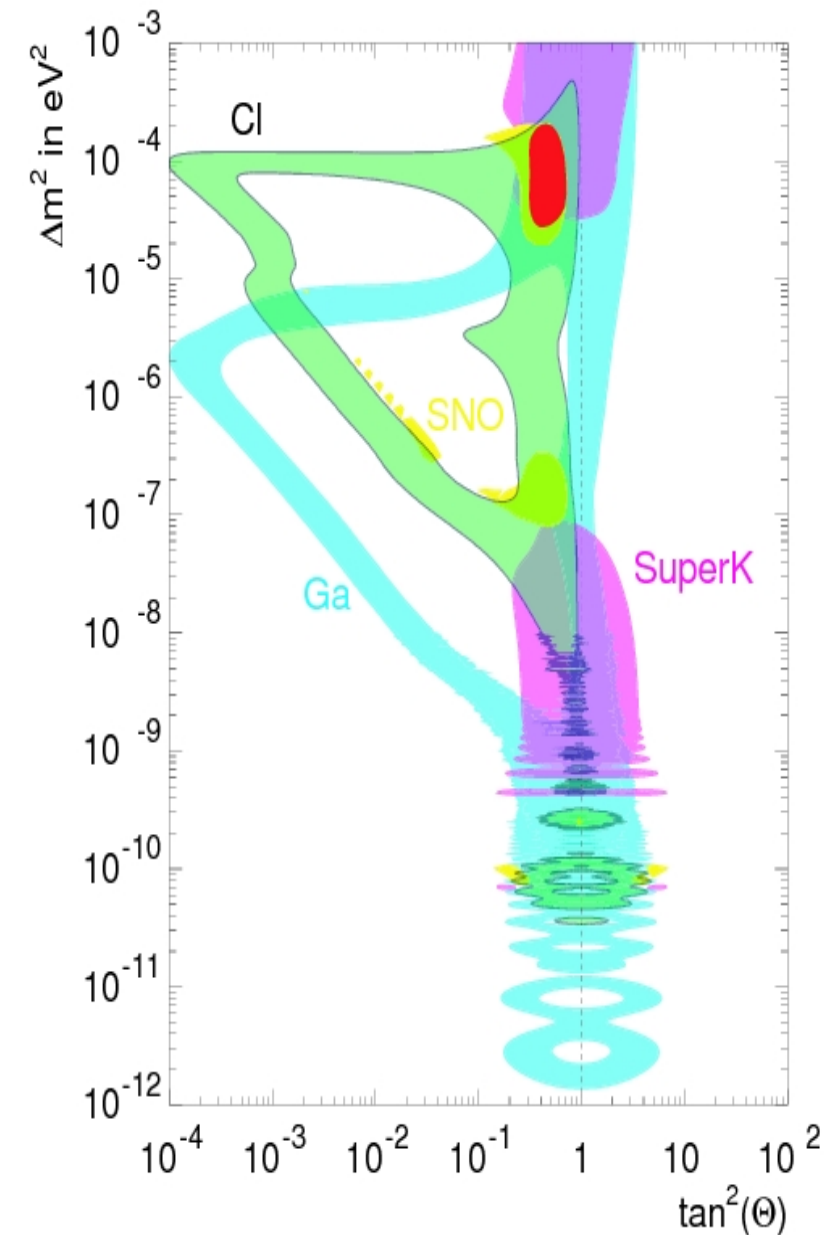
M. L. Goldberger and K. M. Watson, “Collision Theory” (Dover) [Chap. 3]

# 5. アイコナールCDCCとその 天体核反応への応用

K. Ogata, S. Hashimoto, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Yahiro,  
PRC73, 024605 (2006).

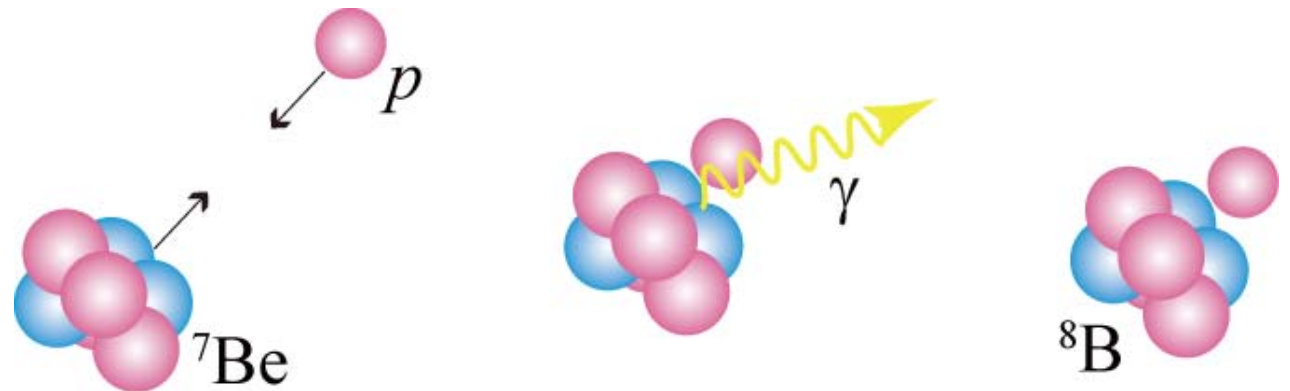


# 天体核物理学の重要課題: $S_{17}$ の精密決定



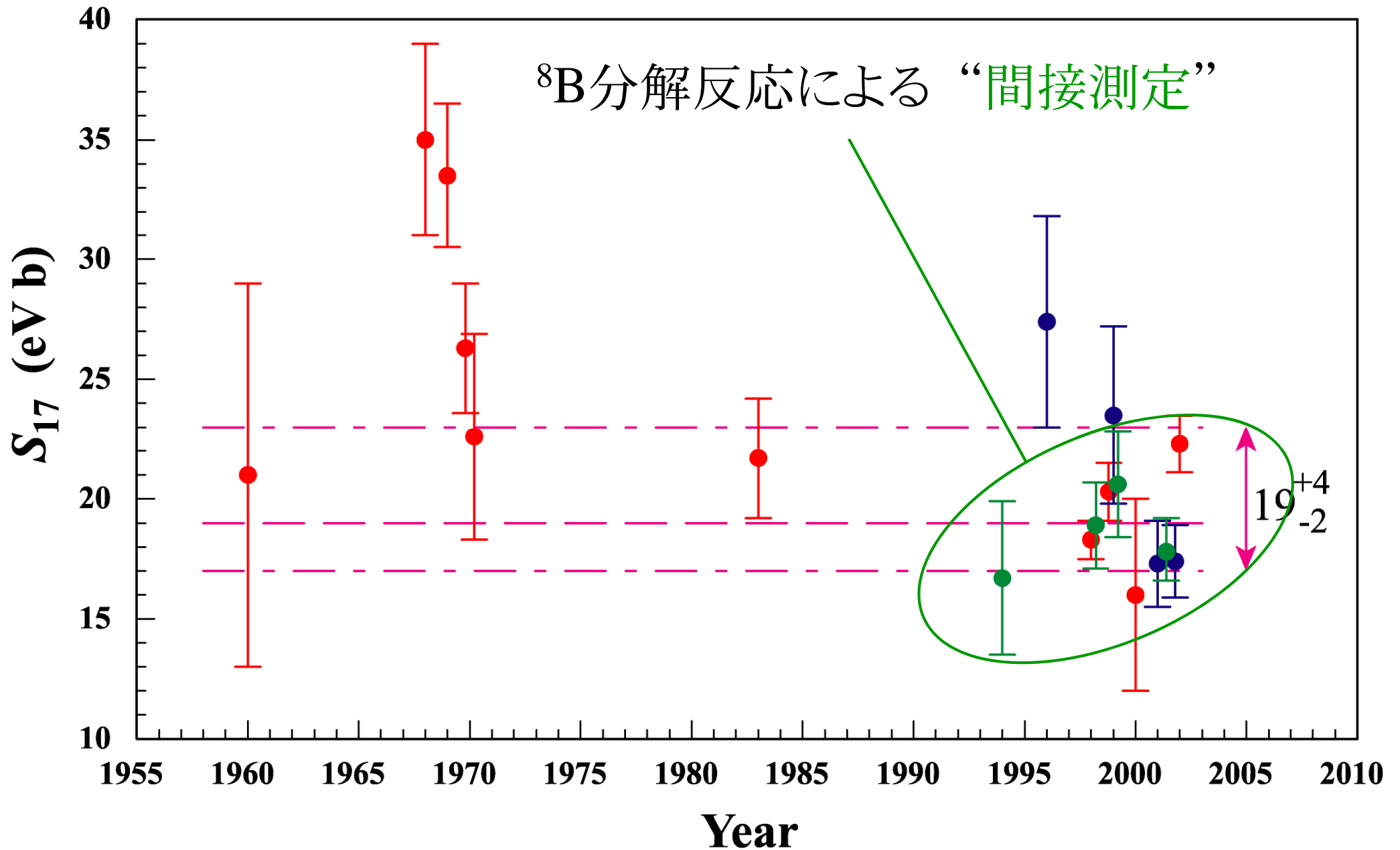
- $^8\text{B}$ 太陽ニュートリノは、ニュートリノ振動パラメータの重要な情報源。
- その流量は、 $^7\text{Be}(p,\gamma)^8\text{B}$ の天体核物理因子  $S_{17}$  に比例。

$$S_{17}(E) = \sigma_{p\gamma} E \exp(2\pi\eta)$$

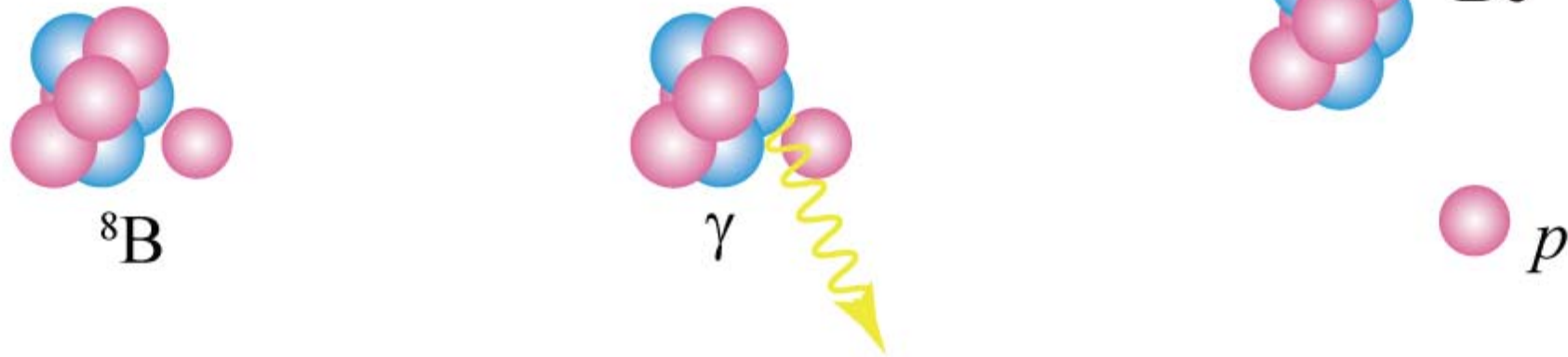


要請:  $S_{17}(0)$ を誤差5%以下で決定せよ。

# $S_{17}$ の年表

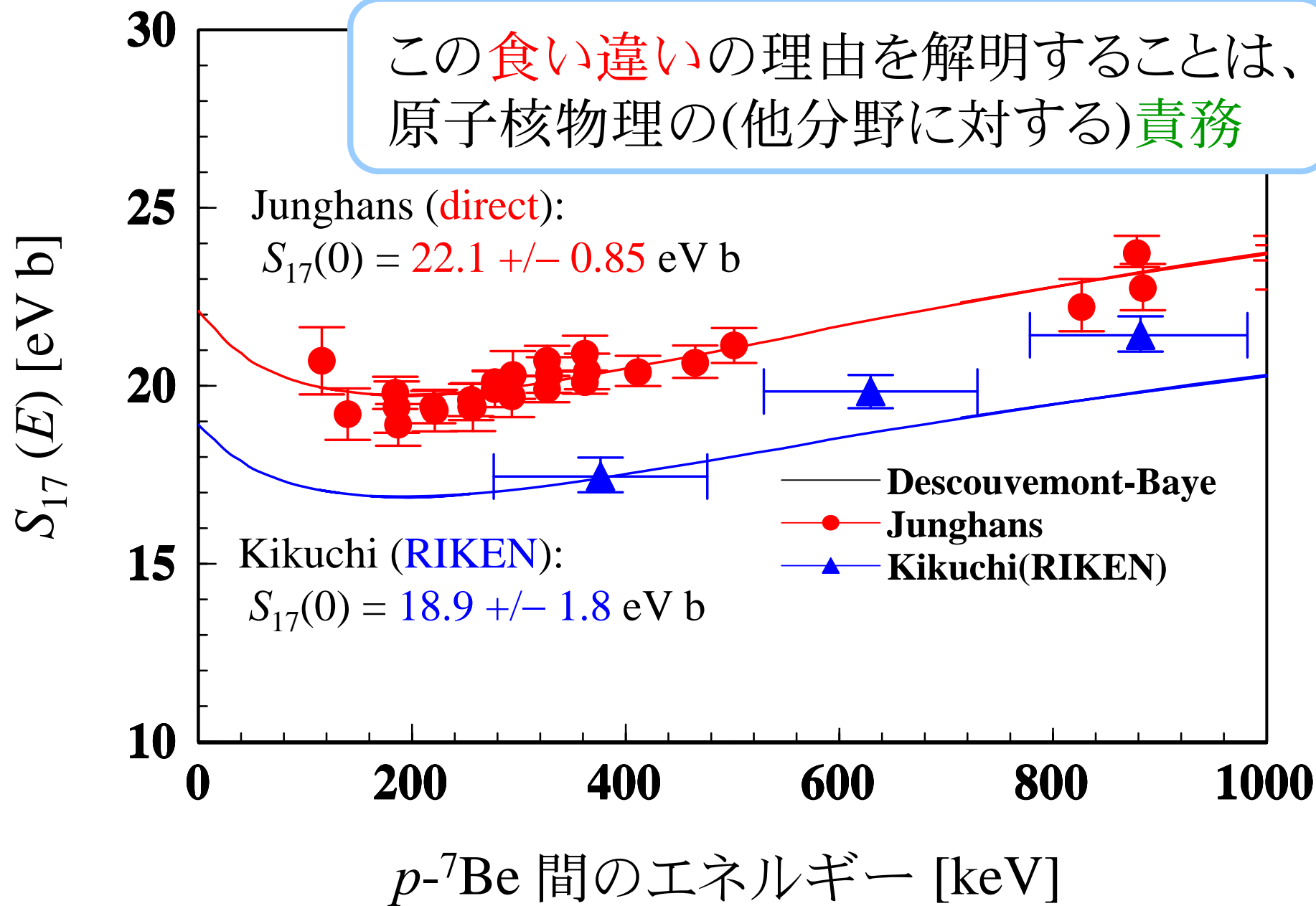


# ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ の間接測定

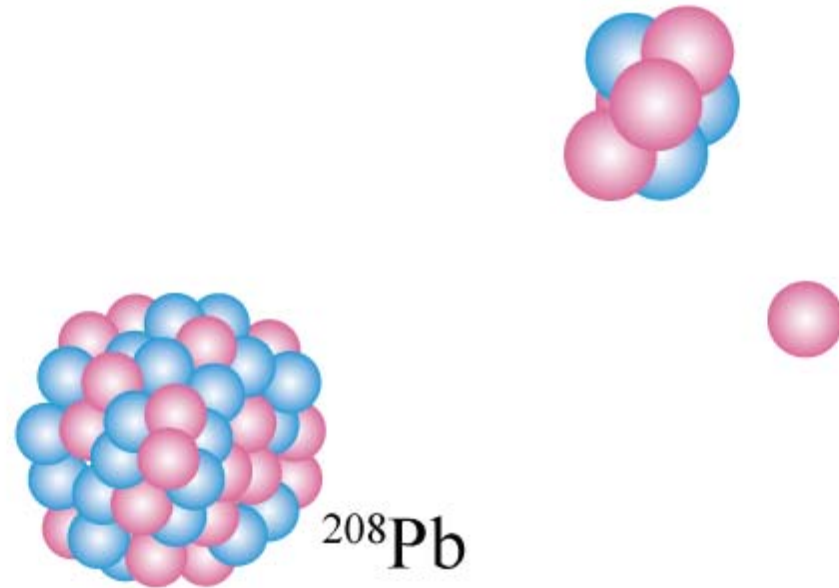


- 微細平衡の原理を利用すれば、 ${}^8\text{B}$ 分解反応を測定することで、逆反応である ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ の断面積を間接的に決定できる。
- この間接測定の結果は、**仮定した反応機構が正しいときに限り、**正確である。

# ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 $S_{17}$ の“測定”結果



# 実際の分解反応のメカニズム

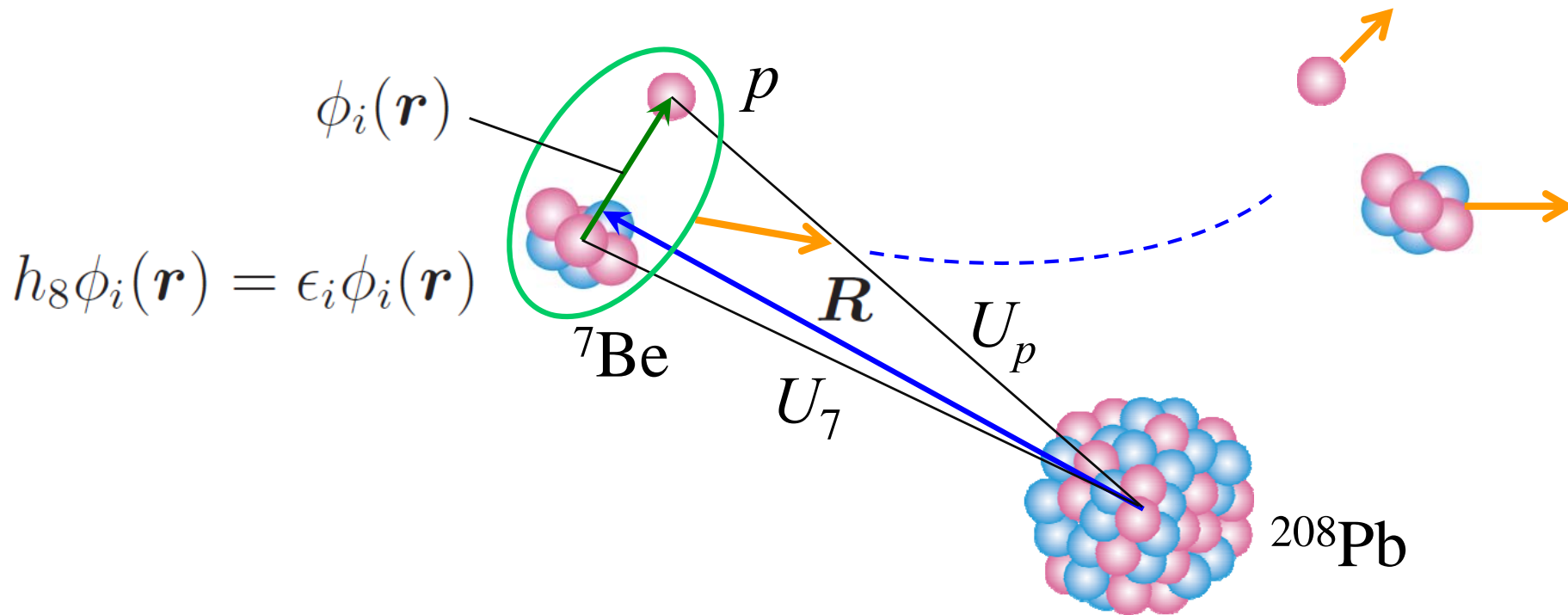


間接測定を妨害する要因

- 核力(強い相互作用)による分解
- 多段階の分解過程(チャネル結合効果)
- E1以外の多重極光子による分解

正確な反応モデルによる分解反応の記述が不可欠!

# アイコンナールCDCC (E-CDCC)



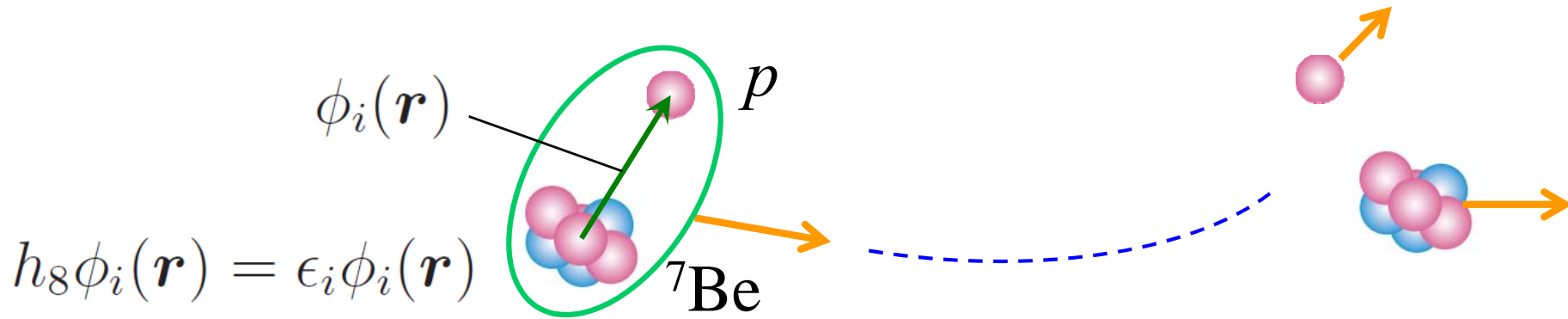
$$[T_{\mathbf{R}} + U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) + h_8 - E] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \sum_{i=0}^n \psi_i(b, z) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iK_i z} \phi_i(\mathbf{r})$$

$$K_i = \sqrt{2m_{\text{P}} E_i / \hbar}, \quad E_i = E - \epsilon_i$$

※ $1/R$  のクーロン力の  
影響は表記から省略。

# 反応解析の目的



- $p+{}^7\text{Be}$ の低エネルギー分解状態

部分平面波(正確にはクーロン入りの波)とみなせる。

- ${}^8\text{B}$ の基底状態

低エネルギーへの分解断面積に寄与するのは波動関数のテイル( $p$ と ${}^7\text{Be}$ が十分離れた領域)のみ。関数形は既知。ただしその振幅は不明。

テイルの振幅  $C$  (漸近係数)を反応解析によって決める。

# E-CDCC方程式

$$[T_{\mathbf{R}} + U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) + h_8 - E] \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0$$

左から  $\phi_j^*(\mathbf{r})$  を掛けて  $\mathbf{r}$  で積分し、 $\nabla_{\mathbf{R}}^2 \psi_i(b, z) \approx 0$  とすると

$$i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z) = \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}$$

$$F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}}$$

$$v_i = \hbar K_i / m_P$$

散乱の初期条件  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{iK_0 z} \phi_0(\mathbf{r})$  を満たす解は、

反復法等によって求めることが可能。



# 取り入れられている自由度は？

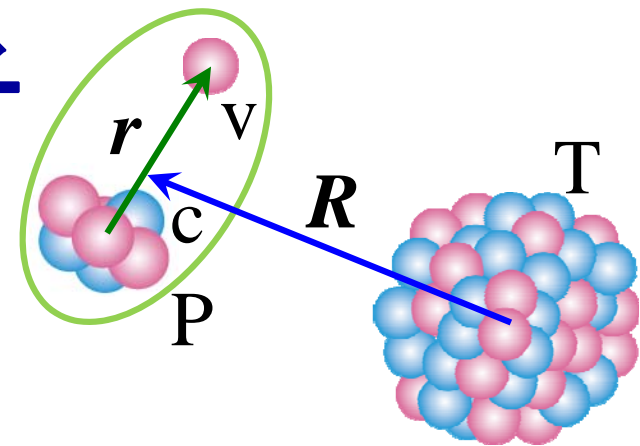
$$i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z) = \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z}$$

$$F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}}$$

1. チャネル結合計算なので、 $F_{ji}$  は無限次まで入っている。
2.  $U_p$  と  $U_7$  は、核力ポテンシャルとクーロンポテンシャルの和。  
よって核力とクーロン力は区別なく扱われている(干渉も入る)。
3. クーロンの多重極度は全て含まれる(核力も)。

※クーロン双極子遷移のみ取り入れ、摂動の1次で止めれば、  
先行研究の計算に対応する。

# クーロンの多重極子



点電荷分布

$$U_{v+c}^{\text{Coul}} \downarrow = \frac{Z_v Z_T e^2}{|\mathbf{R} + A_c \mathbf{r} / A_P|} + \frac{Z_c Z_T e^2}{|\mathbf{R} - A_v \mathbf{r} / A_P|}$$

$$R > r \longrightarrow = Z_T e \sum_{\lambda} \left( \frac{(A_c r / A_P)^{\lambda} Z_v e}{R^{\lambda+1}} + \frac{(-A_v r / A_P)^{\lambda} Z_c e}{R^{\lambda+1}} \right) P_{\lambda}(\cos \theta_{Rr})$$

$$\begin{aligned} & \frac{Z_T e Z_P e}{R} = \boxed{Z_T e \frac{Z_v e + Z_c e}{R}} P_0(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[単極子]} \quad \text{PのE1有効電荷} \\ & + \frac{Z_T e \boxed{[(A_c / A_P) Z_v e - (A_v / A_P) Z_c e]} r}{\textcircled{R^2} \text{超ロングレンジ}} P_1(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[双極子]} \\ & + \frac{Z_T e \boxed{[(A_c / A_P)^2 Z_v e + (A_v / A_P)^2 Z_c e]} r^2}{R^3} P_2(\cos \theta_{Rr}) \quad \text{[4重極子]} \quad \text{PのE2有効電荷} \\ & + \dots \end{aligned}$$

PT重心間の  
クーロン力  
(分解なし)

# 分解反応の遷移行列

${}^8\text{B}$ の分解エネルギー( ${}^7\text{Be}-p$ 間のエネルギー)をある区間で束ねた状態が、波数ベクトル  $\mathbf{K}'_j$  で散乱される反応の断面積が観測されるものとする。

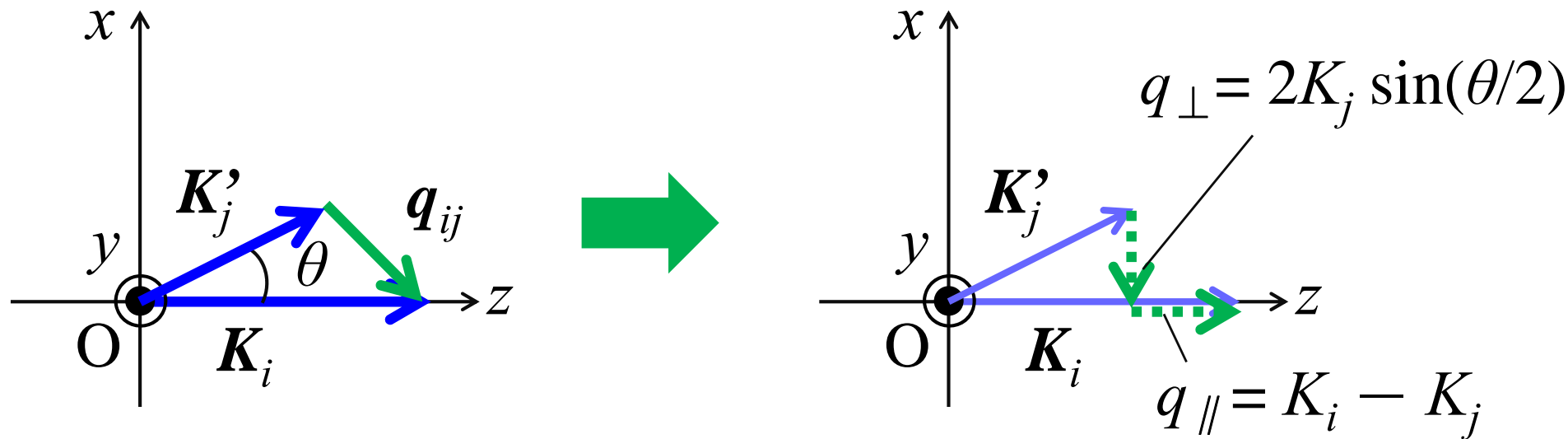
$$T_j = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{R}} \phi_j(\mathbf{r}) \left| U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) \right| \Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right\rangle$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{R}} \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{iK_i z} d\mathbf{R}$$

$$(\because F_{ji}(b, z) = \langle \phi_j(\mathbf{r}) | U_p(|\mathbf{R} + 7\mathbf{r}/8|) + U_7(|\mathbf{R} - \mathbf{r}/8|) | \phi_i(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}} )$$

# 移行運動量

$$e^{-i\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{R}} e^{i\mathbf{K}_i z} = e^{i(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}'_j) \cdot \mathbf{R}} \equiv e^{i\mathbf{q}_{ij} \cdot \mathbf{R}}$$

前方散乱近似を適用すると、 $\mathbf{q}_{ij}$  の垂直成分と平行成分は、下図のようになる。



よって、 $\mathbf{q}_{ij}$  と  $\mathbf{R}$  の内積は、

$$\mathbf{q}_{ij} \cdot \mathbf{R} = -2K_j \sin(\theta/2) b \cos \phi_R + (K_i - K_j)z$$

# 分解反応の遷移行列(つづき)

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i2bK_j \sin(\theta/2) \cos \phi_R} \sum_{i=0}^n F_{ji}(b, z) \psi_i(b, z) e^{i(K_i - K_j)z} dz b db d\phi_R$$

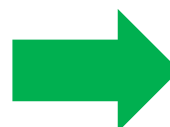
$\sim bK_j\theta$

$$= i\hbar v_j \frac{\partial}{\partial z} \psi_j(b, z)$$

$$T_j = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-ibK_j\theta \cos \phi_R} i\hbar v_j [\psi_j(b, z)]_{z=-\infty}^{z=\infty} b db d\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar v_j}{(2\pi)^3} \int e^{-ibK_j\theta \cos \phi_R} [S_j(b) - \delta_{j0}] b db d\phi_R$$

$$= \frac{i\hbar^2 K_j}{(2\pi)^2 m_P} \int J_0(bK_j\theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db$$

 分解断面積の角度分布

$$\because \int_0^{2\pi} e^{-ibK_j\theta \cos \phi_R} d\phi_R = 2\pi J_0(bK_j\theta)$$

# (純)量子力学計算との対応

遷移行列の積分要素

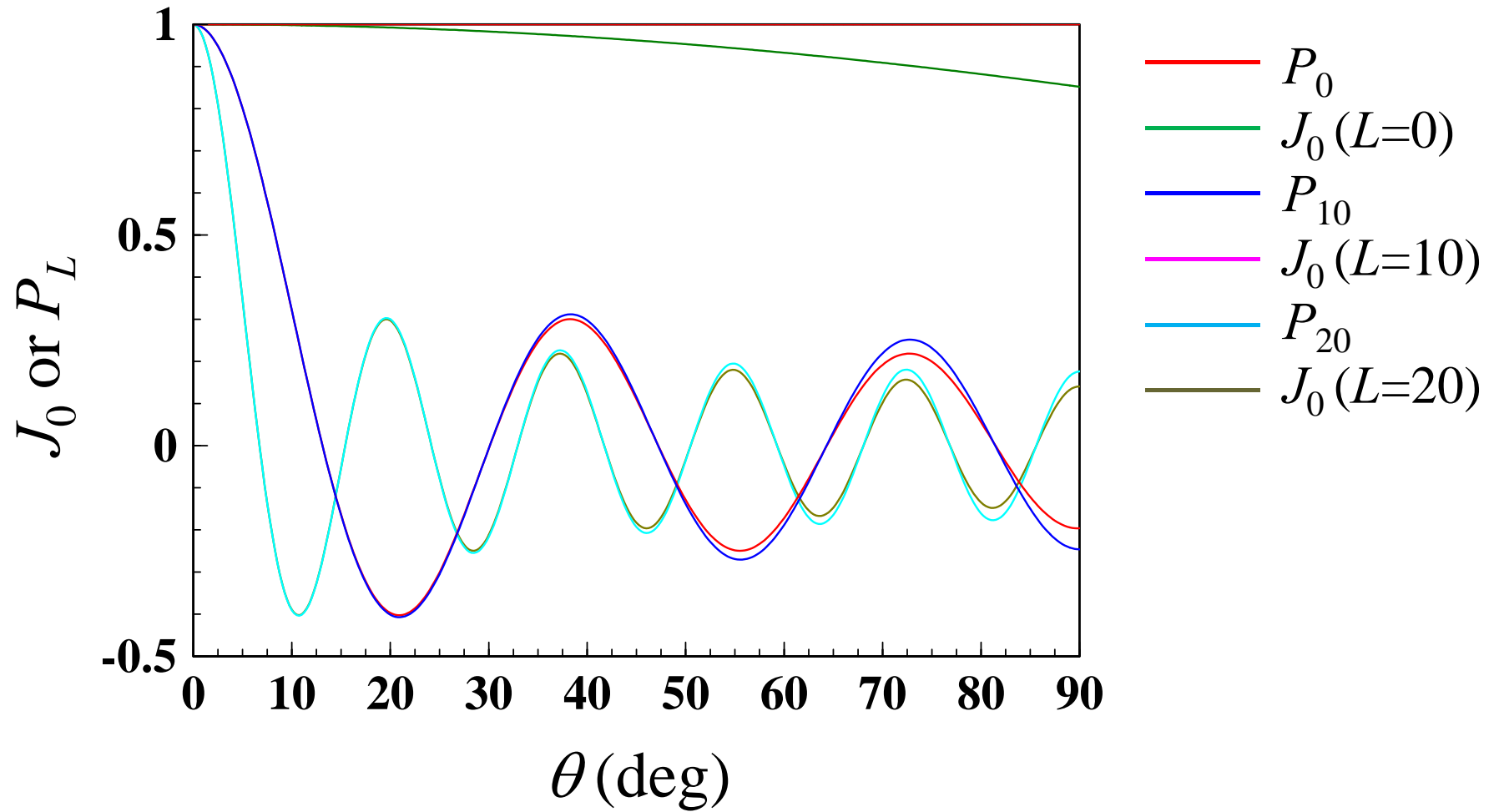
$$\begin{aligned} I &\equiv K_j \int J_0(bK_j\theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db \\ &= K_j \sum_L \int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} J_0(bK_j\theta) [S_j(b) - \delta_{j0}] b db \\ &\approx K_j \sum_L \underbrace{J_0\left((2L+1)\frac{\theta}{2}\right)}_{\approx P_L(\cos\theta)} [S_j^{(L)} - \delta_{j0}] \underbrace{\int_{L/K_j}^{(L+1)/K_j} b db}_{= \frac{2L+1}{2K_j^2}} \end{aligned}$$

$K_j b = L + 1/2$  とすることで、量子力学的な表式が得られる。

$$I \approx \frac{1}{2K_j} \sum_L (2L+1) [S_j^{(L)} - \delta_{j0}] P_L(\cos\theta)$$

※小さい  $L$  の  $S$  行列のみ量子力学的に計算すれば、より正確。

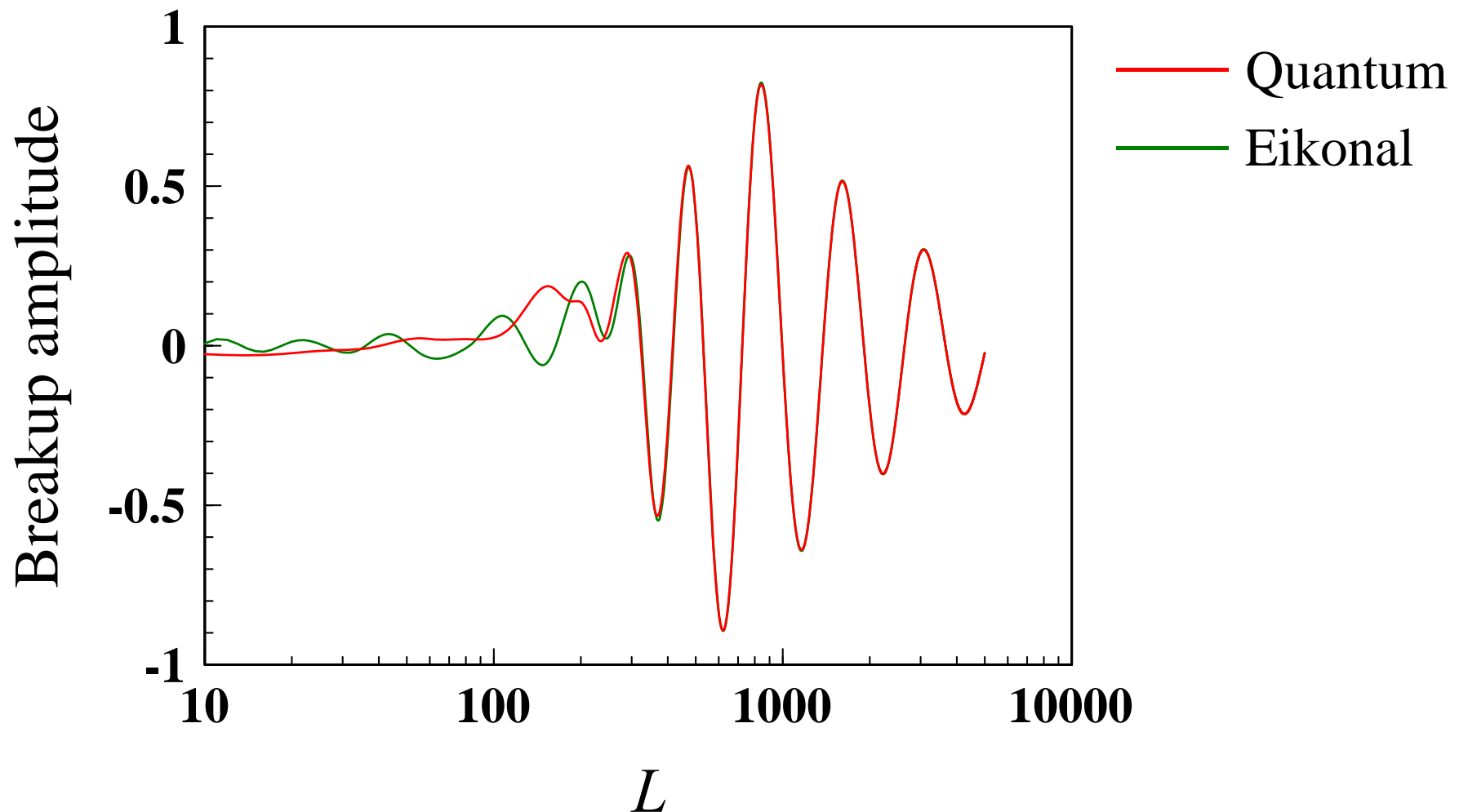
# ルジャンドル関数とベッセル関数



- 散乱振幅の角度依存性は、 $J_0(bK\theta)$  でほぼ表現できている。
- 前方散乱近似をやめると、余分な(強すぎる)角度依存性が出る。

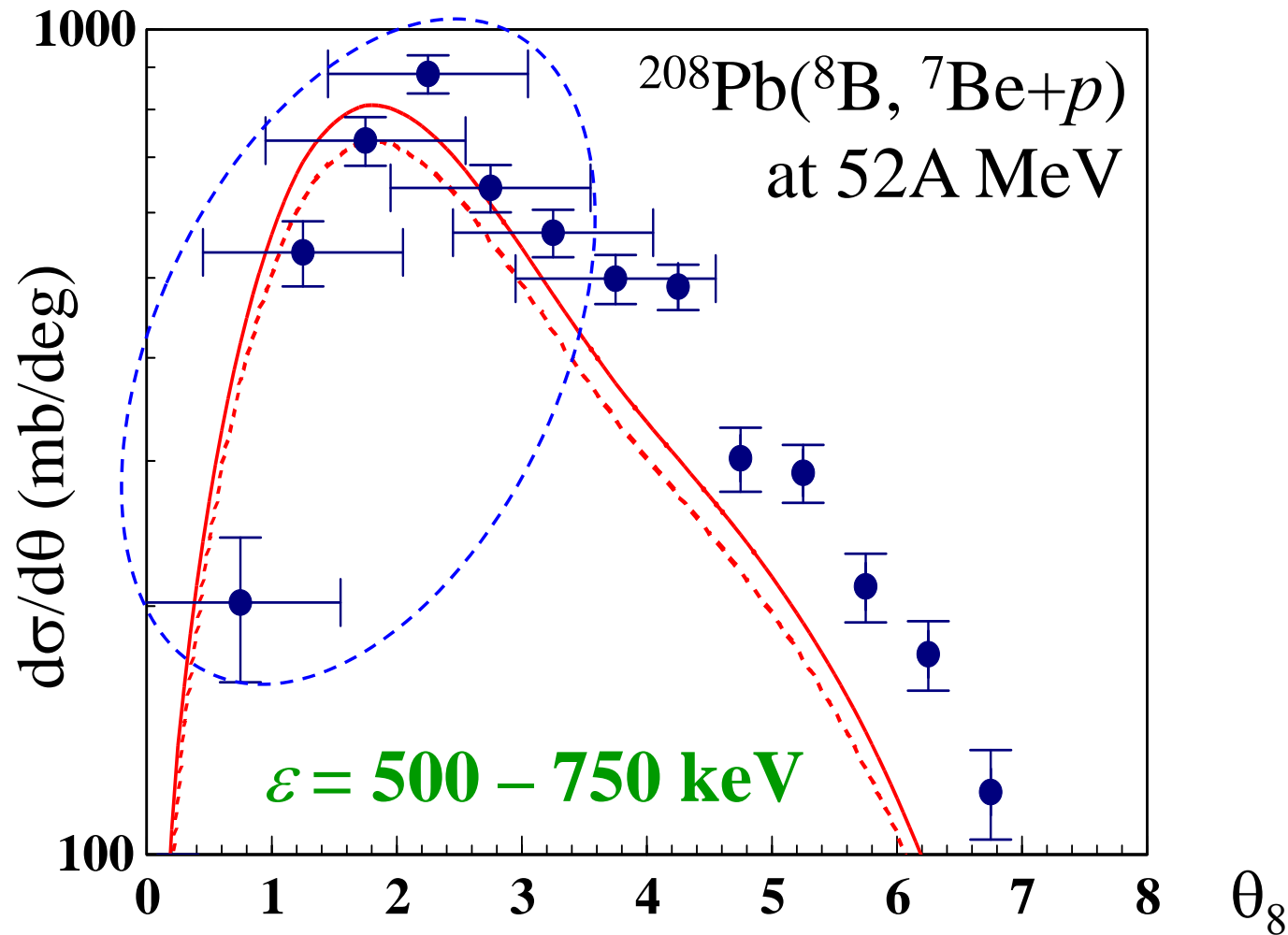
# 量子力学計算との対応(分解反応)

$^{208}\text{Pb}$ による  $^8\text{B}$ 分解反応(at 核子あたり 250 MeV)の遷移振幅(実部)



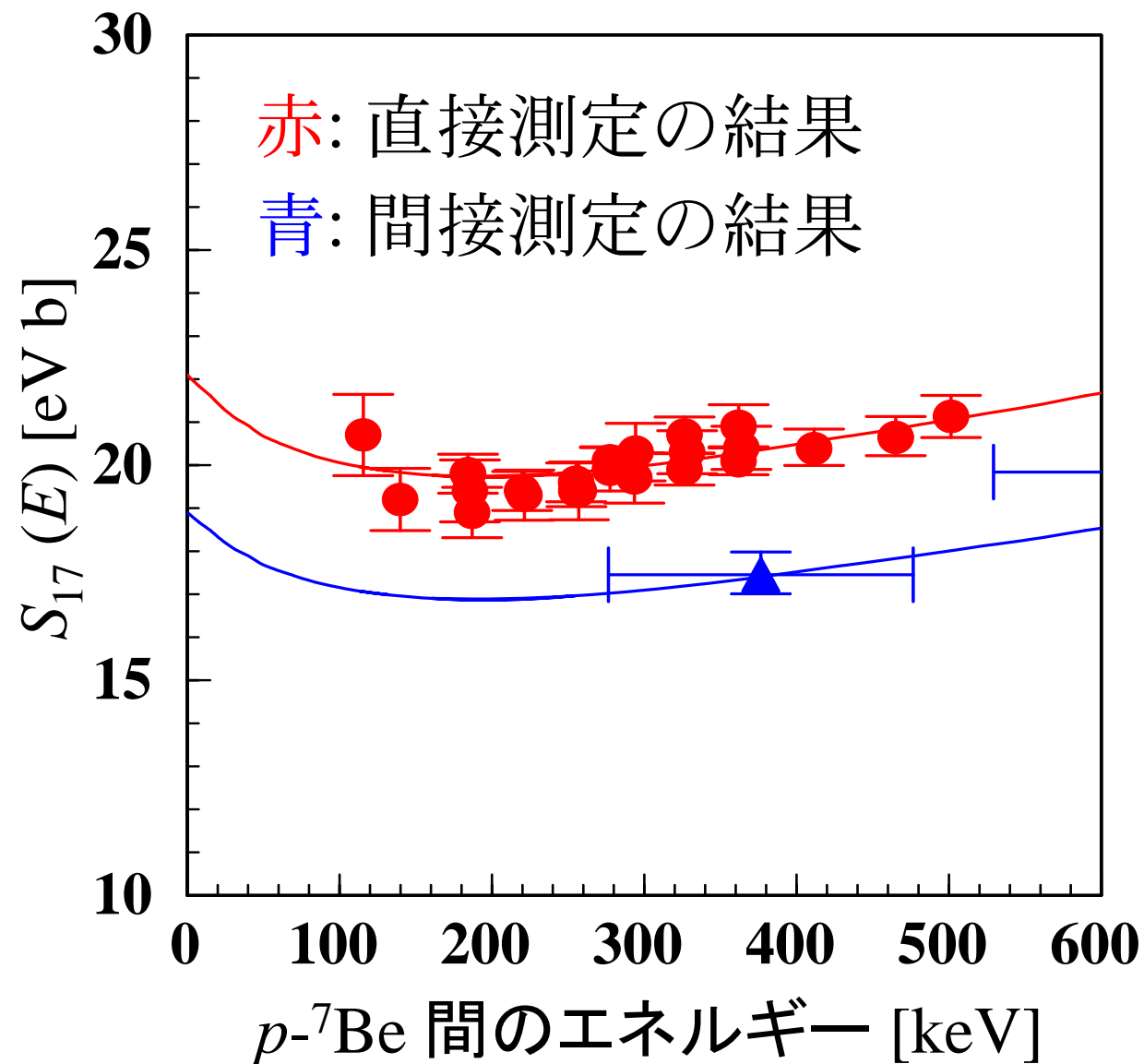


# $^8\text{B}$ 分解断面積の角分布



実験値と理論計算値の“比”から、 $^8\text{B}$ 波動関数の漸近係数  $C$  を得ることができる。 $C$  が得られれば、 $S_{17}(E)$  が描ける。

# ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 $S_{17}$



以前の結果

直接測定:

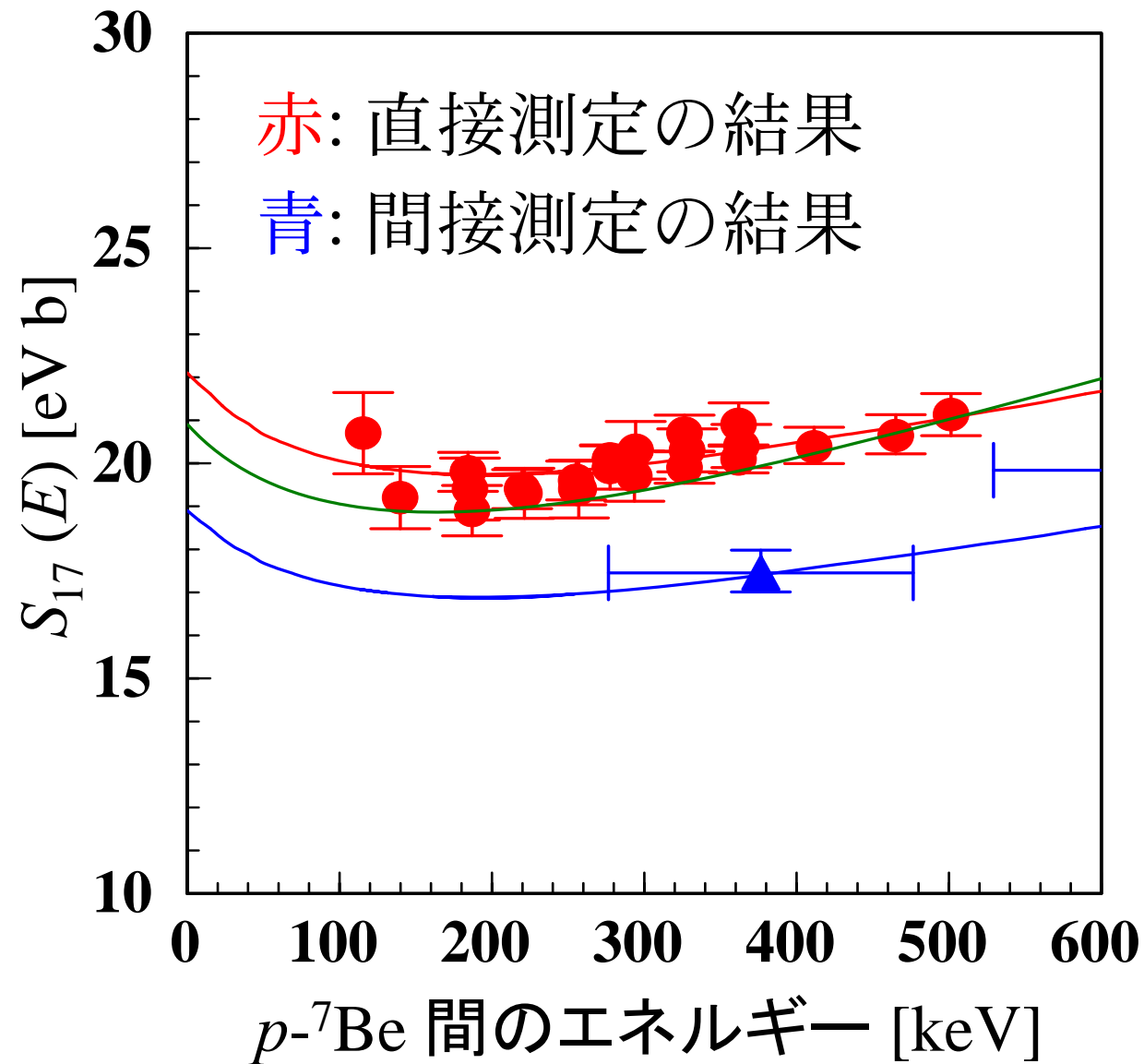
$$S_{17}(0) = 22.1 \pm 0.85 \text{ eV b}$$

間接測定:

$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

今回の解析結果

# ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 $S_{17}$



## 以前の結果

直接測定:

$$S_{17}(0) = 22.1 \pm 0.85 \text{ eV b}$$

間接測定:

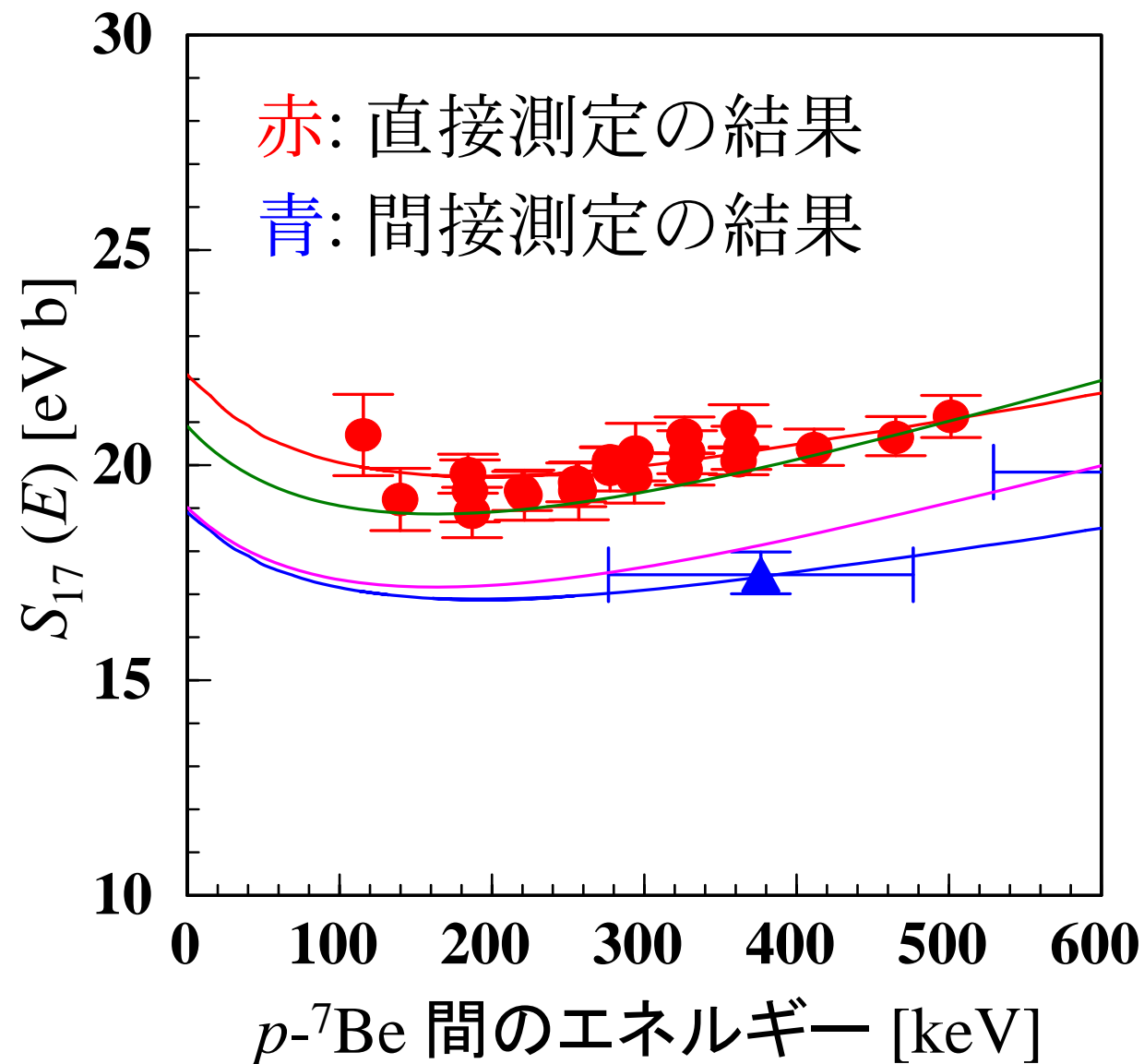
$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

## 今回の解析結果

“完全”計算:

$$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9} \text{ eV b}$$

# ${}^7\text{Be}(p,\gamma){}^8\text{B}$ 天体核物理因子 $S_{17}$



— 以前の結果 —

直接測定: updated

$$S_{17}(0) = 20.9 \pm 0.92 \text{ eV b}$$

間接測定:

$$S_{17}(0) = 18.9 \pm 1.8 \text{ eV b}$$

— 今回の解析結果 —

“完全”計算:

$$S_{17}(0) = 20.9^{+2.0}_{-1.9} \text{ eV b}$$

間接測定(簡易計算):

$$S_{17}(0) = 19.0^{+1.9}_{-1.7} \text{ eV b}$$

間接測定法は、正確な反応理論と組み合わせれば機能する。

# E-CDCCとその天体核反応への応用のまとめ

- 天体核物理学上の重大な課題である  $S_{17}$ 問題を紹介した。
- 不安定核 ${}^8\text{B}$ の分解反応を、 ${}^7\text{Be}+p$ +標的核の3体反応模型に基づいて記述した。
- CDCCとアイコナール近似を組み合わせたアイコナールCDCC (E-CDCC)を紹介した。
- E-CDCCに対する量子力学的補正は最小の手間で実行可能。
- 反応解析により、 $S_{17}$ 問題を解決することに成功した。

## 6. アイコナール反応理論と中性子 除去反応 → そして(p,pN)反応へ

M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo, PTP126, 167 (2011).

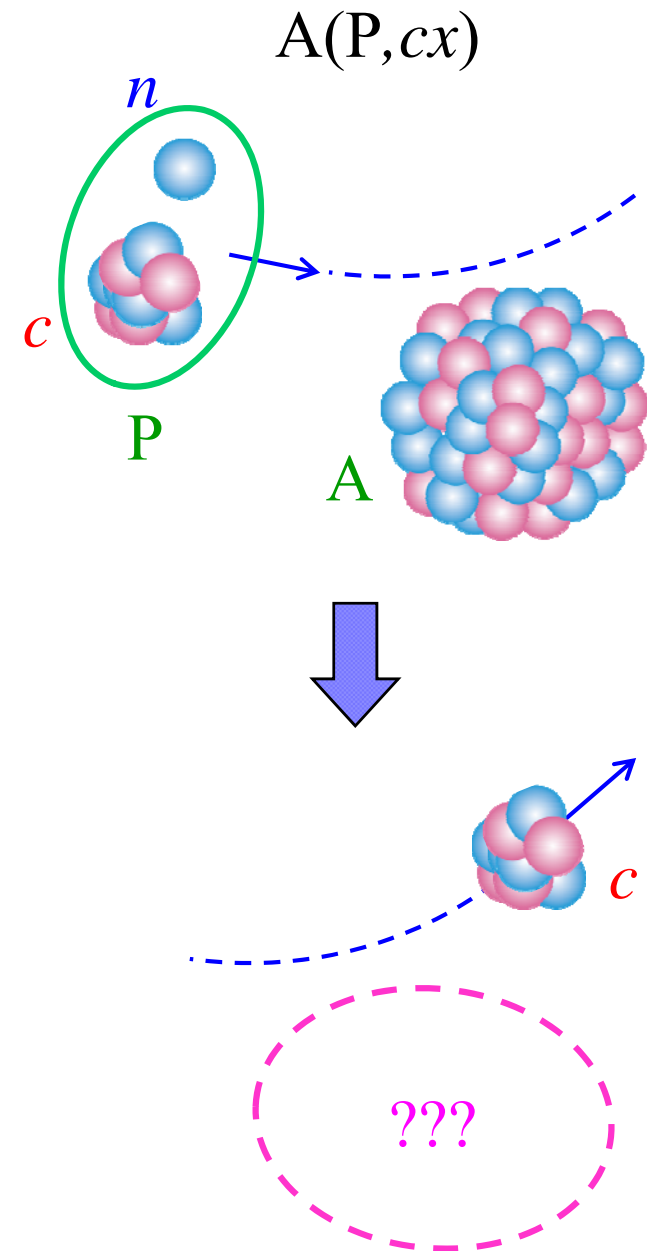
# 中性子除去(removal)反応

## 特徴(定義)

- コア核のみを観測する。
- 多数の自由度が関与する包括的過程。
- 弾性分解(elastic breakup; **EB**)と(広義の)剥ぎ取り過程(stripping; **STR**)からなる。

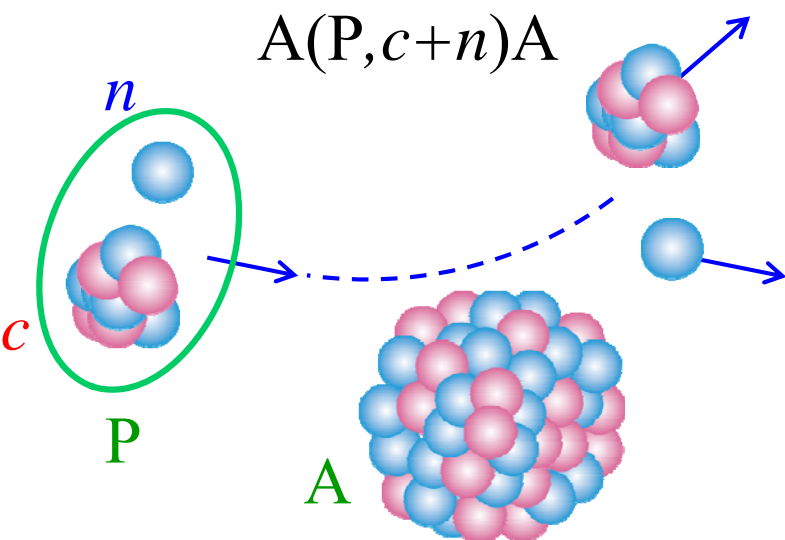
## 要点(ストリッピング)

- コア核は“弾性チャネル”に生き残り、中性子(群)だけが吸収されると考える。
- 入射粒子の構成粒子によって“運命”が異なる。これをどう記述するか?



# 弾性分解とストリッピング

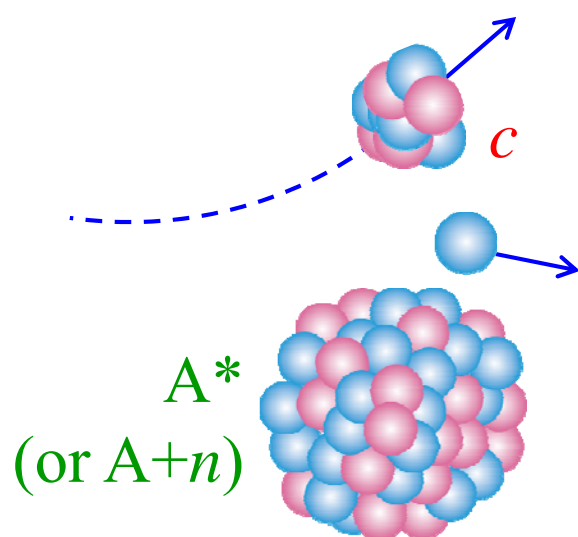
$A(P, c+n)A$



## 弾性分解(EB)

- 反応後の標的核は基底状態。
- 通常のCDCCで記述可能。

$A(P, c+n)A^*$



## ストリッピング(STR)

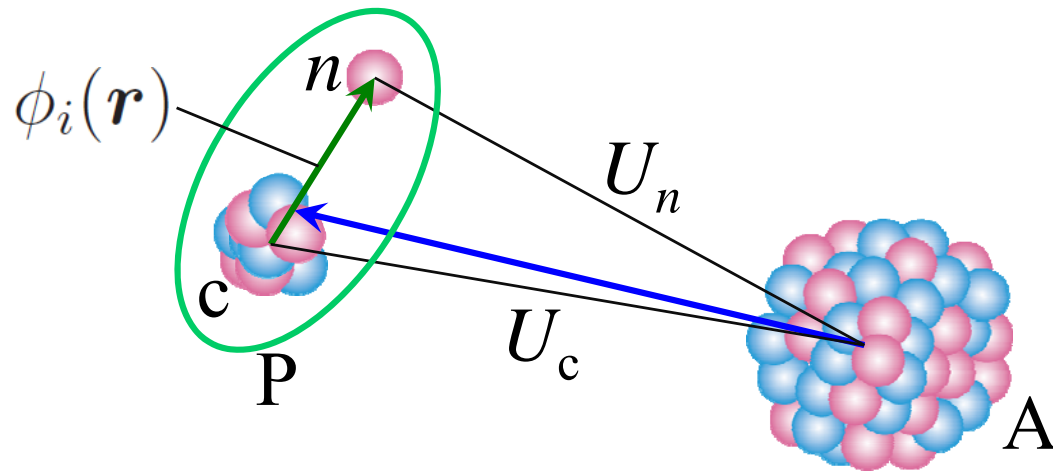
- 標的核は励起される(移行反応の寄与は中間エネルギー領域では無視できる)。
- その励起は剥ぎ取られる中性子に起因。
- 通常のチャンネル結合法では記述不可能。
- グラウバー模型が成功。ただし問題も。



# アイコナール反応理論

## Eikonal Reaction Theory (ERT)

チャンネル結合計算に基づいてストリッピング過程を記述する模型。



$\mu$ : 換算質量

アイコナール近似の演算子表現

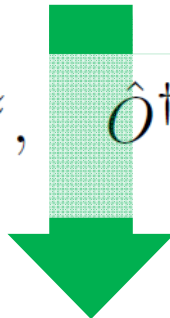
$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + \hbar - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$$

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{1}{\sqrt{\hbar \hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad \hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu(E - \hat{h})}, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu}$$

# アイコナール反応理論(つづき)

$\Phi$ の2階微分を落とすと

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

$$\hat{O}(z) \equiv \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}} e^{i\hat{K}z}, \quad \hat{O}^\dagger(z) \equiv e^{-i\hat{K}z} \frac{1}{\sqrt{\hbar\hat{v}}}$$


$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = -i \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$$

方程式の形式解:

$$\hat{S} \equiv \exp \left[ -i \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

時間順序積

# アイコナール反応理論(さらにつづき)

$$\hat{S} \equiv \exp \left[ -i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) [U_n(R_n) + U_c(R_c)] \hat{O}(z) dz \right]$$

$U_n$  に対してのみ断熱近似を適用:

$$\hat{K} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu (E - \hat{h})} \longrightarrow K_0, \quad \hat{v} = \frac{\hbar \hat{K}}{\mu} \longrightarrow v_0, \quad \mathcal{P} \longrightarrow 1$$

Pの基底状態のエネルギー  
固有値で置き換える。

$$\hat{S} \rightarrow \exp \left[ -i \frac{1}{\hbar v_0} \int_{-\infty}^{\infty} U_n(R_n) dz \right] \exp \left[ -i\mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{O}^\dagger(z) U_c(R_c) \hat{O}(z) dz \right]$$

$\equiv \hat{S}_n$ 
 $\equiv \hat{S}_c$

右の式の形式解が  $\hat{S}_c$  !  $\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0$

# アイコナール反応理論(まとめ)

アイコナール近似と $U_n$ に対する断熱近似によりS行列を分割可能。

$$\hat{S} = \hat{S}_n \hat{S}_c$$

S行列とその“成分”は以下の方程式を解くことで得られる。

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}$$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_c(R_c) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_c$$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{R}}^2 + U_n(R_n) + h - E \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = 0 \longrightarrow \hat{S}_n$$

- 3体分解のダイナミクスが入っている。
- クーロン力を含む $U_c$ に断熱近似を適用すると発散の問題が起きる。

# 各種断面積

反応断面積: 
$$\sigma_R = 2\pi \int (1 - |\langle 0|\hat{S}|0\rangle|^2) b db$$

※ブラケットはPの状態を表す(cおよびAは基底状態)。

弾性分解断面積: 
$$\sigma_{EB} = 2\pi \int \sum_{c \neq 0} |\langle c|\hat{S}|0\rangle|^2 b db$$

$$= 2\pi \int \sum_{c \neq 0} \langle 0|\hat{S}^\dagger|c\rangle \langle c|\hat{S}|0\rangle b db$$

近似的完全系

$$\sum_c |c\rangle \langle c| \approx 1 \rightarrow \approx 2\pi \int (\langle 0|\hat{S}^2|0\rangle - |\langle 0|\hat{S}|0\rangle|^2) b db$$

全融合断面積: 
$$\sigma_{TF} \equiv \sigma_R - \sigma_{EB} = 2\pi \int \underbrace{(1 - \langle 0|\hat{S}^2|0\rangle)}_{\approx} b db$$

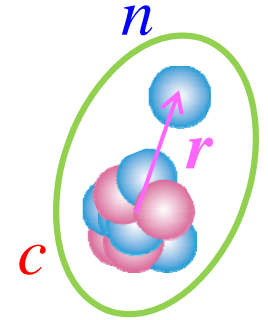
何らかの吸収(追跡していないチャネルへの流束の逃げ)が起きる“確率”。



$$1 - \sum_c \langle 0|\hat{S}^\dagger|c\rangle \langle c|\hat{S}|0\rangle = 1 - \sum_c |\langle c|\hat{S}|0\rangle|^2$$

# 電気双極子(E1)遷移の発散問題

$$\text{遷移相互作用: } V_{E1} = \frac{e_{E1} Z_T e r}{R^2} \equiv C \frac{r}{R^2}$$



$$\text{位相差: } \chi_{E1}(b) = \frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} C \frac{r}{R^2} dz \equiv C' r \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R^2} dz = C' r \frac{\pi}{b}$$

遷移確率分布( $\phi_0$  は実数とする):

$$\begin{aligned} P_{E1}(b) &= \left\langle \phi_0 \left| \left| \exp \left[ i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right|^2 \right| \phi_0 \right\rangle - \left| \left\langle \phi_0 \left| \exp \left[ i C' r \frac{\pi}{b} \right] \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim 1 - \left| \left\langle \phi_0 \left| 1 + i C' r \frac{\pi}{b} - \frac{1}{2} \left( C' r \frac{\pi}{b} \right)^2 \right| \phi_0 \right\rangle \right|^2 \\ &\sim \left( C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r^2 | \phi_0 \rangle - \left( C' \frac{\pi}{b} \right)^2 \langle \phi_0 | r | \phi_0 \rangle^2 = \left( C' \frac{\pi}{b} \right)^2 (\Delta r)^2 \end{aligned}$$

分散

$$(\Delta r)^2$$

# 電気双極子(E1)遷移の発散問題(つづき)

E1分解断面積:

$$\begin{aligned}\sigma_{E1} &= \int P_{E1}(b) d\mathbf{b} = 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \int \frac{1}{b^2} b db \\ &= 2\pi (C'\pi)^2 (\Delta r)^2 \int \frac{1}{b} db\end{aligned}$$

対数発散

※この発散を引き起こす項のみを、**摂動計算**(断熱近似なし)の結果で置き換える方法もある(**C**oulomb-**C**orrected **E**ikonal model)。

P. Capel, D. Baye, Y. Suzuki, PRC**78**, 054602 (2008).

# 全融合断面積の分割

$$\sigma_{\text{TF}} = 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c \hat{S}_n|^2 | 0 \rangle) b db$$

$$\sigma_{\text{TF}} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{c:\text{STR}} + \sigma_{\text{CF}}$$

中性子剥離(吸収)断面積:

中性子は何らかの吸収を起こす。

$$\sigma_{n:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$

コア核は吸収を起こさない。

コア核剥離(吸収)断面積:

$$\sigma_{c:\text{STR}} = 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_n|^2 (1 - |\hat{S}_c|^2) | 0 \rangle b db$$

完全融合断面積:

$$\sigma_{\text{CF}} = 2\pi \int \langle 0 | (1 - |\hat{S}_c|^2) (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db$$



# 中性子剥離・除去断面積(計算法)

$$\begin{aligned}\sigma_{n:\text{STR}} &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 (1 - |\hat{S}_n|^2) | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle b db - 2\pi \int \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle b db \\ &= 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}|^2 | 0 \rangle) b db - 2\pi \int (1 - \langle 0 | |\hat{S}_c|^2 | 0 \rangle) b db \\ &= \sigma_{\text{TF}} - \sigma_{\text{TF}}(c)\end{aligned}$$

※(c)は $U_c$ のみを取り入れて計算した値。

価中性子の分布  
を測る手段

——— 中性子除去断面積

$$\sigma_{-n} = \sigma_{n:\text{STR}} + \sigma_{\text{EB}}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{-n} &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{EB}} - [\sigma_{\text{R}}(c) - \sigma_{\text{EB}}(c)] + \sigma_{\text{EB}} \\ &= \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(c) + \sigma_{\text{EB}}(c)\end{aligned}$$

# $^{31}\text{Ne}$ の1中性子除去反応への適用

$^{31}\text{Ne}$  を  $^{30}\text{Ne} + n$  の簡単なモデルで表し(相対軌道角運動量は1とする)、その配位の割合  $S$  (分光学的因子)を決定する。

	$^{12}\text{C}$	ERT	Glauber*	$^{208}\text{Pb}$	ERT	Glauber*
$\sigma_{n:\text{STR}}$		90 [109]	96	244 [367]	330	
$\sigma_{\text{EB}}$		24		800	810 (摂動)	
$\sigma_{-n}$		114 [133]	96	1044 [1167]	1140	
$S$		0.69 [0.59]	0.82	0.68 [0.61]	0.62	

※ [ ] は  $\sigma_{n:\text{STR}} \approx \sigma_{\text{R}} - \sigma_{\text{R}}(\text{c})$  と近似して計算した結果

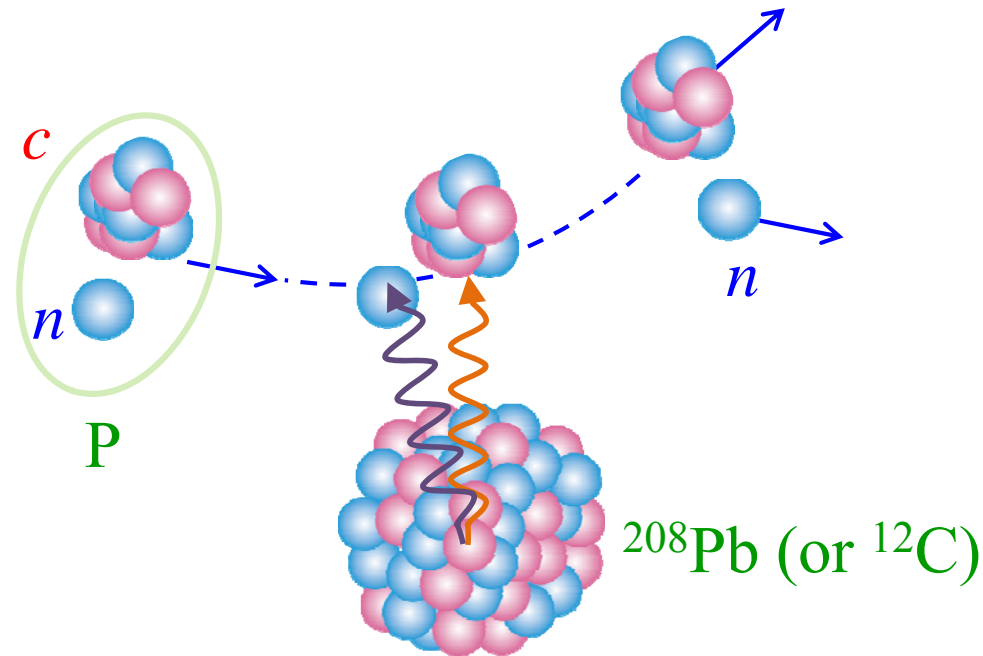
- $^{12}\text{C}$  標的でも弾性分解が効く。
- 中性子剥離断面積には分解断面積の差の項が重要。
- 大雑把に見れば、ERTとGlauberの一致は良い。

\*W. Horiuchi, Y. Suzuki, P. Capel, D. Baye, PRC81, 024606 (2010).

# Extraction of the E1 breakup X-sec.

In many cases,  $1n$  removal X-sec.'s with  $^{12}\text{C}$  and  $^{208}\text{Pb}$  targets are measured.

e.g., T. Nakamura *et al.*, PRL**103**, 262501 (2009).



Then, the E1 cross section is extracted by  $\sigma(E1) = \sigma_{\text{Pb}}^{-1n} - \Gamma \sigma_{\text{C}}^{-1n}$ .

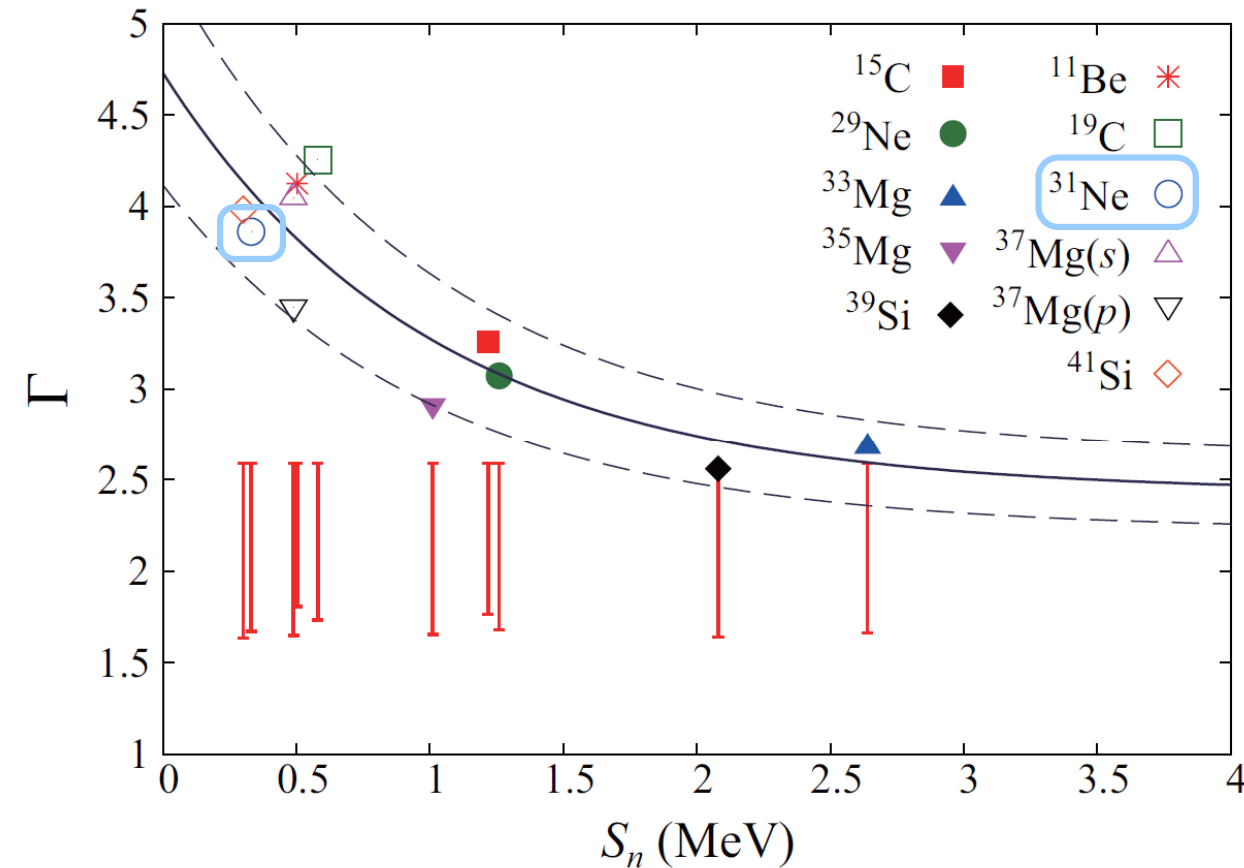
Question: 1) What is the **accuracy** of this formula? **95%** for  $1n$  halo nuclei

2) How do we determine **the scaling factor  $\Gamma$** ?

$$\text{with } \Gamma = \frac{\sigma_{\text{Pb}}^{-1n}(n)}{\sigma_{\text{C}}^{-1n}(n)}$$

# The scaling factor $\Gamma$

K. Yoshida, Fukui, Minomo, O, PTEP**2014**, 053D03 (2014).



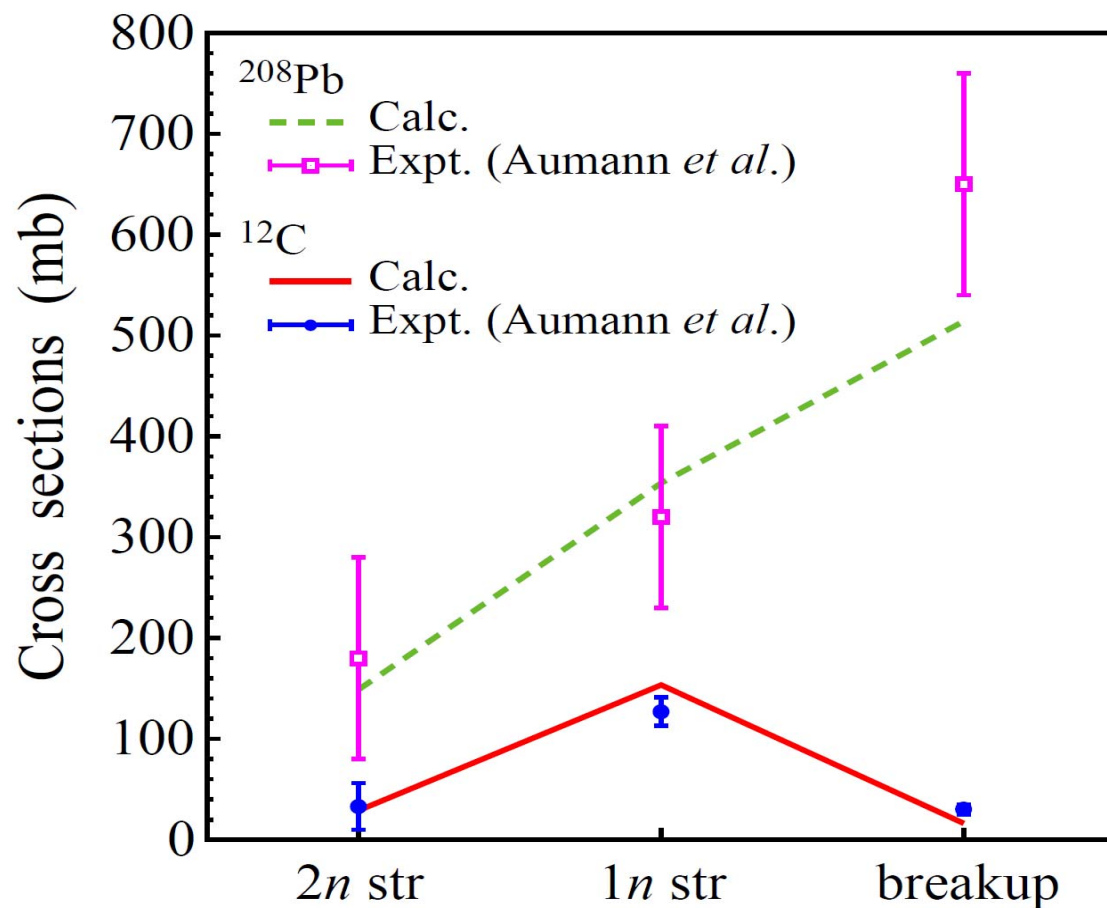
## Key points

- ✓  $\Gamma$  is **larger** than in the prev. study for very weak binding nuclei.
- ✓ For  $^{31}\text{Ne}$ , the E1 cross section may **decrease** by 13-20%.
- ✓  $\Gamma$  is well fitted by
 
$$(2.30 \pm 0.41)e^{-S_n} + (2.43 \pm 0.21)$$

**Red bars:** used in the previous study (Nakamura *et al.*)

$$\frac{A_{\text{Pb}}^{1/3} + A_{\text{pro}}^{1/3}}{A_{\text{C}}^{1/3} + A_{\text{pro}}^{1/3}} \leq \Gamma \leq \frac{A_{\text{Pb}}^{1/3}}{A_{\text{C}}^{1/3}}$$

# ${}^6\text{He}$ の1, 2中性子剥離(除去)反応への適用



調整パラメータなしで実験データと良く一致。

未知の2中性子ハロー核の分析へ!

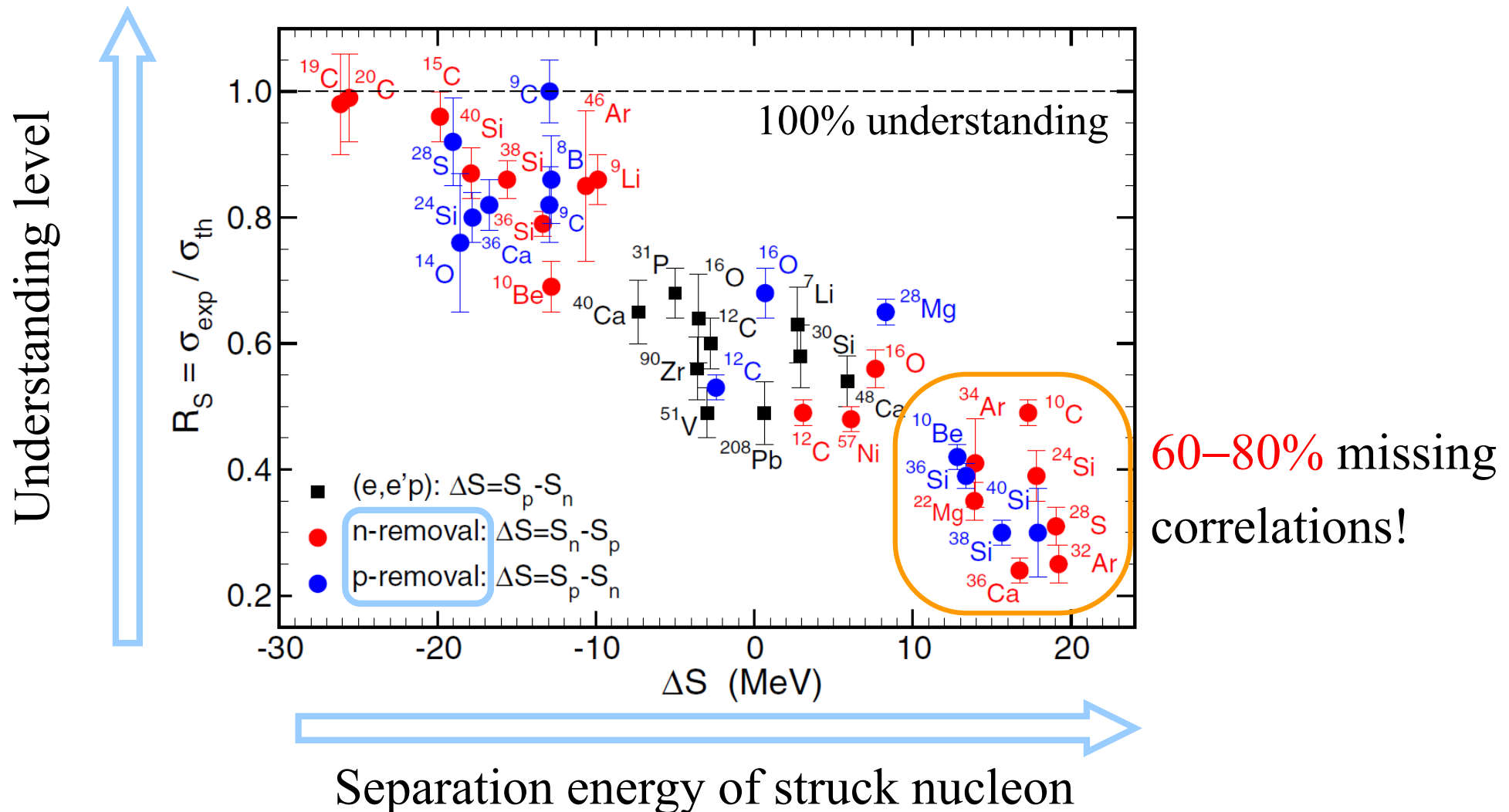
# アイコナール反応理論とその中性子 除去反応への応用のまとめ

- 価中性子の分布を抽出する手段として注目されている、**中性子除去反応**について学んだ。
- 離散化チャンネル結合法の枠組みに基づき、包括的反応を記述する新しい「**アイコナール反応理論(ERT)**」を提案した。
- ERTは  $^{31}\text{Ne}$  や  $^6\text{He}$  等の不安定核の中性子除去反応に適用され、成功を収めている。
- **強束縛系**からの核子の剥ぎ取りを記述するためには、**断熱近似**を捨てる必要あり。→ Gade plot の再検討

# Missing Correlations (the Gade plot)

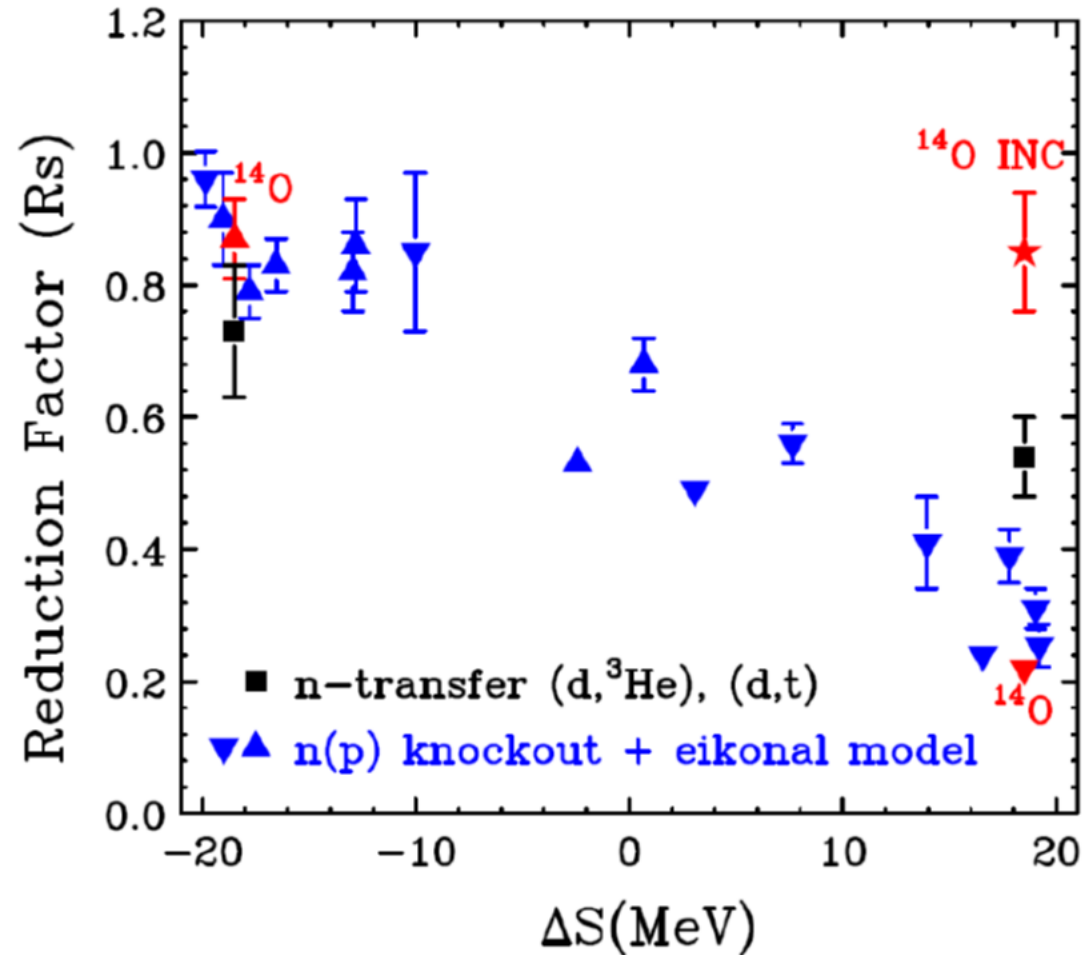
A. Gade *et al.*, PRC77, 044306 (2008) [updated in Tostevin and Gade, PRC90, 057602 (2014)].

**Reduction of spectroscopic strength: Weakly-bound and strongly-bound single-particle states studied using one-nucleon knockout reactions**

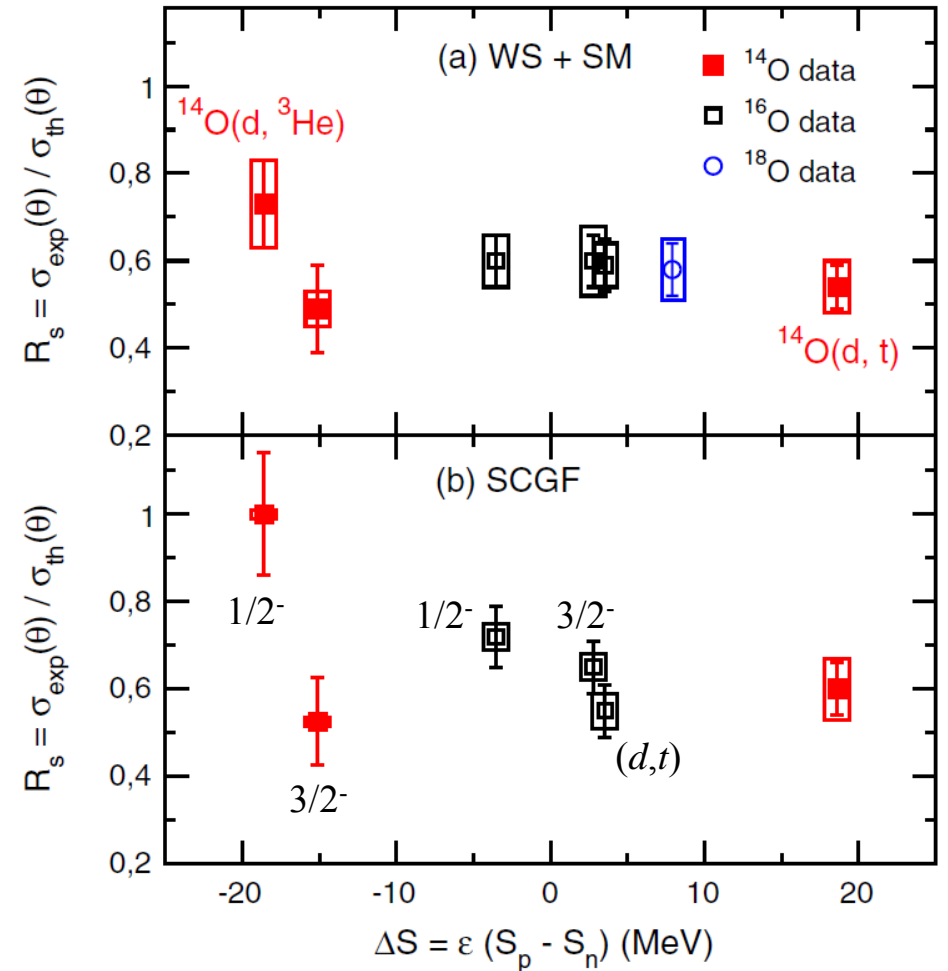


# Some counterarguments

J. Lee, private communication\*



F. Flavigny *et al.*, PRL110, 122503 (2013).

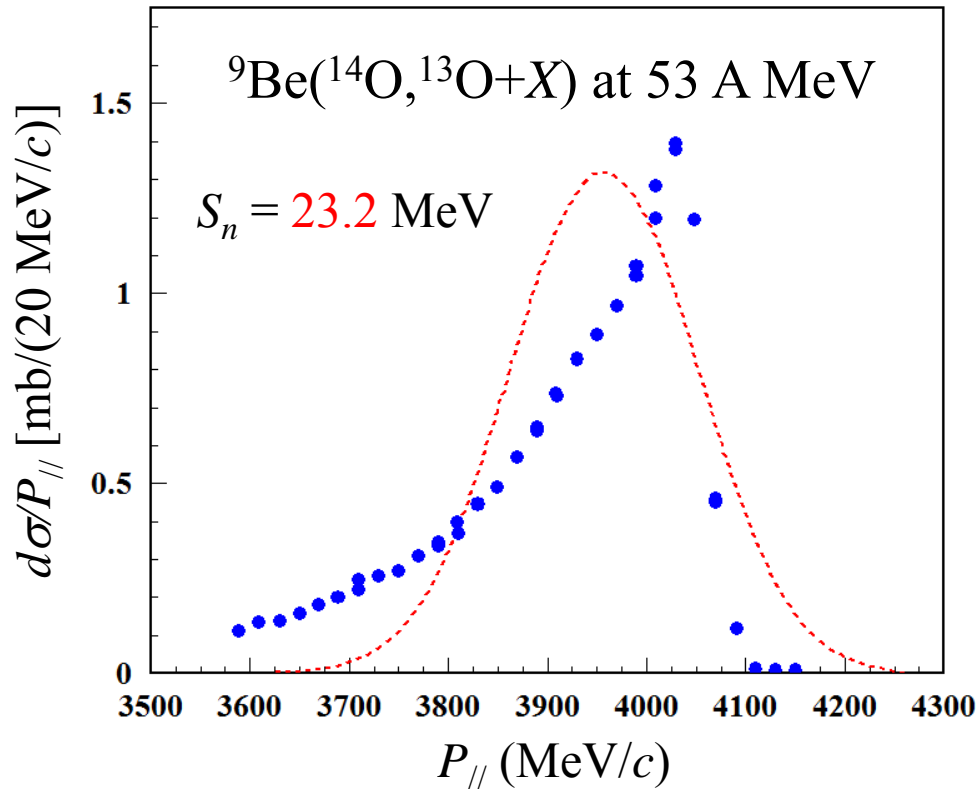


\*A compilation of A. Gade *et al.*, PRC77, 044306 (2008),  
 F. Flavigny *et al.*, PRL108, 252501 (2012), and  
 F. Flavigny *et al.*, PRL110, 122503 (2013).



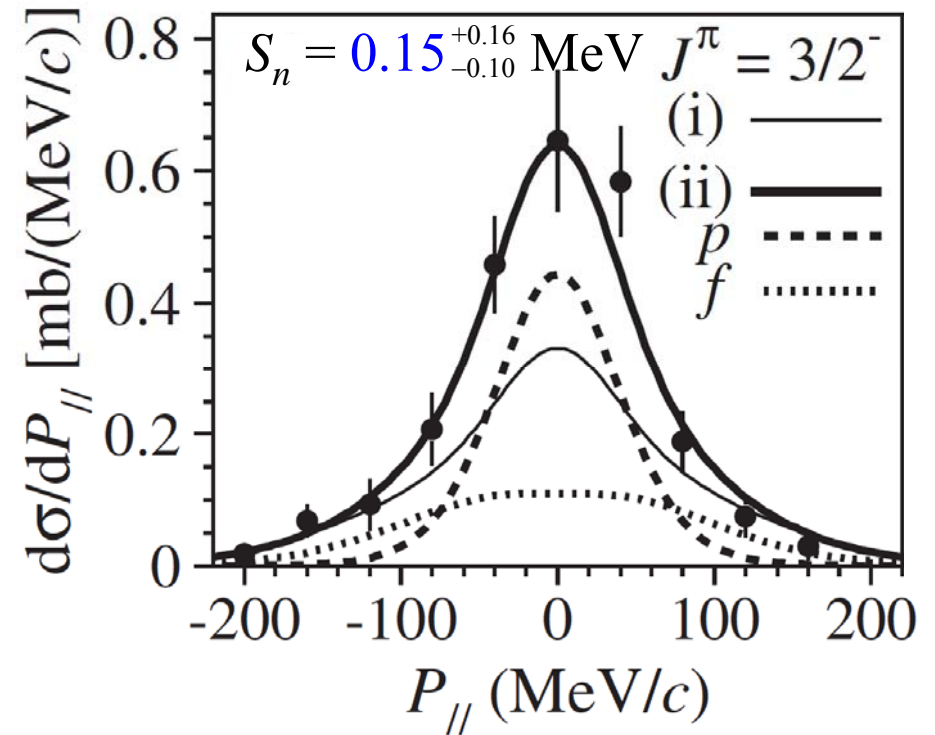
# Asymmetry in $P_{//}$ (PMD)

F. Flavigny *et al.*, PRL **108**, 252501 (2012).



${}^{12}\text{C}({}^{31}\text{Ne}, {}^{30}\text{Ne}+X)$  at 230 A MeV

T. Nakamura *et al.*, PRL **112**, 142501 (2014).

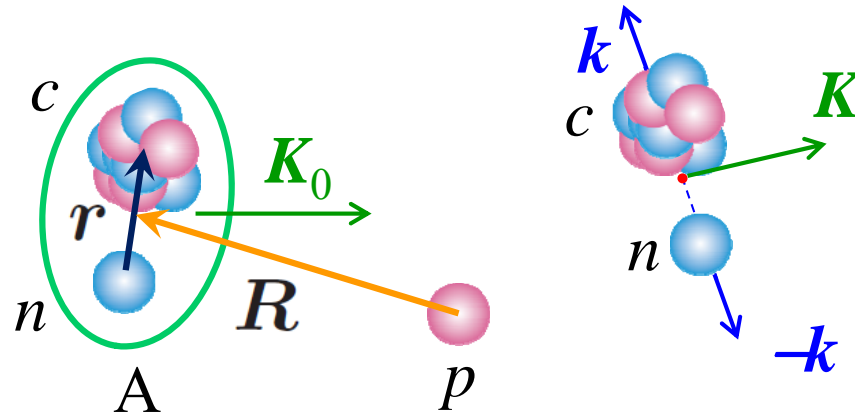


- ✓ The Glauber model is usually adopted that gives inevitably a **symmetric**  $P_{//}$  because of the **ADiabetic (sudden) approximation**.
- ✓ For non weak-binding nuclei,  $P_{//}$  is **asymmetric**, which is **not understood** well.

# Possible strategy

- It is still difficult to describe stripping processes **non-adiabatically**.
  - We **cannot discuss the Gade plot** directly.
    - cf. Transfer to continuum model by Bonaccorso and Brink, PRC **38**, 1776 (1988).
      - Revival of the Ichimura-Austern-Vincent model by J. Lei and Moro, PRC **92**, 044616 (2015).
- We focus on the **KO** processes with **a proton target** and aim at finding **the mechanism that generates the asymmetry in the PMD**, with clarifying why the Glauber model cannot explain it (for EB/diffraction process).
  - If the mechanism exists also in stripping processes, we may regard it as **a possible source of the strong quenching** of the reduction factor.
- We will use **DWIA**, which is “equivalent” (and can **be superior**) to CDCC in some cases.

# CDCC and DWIA



$$T_{\text{CDCC}} = \left\langle \varphi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \left| v_{pn} + U_{pc} \right| \sum_i \varphi_i(\mathbf{r}) \chi_i^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle$$



1. Weak coupling to the BU channels

$$\approx \left\langle \varphi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \left| v_{pn} + U_{pc} \right| \varphi_0(\mathbf{r}) \chi_{\text{DW}}^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle$$



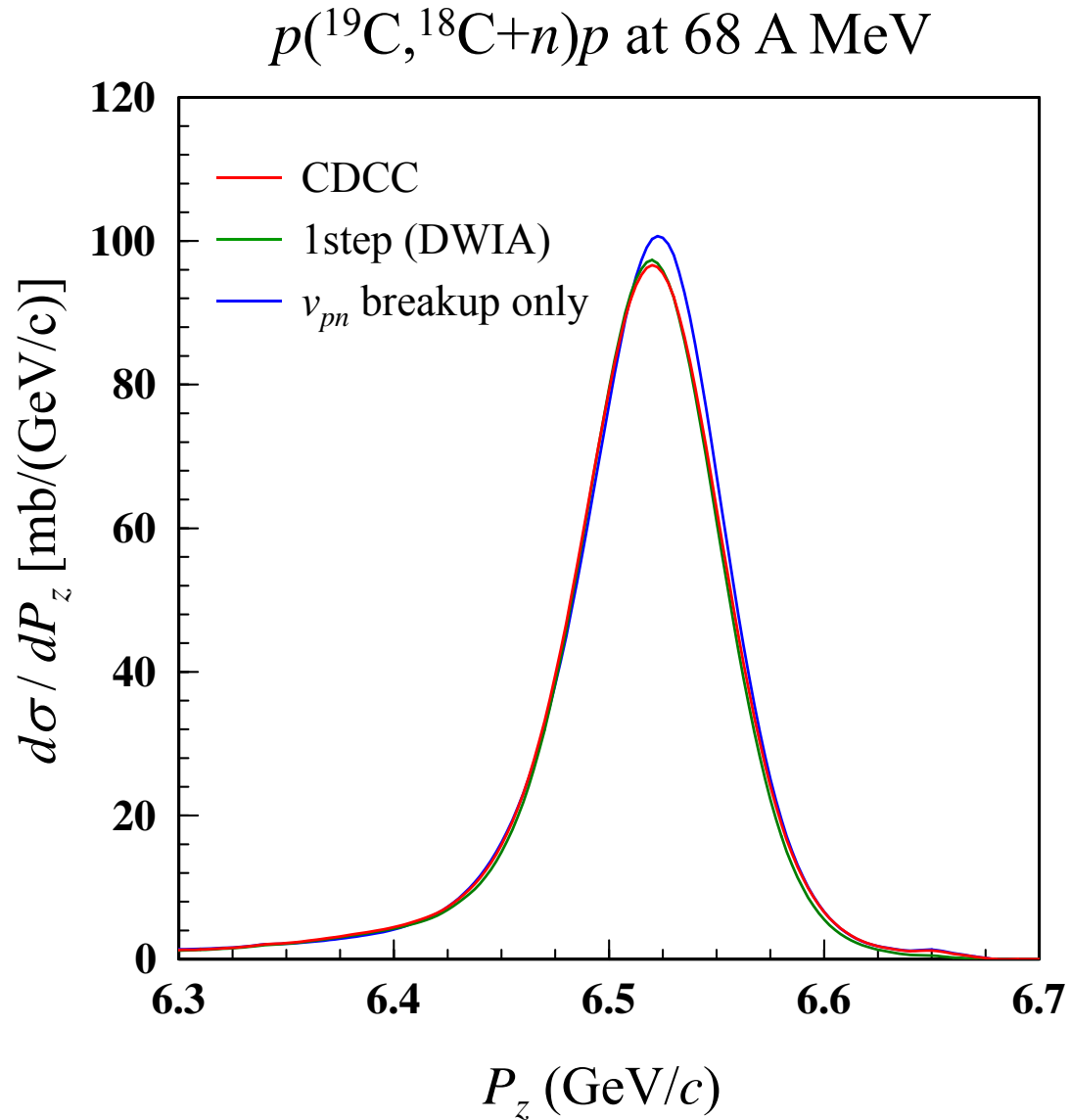
2. Only  $v_{pn}$  breaks up A.  $p$ -A elastic wave function

$$\approx \left\langle \chi_{nc,\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) \chi_{pc,\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{R}) \left| v_{pn} \right| \varphi_0(\mathbf{r}) \chi_{\text{DW}}^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle = T_{\text{DWIA}}$$

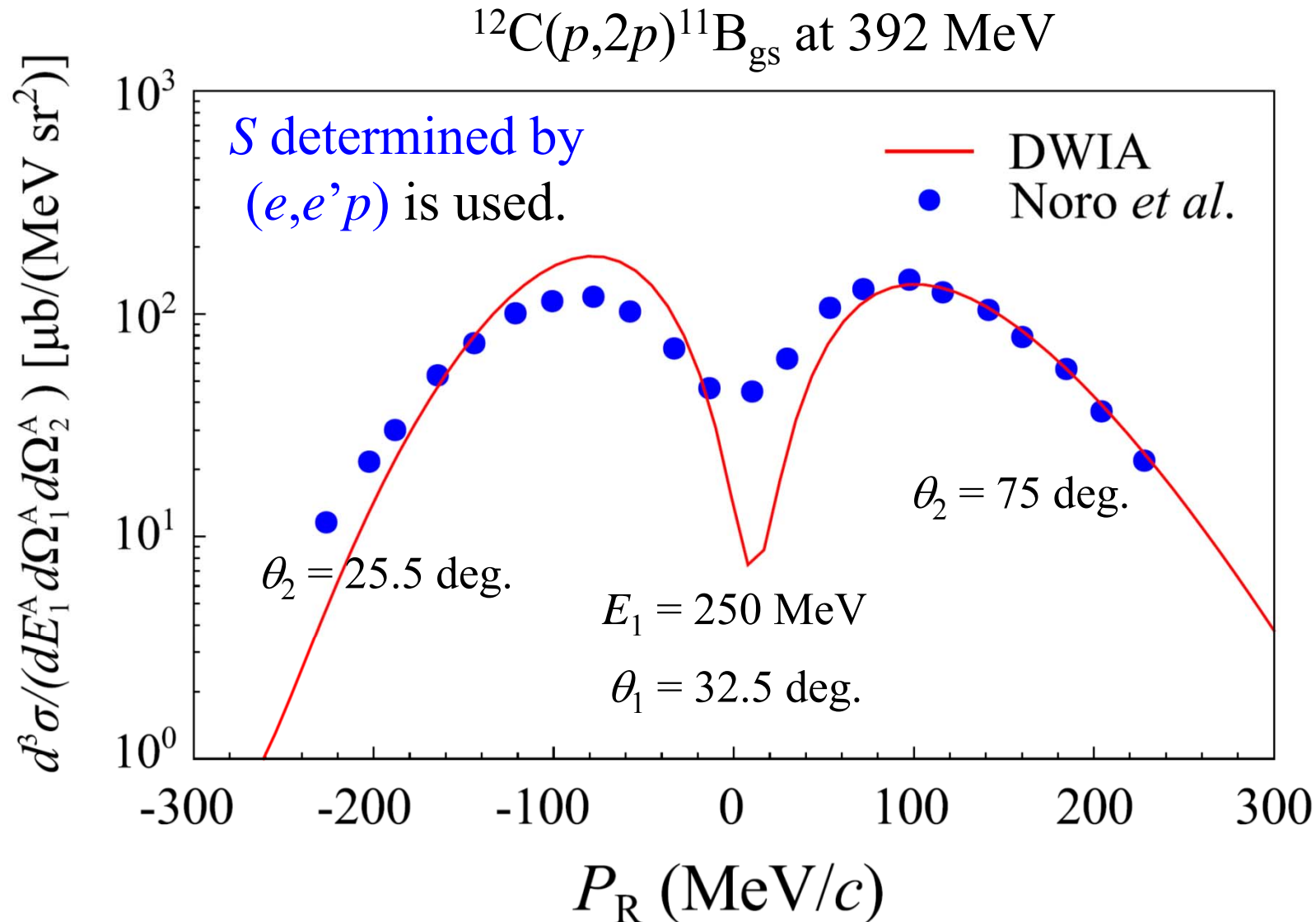
$n$ -c DW (w/  $E$ -dep. complex pot. and/or large  $l$ )

# DWIA vs. CDCC

KO, Matsumoto, Yahiro, in preparation.



# Comparison with data for stable target



Exp. data: T. Noro, private communication (2014).

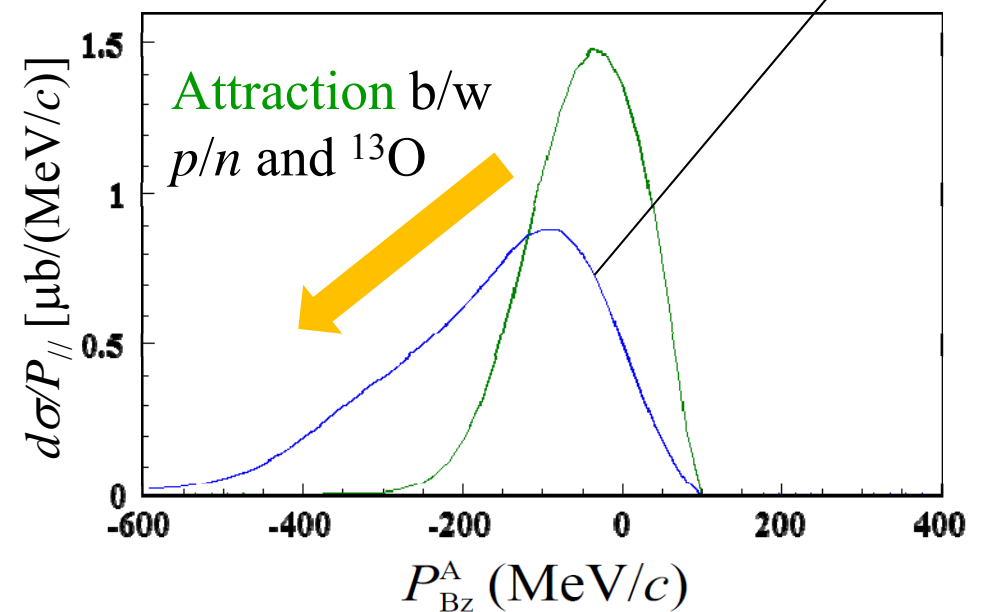
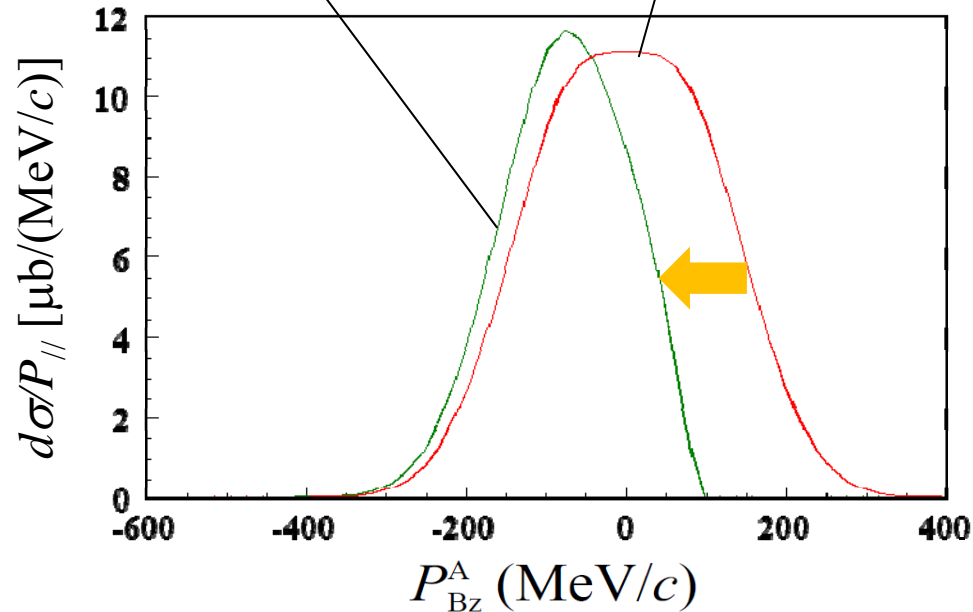
# Asymmetry in the PMD of $^{14}\text{O}(p,pn)^{13}\text{O}$

KO, Yoshida, Minomo, PRC **92**, 034616 (2015).

Energy-momentum  
conservation

Glauber-like

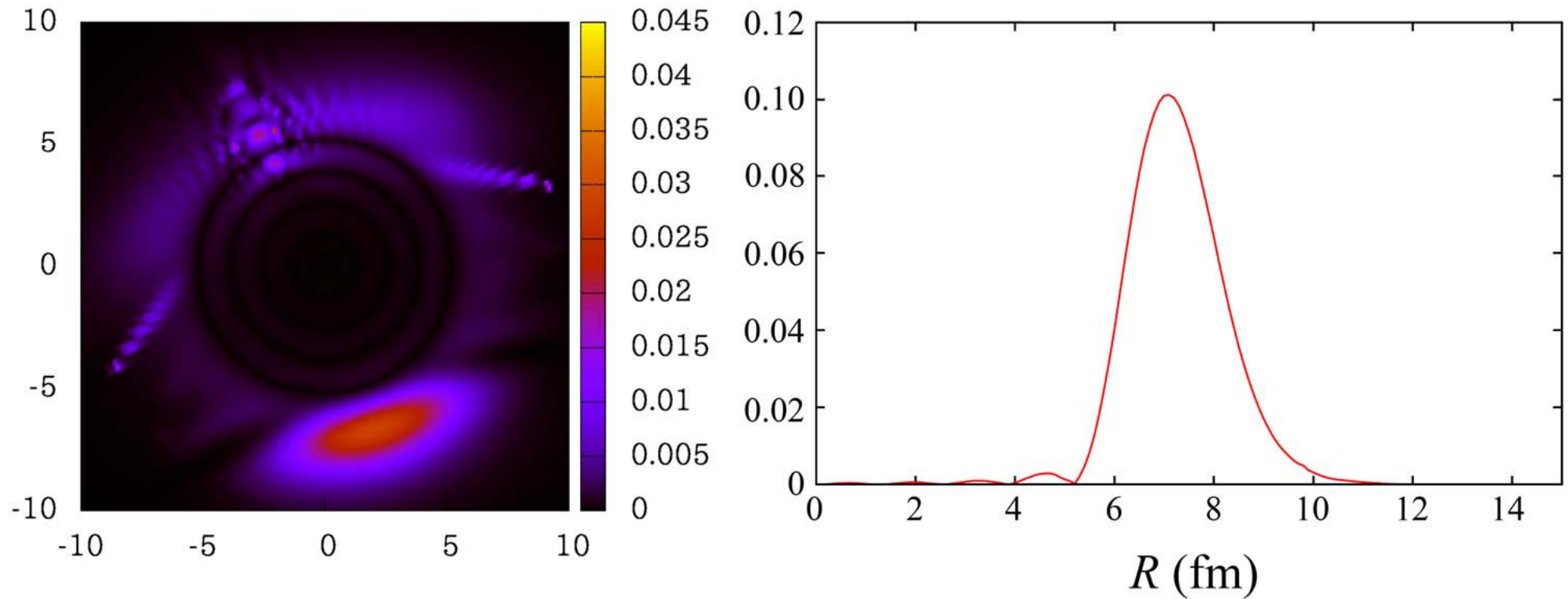
This work



- ✓ The **Glauber-like** calc. overshoots both the **integrated X-sec.** and the **peak height**, possibly resulting in **overestimation of the missing correlation**.
- ✓ PV and distortion effects exist also in nucleon removal processes with a nucleus target, and will affect the reduction factor.
- ✓ Studies on the reduction factor **with a proton target are going on** (collaboration with Uesaka-san's group).

## Contribution to the $(p,p\alpha)$ cross section

$$T = \int d\mathbf{R} \chi_0(\mathbf{R}) \chi_1^*(\mathbf{R}) \chi_2^*(\mathbf{R}) \varphi(\mathbf{R}) \sqrt{\frac{d\sigma_{p\alpha}}{d\Omega_{p\alpha}}(\theta_{p\alpha}, E_{p\alpha}; \mathbf{R})}$$



*Courtesy of K. Yoshida (RCNP)*

# ${}^6\text{He}(p,pn)$

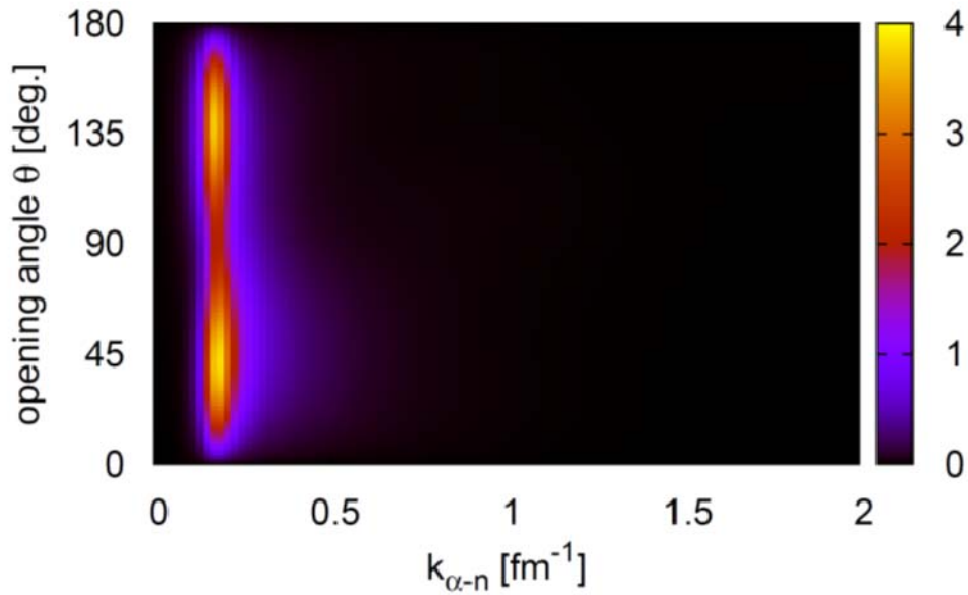


FIG. 5. (Color online) Two-dimensional momentum distribution of the emitted neutrons in the knockout reaction.

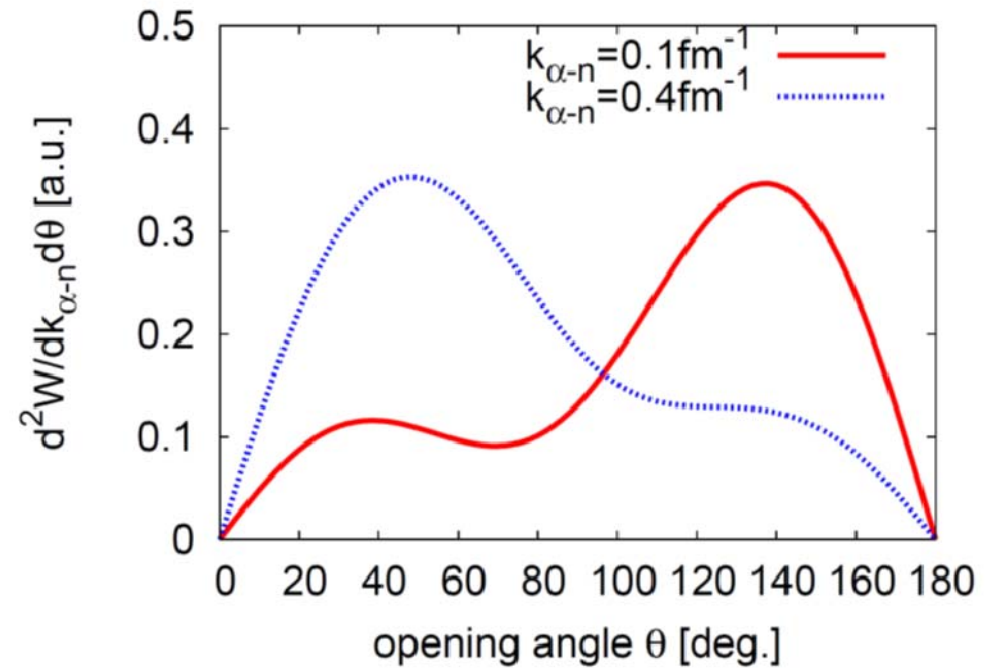


FIG. 7. (Color online) Momentum distributions of the emitted neutrons in the knockout reaction with fixed  $k_{\alpha-n}$ . The red (solid) and blue (dotted) lines represent the distributions for  $k_{\alpha-n} = 0.1$  and  $0.4 \text{ fm}^{-1}$ , respectively.



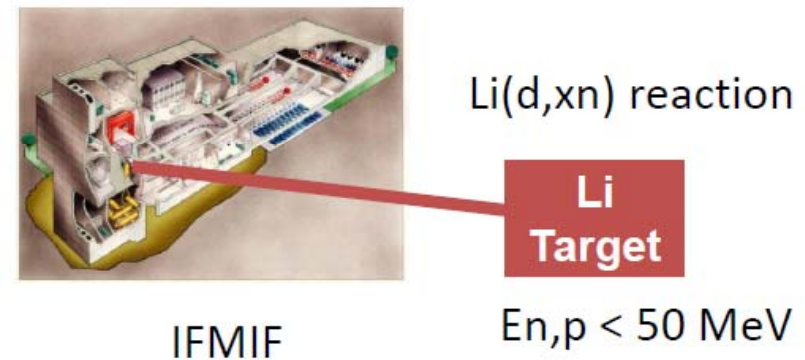
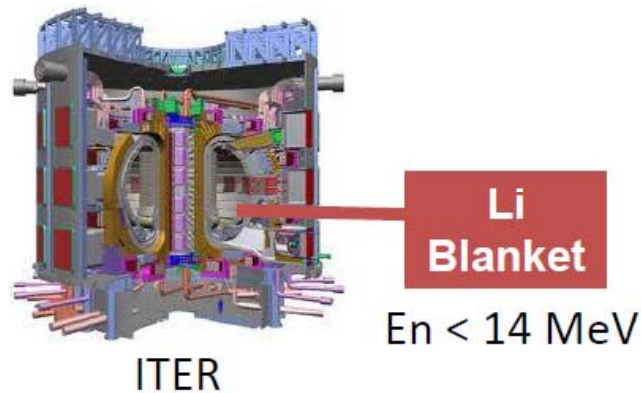
## 7. CDCCCを用いた核データ研究

# 7-1. $n(p)+{}^7\text{Li}$ による $t$ 生成率

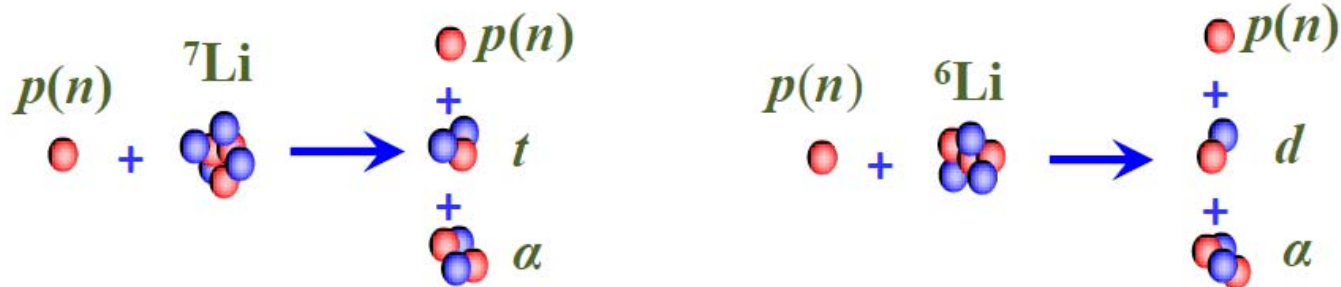
スライド提供: 渡辺幸信氏(九大総理工)

# CDCC: Nucleon-induced reactions on Li

- Lithium is an important element relevant to not only a tritium breeding material in DT fusion reactors but also a candidate for target material in the intense neutron source of IFMIF. The accurate nuclear data of nucleon induced reactions on  ${}^6,7\text{Li}$  are currently required for incident energies up to 150 MeV.

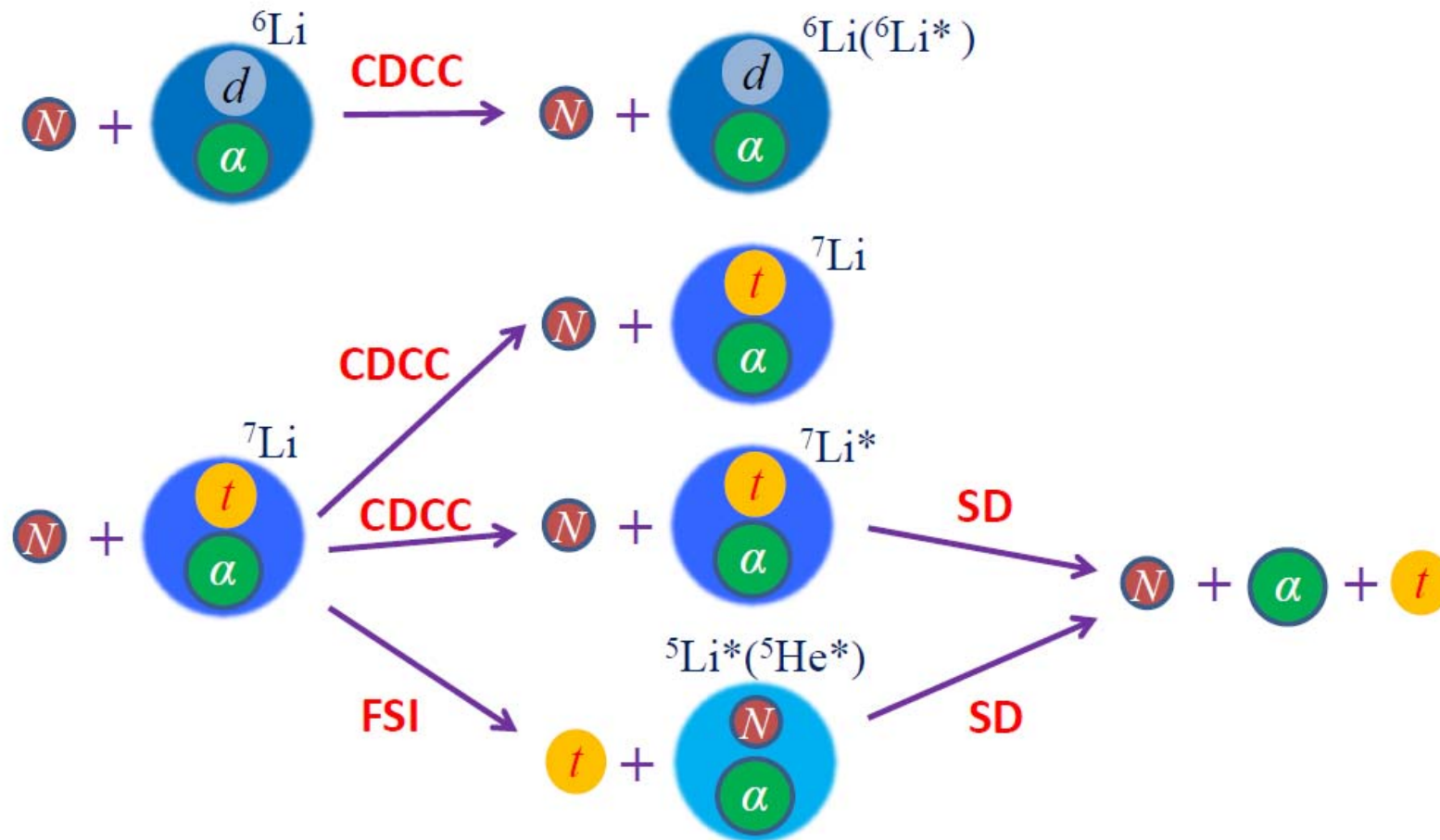


- ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  can easily break up, which is an important process and can influence all the other reaction channels significantly.

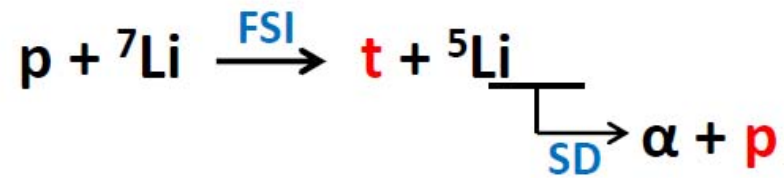
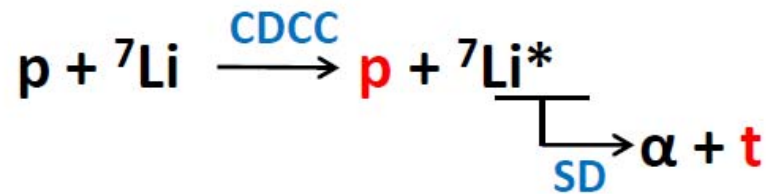


# Calculation models used in our analysis

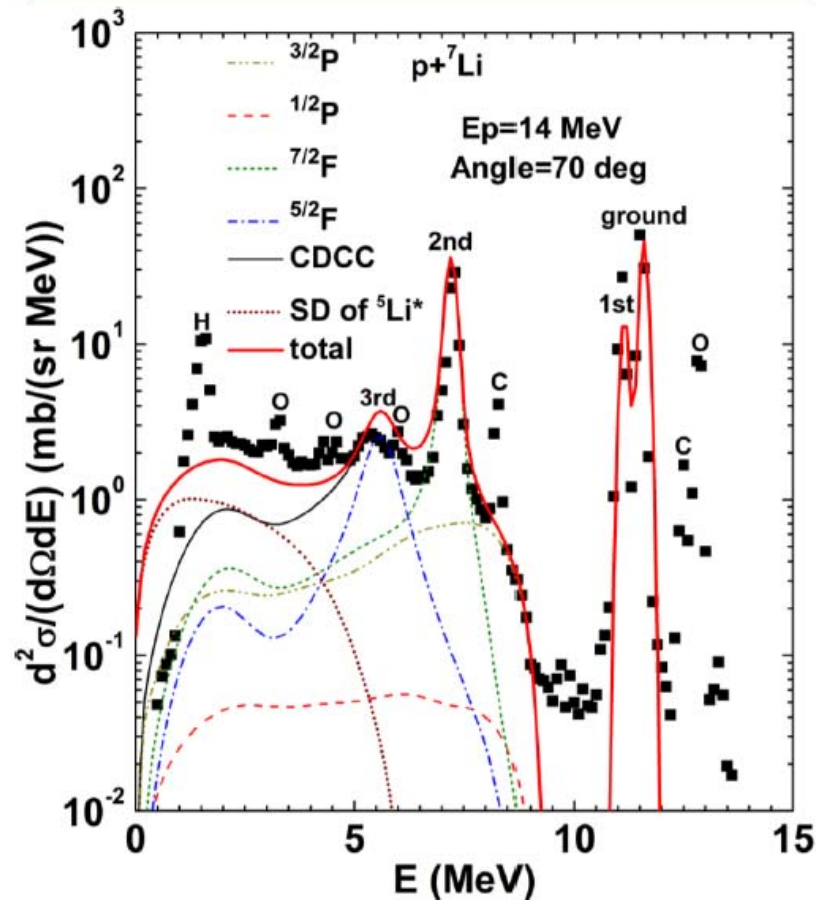
1. CDCC Method (3-body)
2. Final State Interaction Model (FSI)
3. Sequential Decay Model (SD)



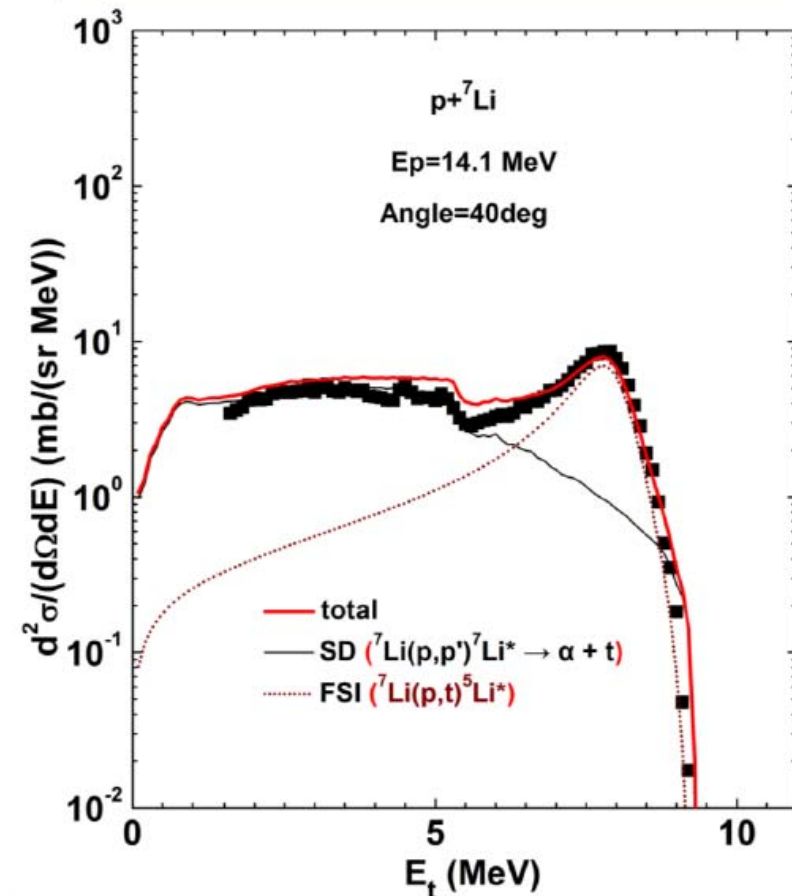
# Double-differential cross sections (DDXs)



Proton production DDX for  $p+{}^7\text{Li}$



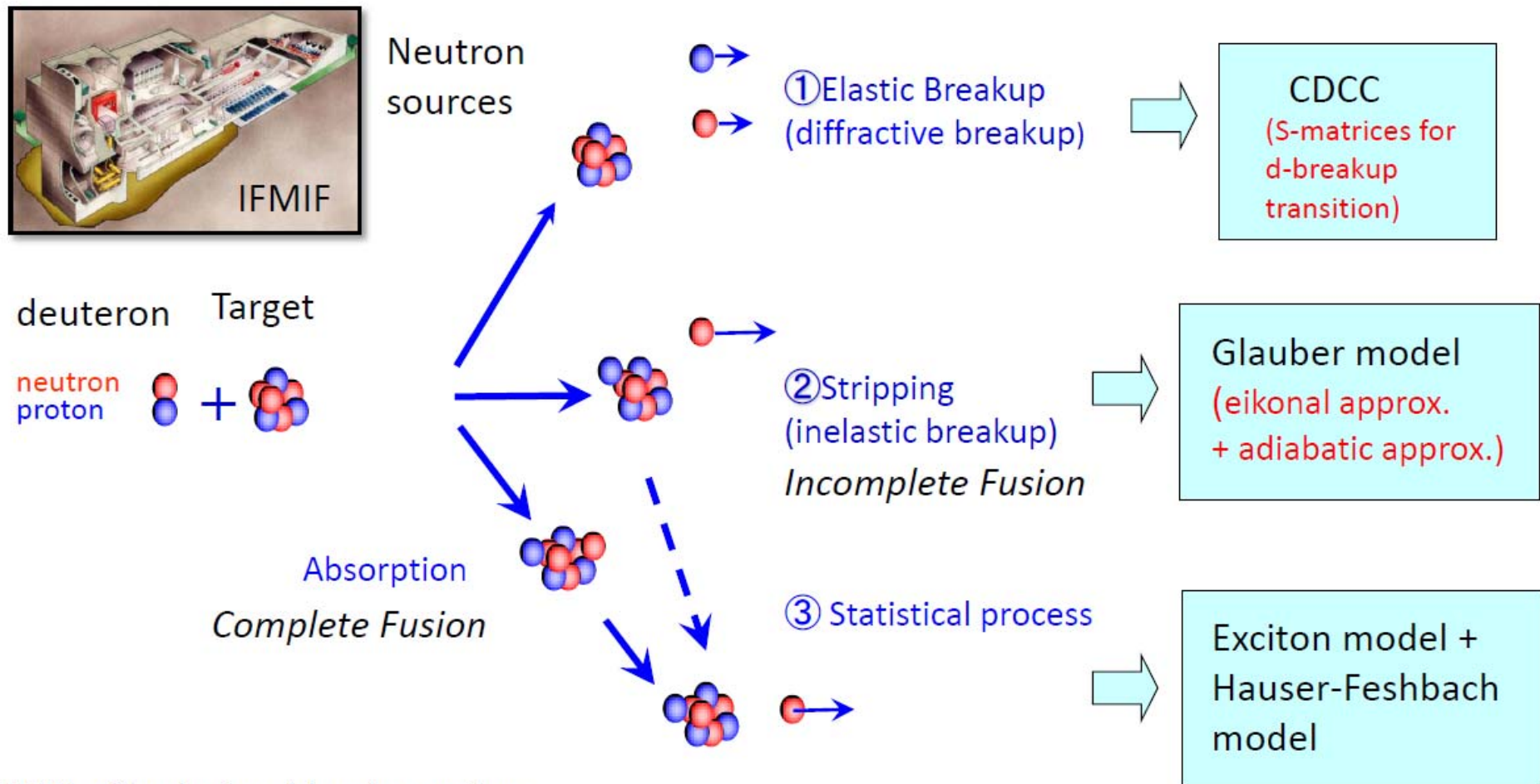
Triton production DDX for  $p+{}^7\text{Li}$



## 7-2. 中性子源としてのLi(d,nx)反応

スライド提供: 渡辺幸信氏(九大総理工)

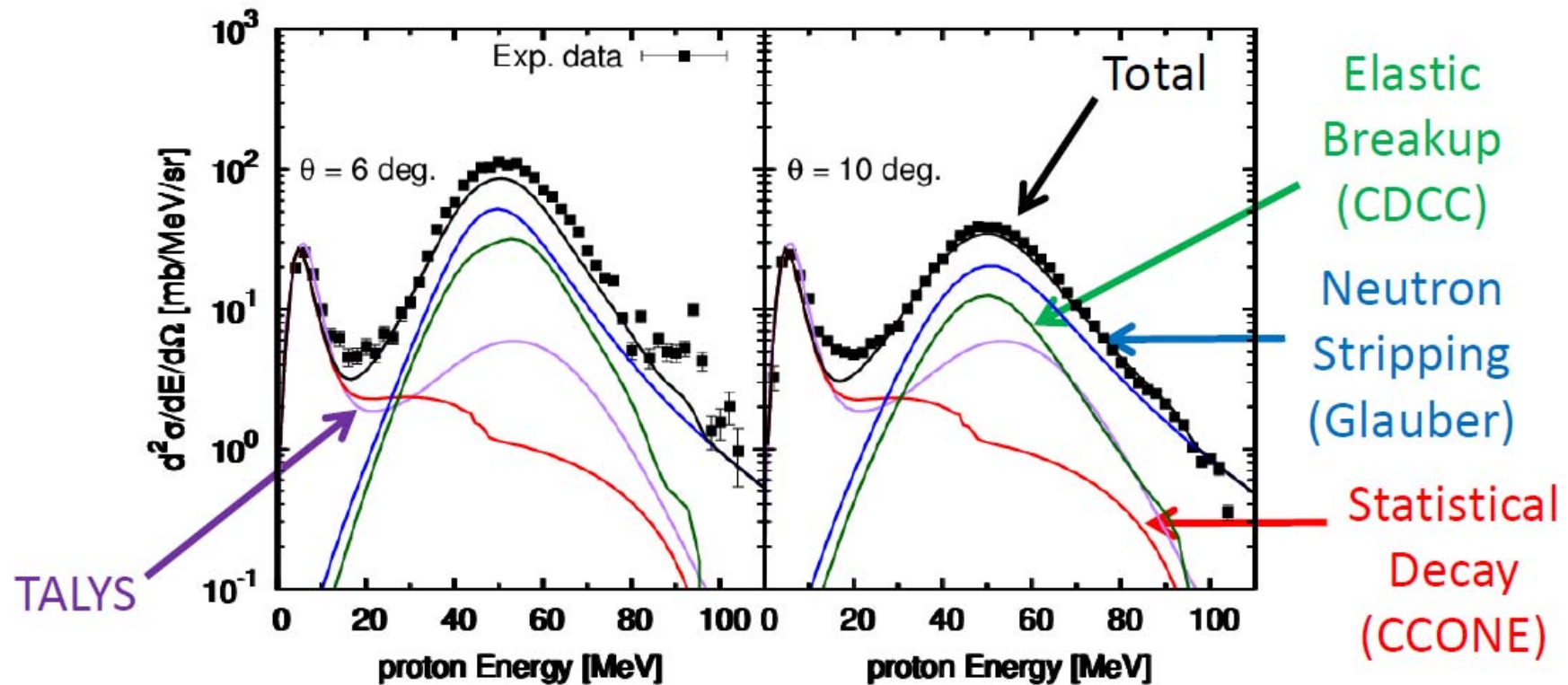
# CDCC: Deuteron-induced reactions



DDX of inclusive (d,xn) reaction:

$$\frac{d^2 \sigma^{(d,xn)}}{dE_n^L d\Omega_n^L} = \left. \frac{d^2 \sigma_{EB}}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{CDCC} + \left. \frac{d^2 \sigma_{STR}^p}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{Glauber} + \left. \frac{d^2 \sigma_{EP}}{dE_n^L d\Omega_n^L} \right|_{SD}$$

# DDXs for $^{58}\text{Ni}$ (d,xp) at 100 MeV



$^{58}\text{Ni}(d,xp)@100 \text{ MeV}$

The summation of three components reproduces both the shape and magnitude of the experimental (d, xp) spectra better than TALYS calculation.



## 7-3. 核変換プロジェクトの紹介

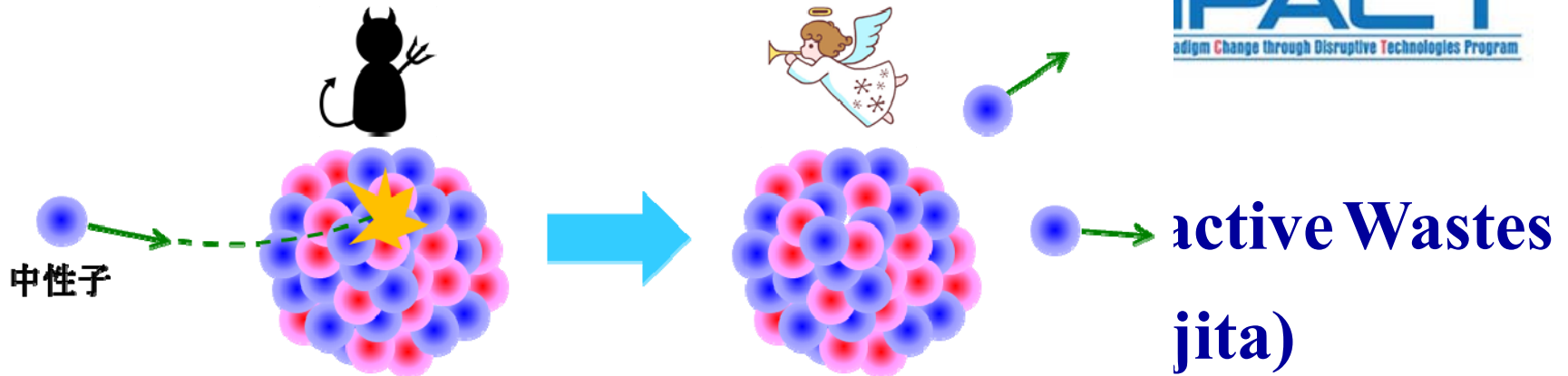
# Nuclear Transmutation studies

*Impulsing Paradigm Change through Disruptive Technologies Program*

- Launched FY2014 and 12 programs approved.
- will end
- Keyword

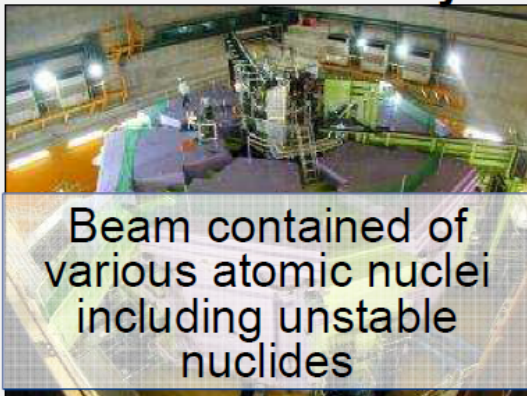


Reduction at  
with

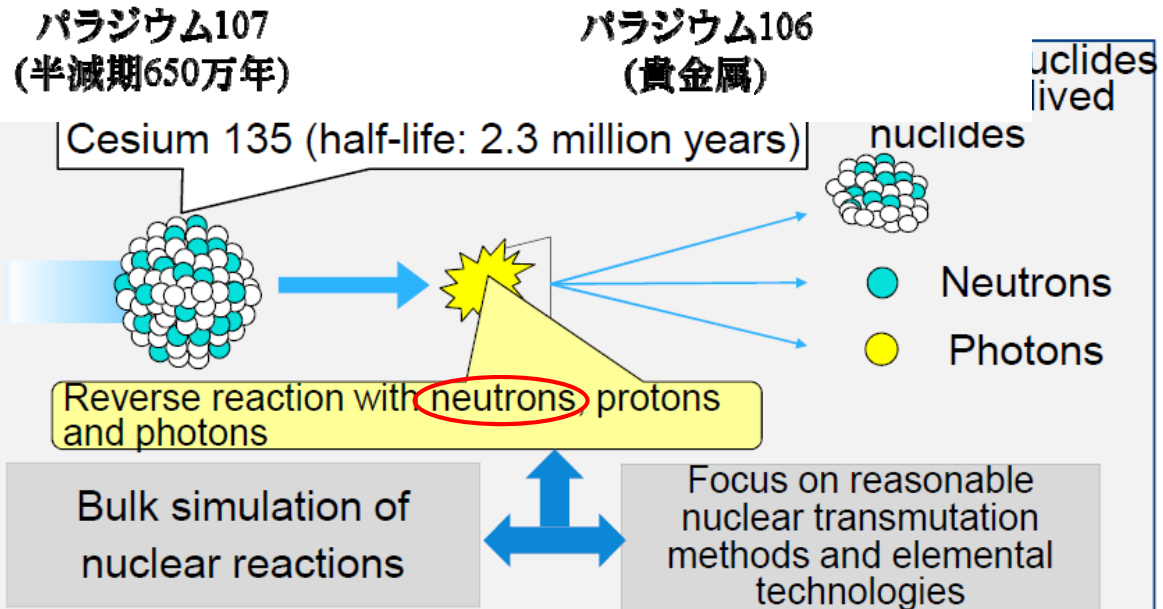


## Key Points

### RI Beam Factory



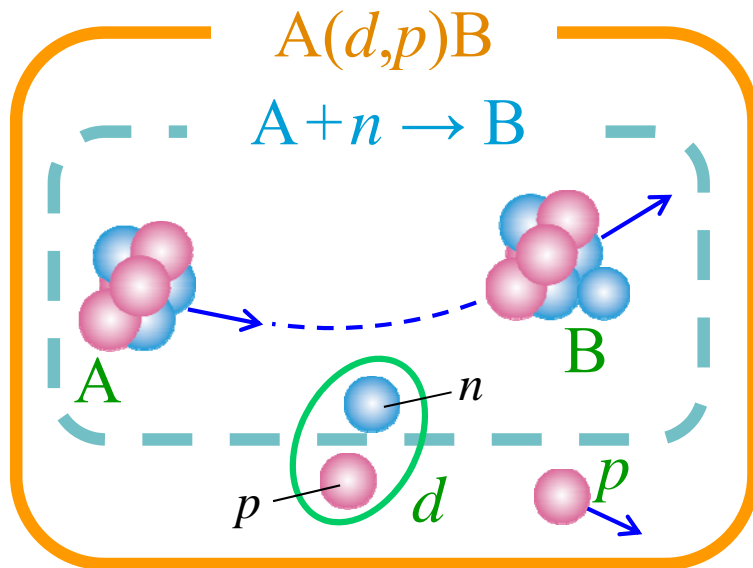
Beam contained of various atomic nuclei including unstable nuclides



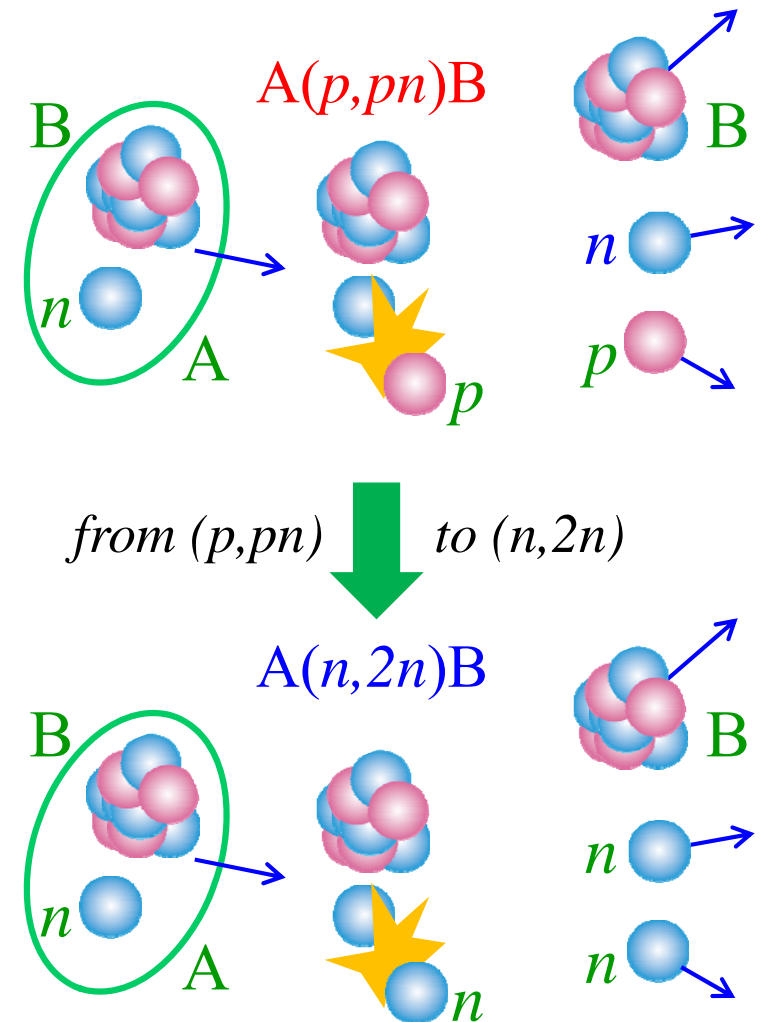
# Extraction genuine data w/ MERT

## Microscopic Effective Reaction Theory

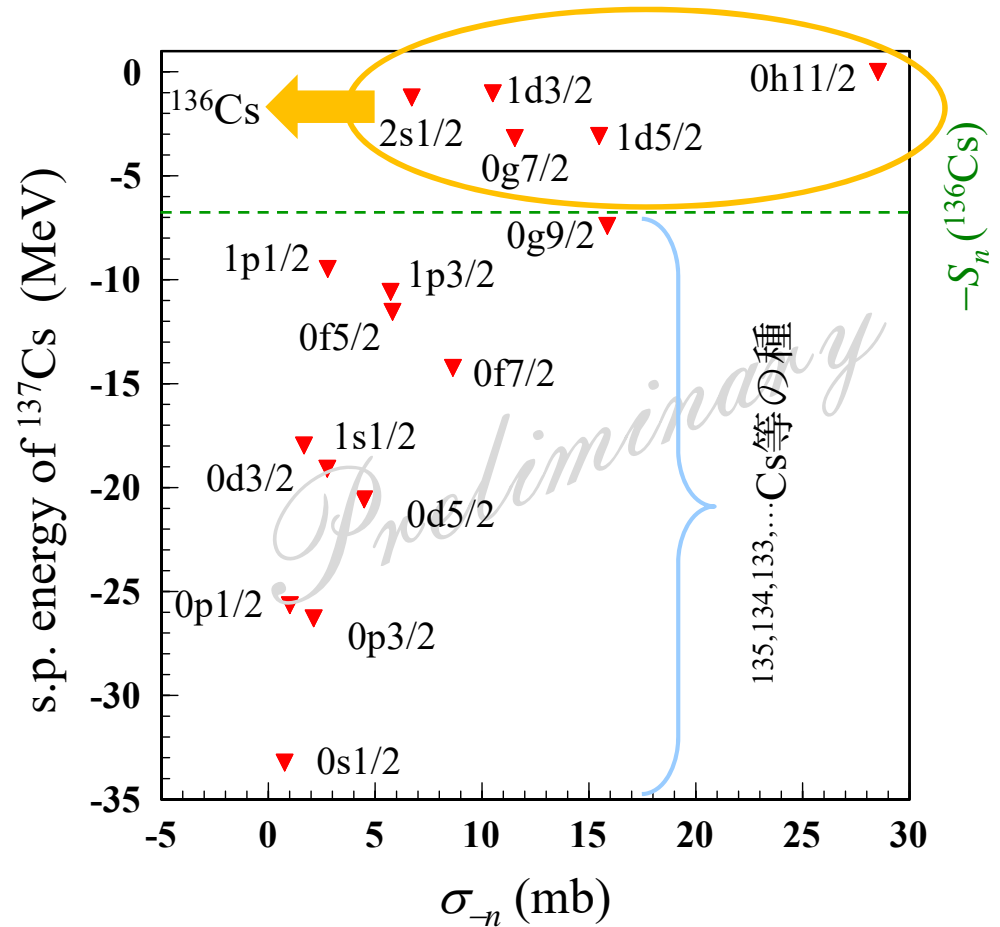
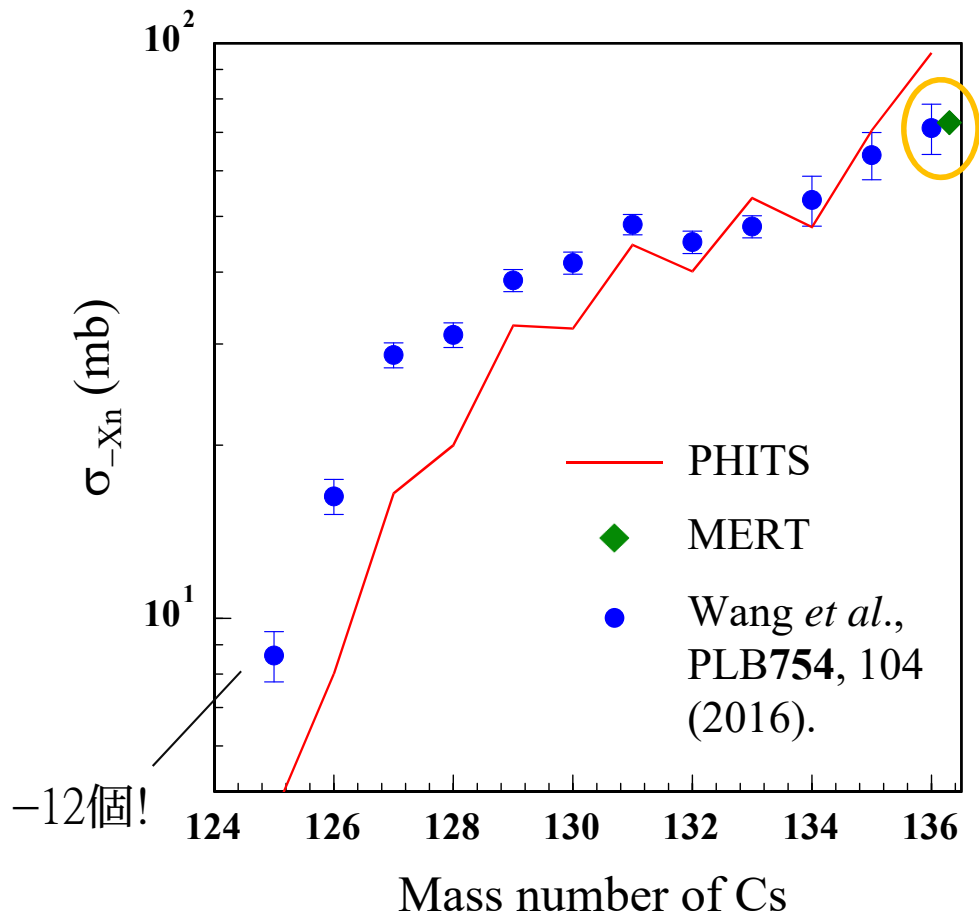
- **Model space** is determined by analysis of **alternative reaction data**.
- Structural information is given by Tsukuba group (or others).
- MERT generates the **objective reaction data**.



from *neutron pickup*  
to *neutron capture*



# $^{137}\text{Cs}(p, \text{Nn})$ 反応解析の現状



- 直接過程で描けると期待される  $^{136}\text{Cs}$  の生成断面積を再現 (PHITS の改良)
- その他の Cs 生成断面積は、直接過程の結果 (種) を崩壊モデルに接続
  - JAEA のグループや渡辺氏 (九大総理工) との議論を開始
  - 多段階過程の結果も種に追加する必要あり (残留核の励起エネルギー分布が鍵)

# CDCCを用いた核データ研究のまとめ

- 模型空間の中で**正確かつ実効的**に反応計算を行うというCDCCの思想は、**周辺領域の研究開拓**に適している。
- CDCCはこれまで多くの核データ研究に適用され、成功を収めている。
- 核データ研究は、**定量的反応論が活躍**できる重要な(そして**シビアな**)舞台である。

おわりに

# この講義で伝えたかったこと

- 模型空間の中での反応論(反応計算)という考え方の価値。
- 多くの批判に耐えて抜いたCDCCの歴史とその柔軟性。
- ※離散化ではなく  $l$  の制限がCDCCの本質。
- 素粒子物理学と原子核物理学の架け橋としての微視的反應論。
- 適切な自由度を取り入れた定量的反應解析の重要性( $S_{17}$ の話)。
- 星が輝く仕組みの解明に関われる素晴らしさ(天との架け橋)。
- 核データ研究(社会との架け橋)に参画する重要性。