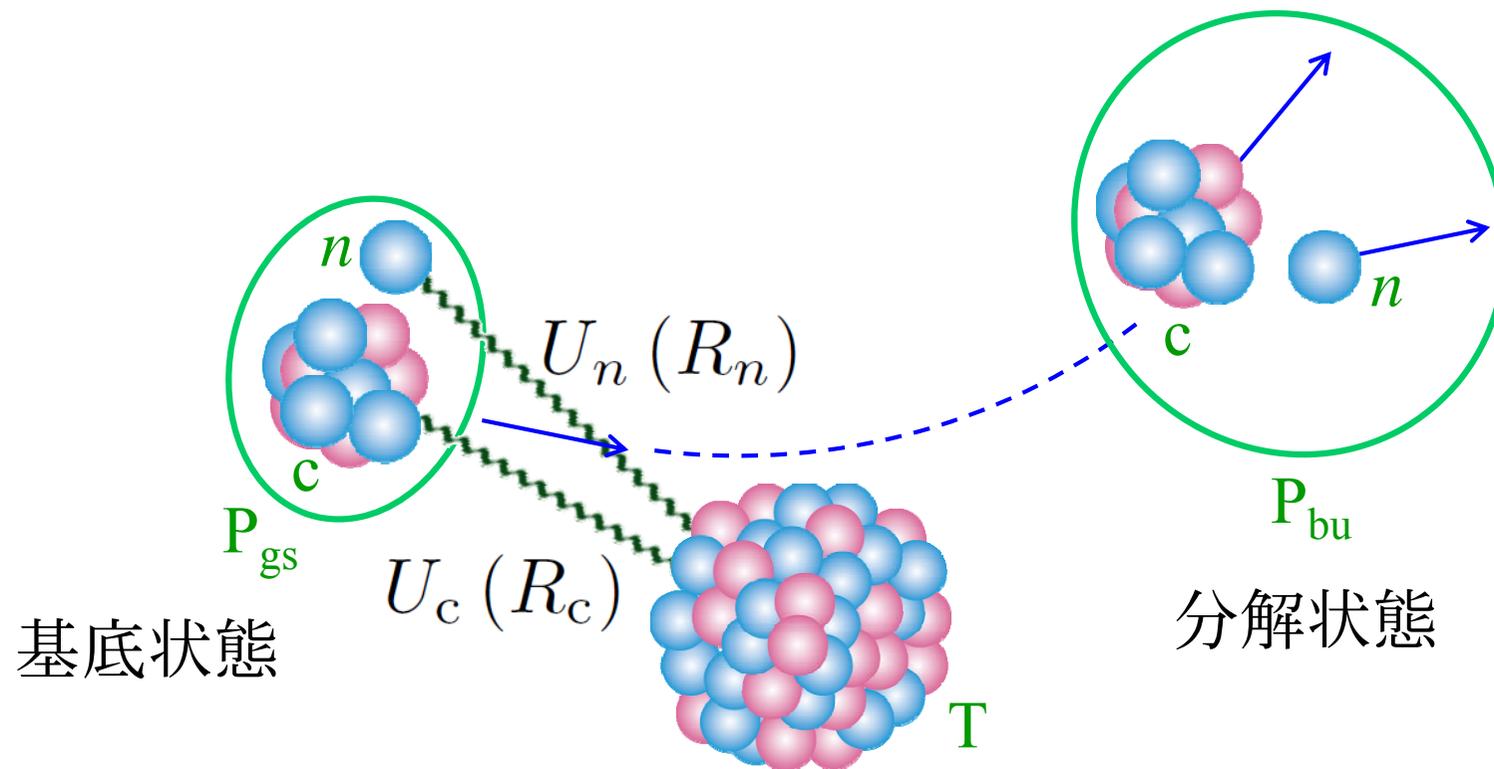


2b. 離散化の方法と物理量の平滑化

分解反応を記述するひとつの(適切な)モデル



- 分解チャネルはいくつ必要か?
- 分解チャネルをどのように用意するか?
- 一体ポテンシャルはどのようにして与えるか?

連続状態の離散化の方法I (average法)

散乱波動関数を波数幅 Δk にわたって積分する。自由波の場合は

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) &\equiv \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \varphi_l^{\text{free}}(k, r) dk = \int_{k_i}^{k_i+\Delta k} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) dk \\ &= \frac{-1}{r} \left(\cos\left[\left(k_i + \Delta k\right)r - \frac{l\pi}{2}\right] - \cos\left[k_i r - \frac{l\pi}{2}\right] \right)\end{aligned}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

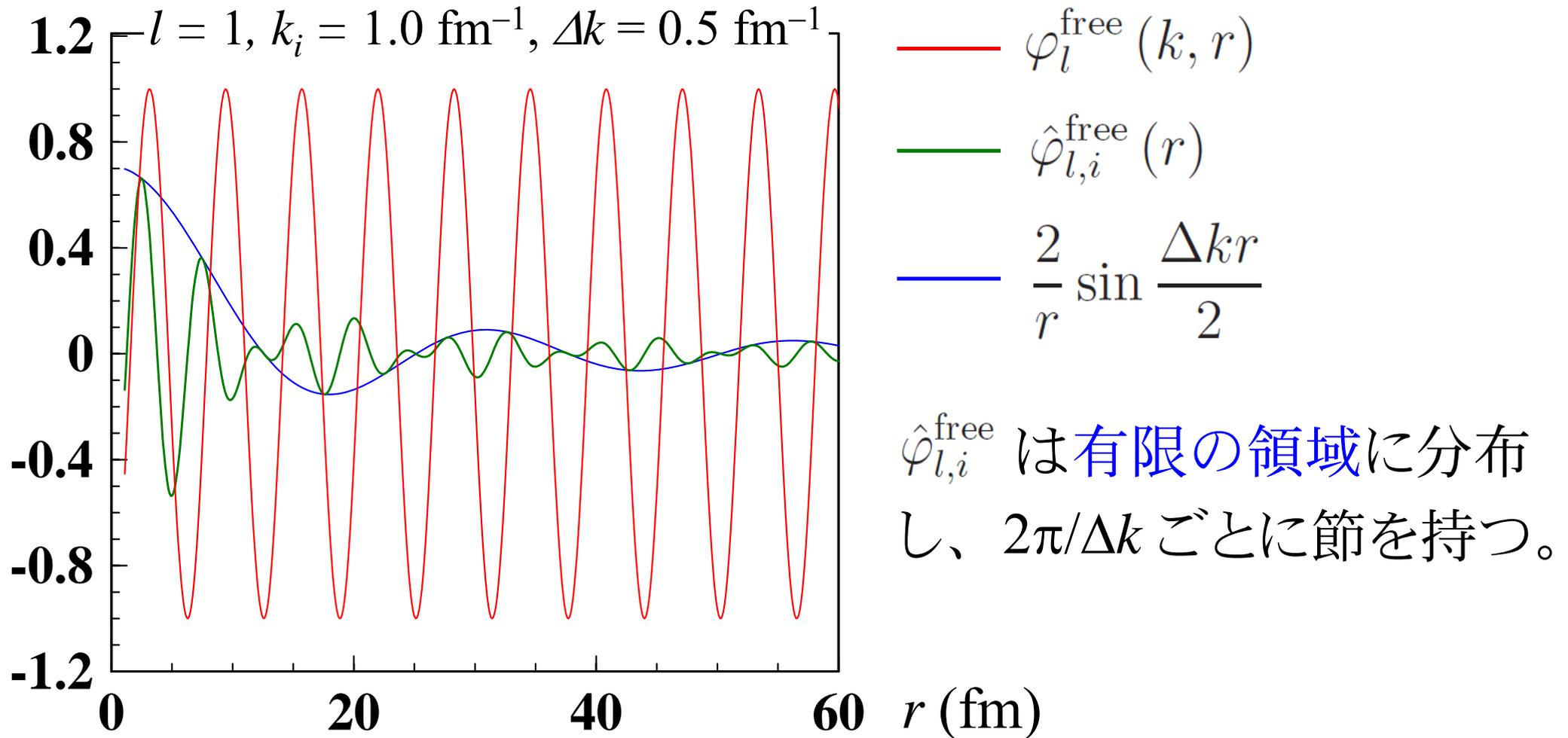
減衰因子

付加的な振動因子

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \frac{2}{r} \sin\left(\left[k_i + \frac{\Delta k}{2}\right]r - \frac{l\pi}{2}\right) \sin \frac{\Delta k r}{2}$$

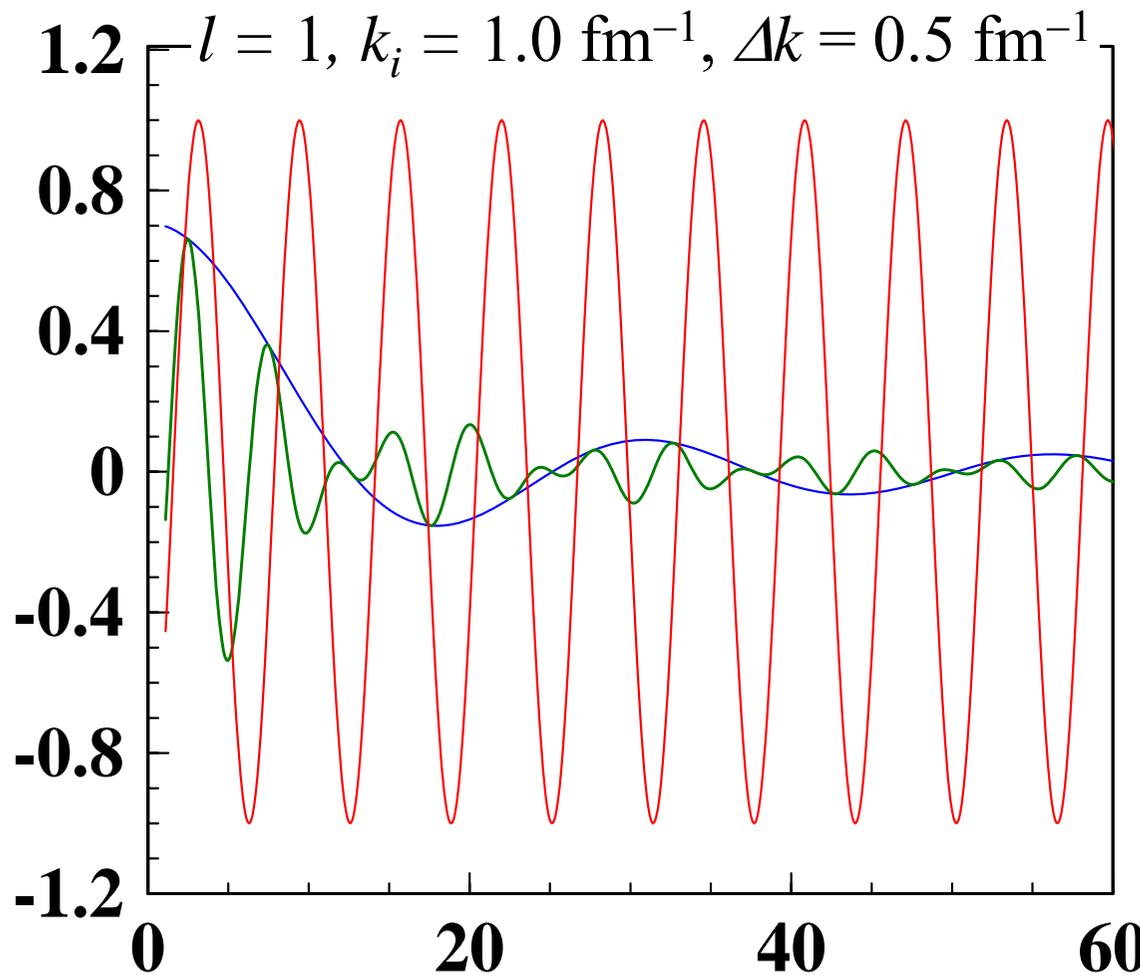
離散化された連続状態のふるまい

$$\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r) = \sin \left(\left[k_i + \frac{\Delta k}{2} \right] r - \frac{l\pi}{2} \right) \frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$$



連続状態の離散化の方法II (midpoint法)

$k = k_i + \Delta k/2$ における散乱波動関数をそのまま採用する。



— $\varphi_l^{\text{free}}(k, r)$

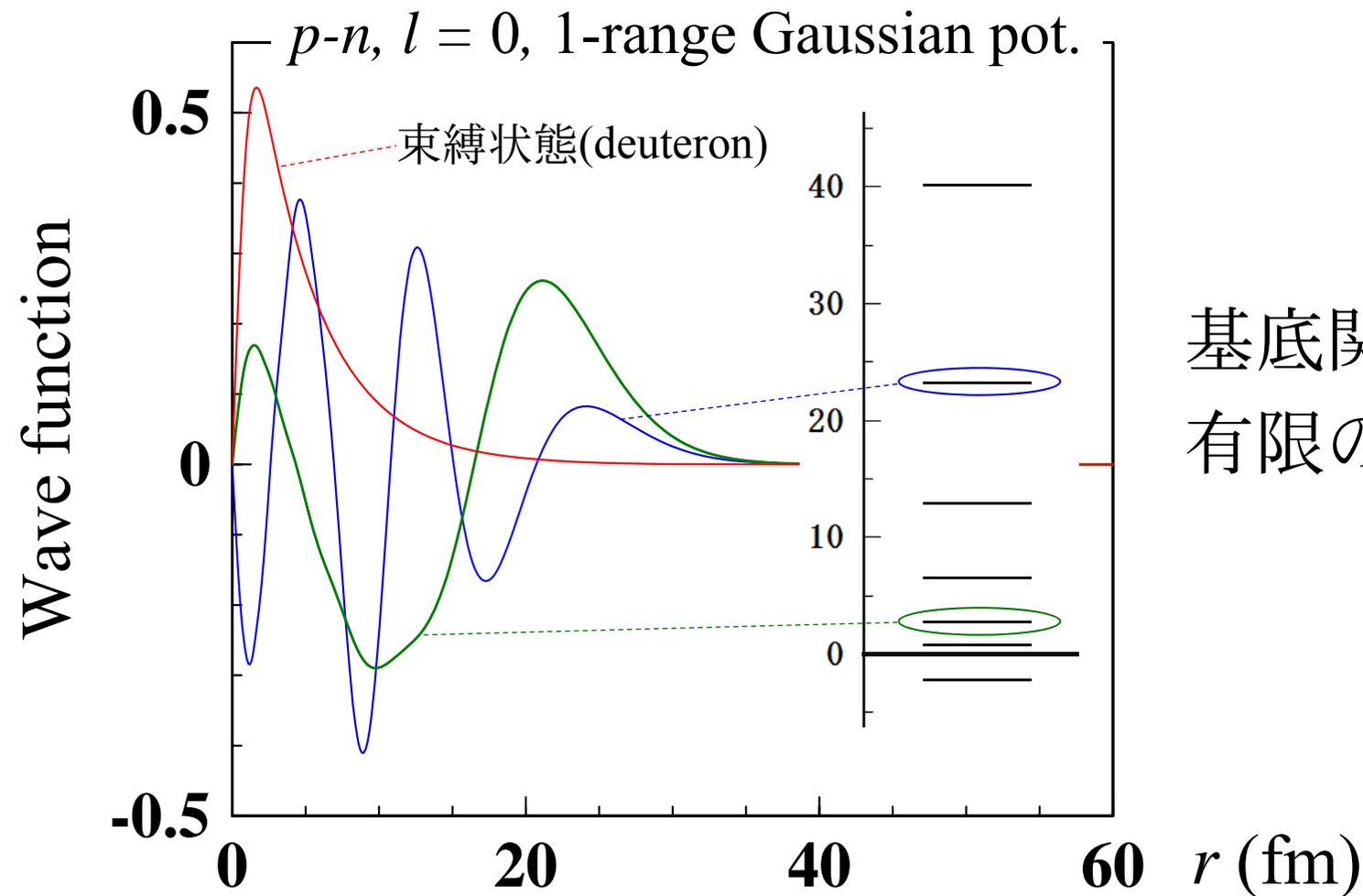
— $\hat{\varphi}_{l,i}^{\text{free}}(r)$

— $\frac{2}{r} \sin \frac{\Delta k r}{2}$

無限の広がりを持つが、 l -truncation の恩恵で反応計算は収束する(ただし遅い)。

連続状態の離散化の方法III (pseudostate法)

入射粒子の内部ハミルトニアンを基底関数で対角化し、得られた擬状態(閾値よりも上の状態)を離散化された連続状態とみなす。



基底関数の広がりに応じた有限の空間に分布する。

離散化の手法の比較

- 3つの手法は、弾性散乱断面積・全分解断面積について完全に同じ結果を与えることが確認されている。

※全分解断面積: $i = 1 - i_{\max}$ のチャンネルに遷移(分解)する断面積の和

- Mid法はCDCCCの正当性にとっては重要だが、実際の計算では、収束が速く、状態のコントロールが容易なAv法が便利。
→ 標準的な手法として広く普及

- PS法は最も初期に開発されたが、CDCCCで得られる離散的な結果を連続化する処方がなく、長く利用されていなかった。

※Av法では、幅 Δk の連続状態を等重で束ねた状態への遷移

を考えているので、 $S_0(k) \sim \frac{S_{i0}}{\sqrt{\Delta k}}$ とすれば良い。

離散的な結果の連続化(平滑化)

簡単のため、 k_β の大きさのみを指定した観測量を考える:

$$T_{\beta\alpha} \sim \langle \phi_{k_\beta} e^{i\mathbf{K}_\beta \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle$$

$$\mathcal{P} \equiv \sum_{i=0}^{i_{\max}} |\hat{\phi}_i\rangle \langle \hat{\phi}_i| \sim 1$$

CDCCで求めた*i*チャンネルへの遷移行列

$$\sim \sum_{i=0}^{i_{\max}} \langle \phi_{k_\beta} | \hat{\phi}_i \rangle \langle \hat{\phi}_i e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}} | U_n + U_c | \Psi_\alpha^{\text{CDCC}} \rangle$$

離散状態と連続状態のoverlap

(平滑化関数): $f_i(k_\beta)$

この考え方は、PS法にも適用可能。

平滑化関数(Av法の場合)

規格化係数 $\hat{\varphi}_i(r) = \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} \varphi(k, r) dk$

$$\int \varphi^*(k, r) \varphi(k', r) dr = \delta(k' - k)$$

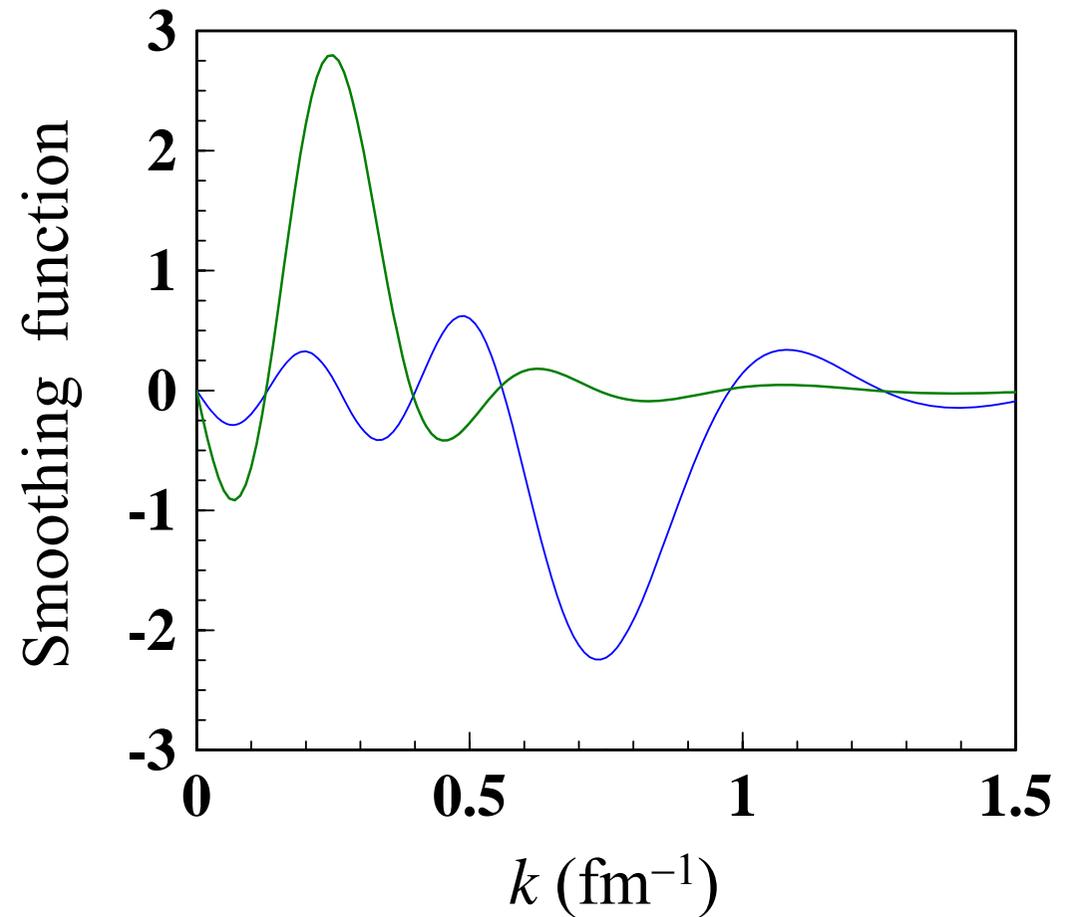
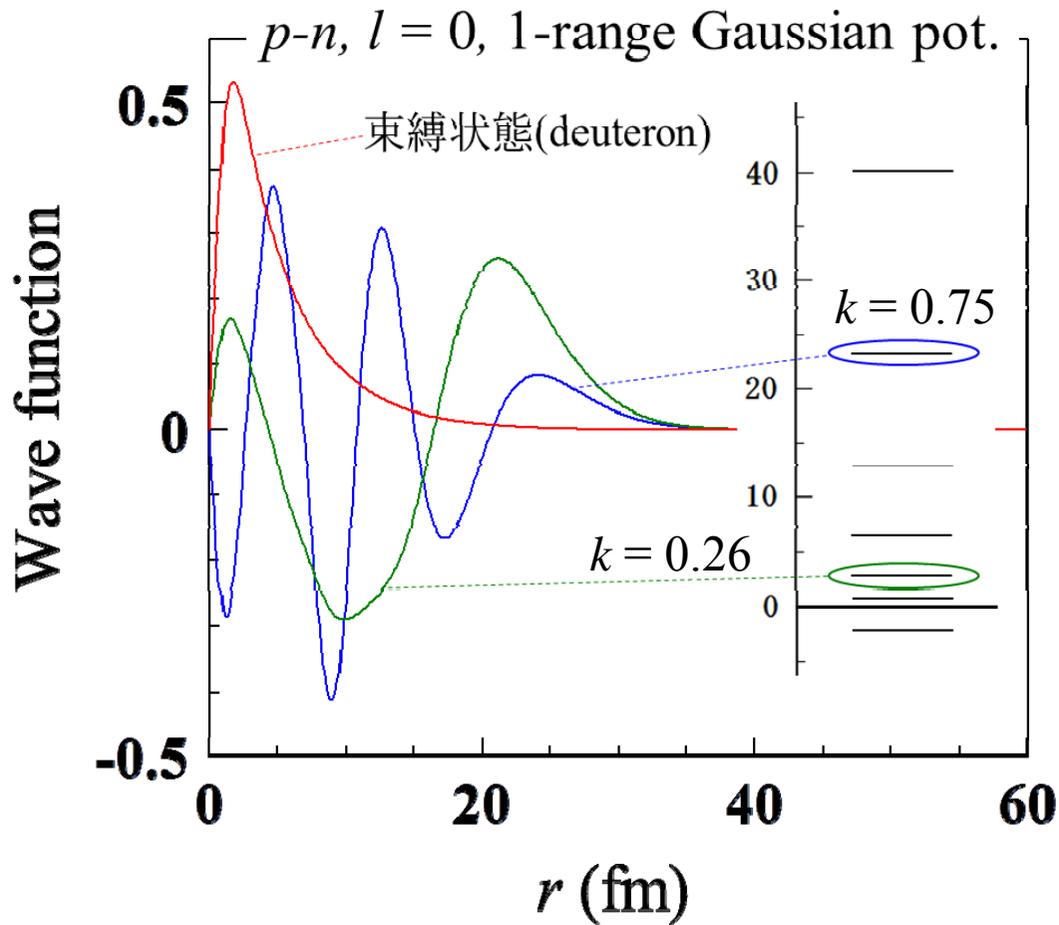


$$f_i(k) = \int \varphi^*(k, r) \hat{\varphi}_i(r) dr$$
$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int dr \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \varphi^*(k, r) \varphi(k', r)$$

通常の処方と同じ答

$$= \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} \int_{k_i}^{k_i + \Delta k} dk' \delta(k' - k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\Delta k}} & (k_i < k < k_i + \Delta k) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

平滑化関数(PS法)

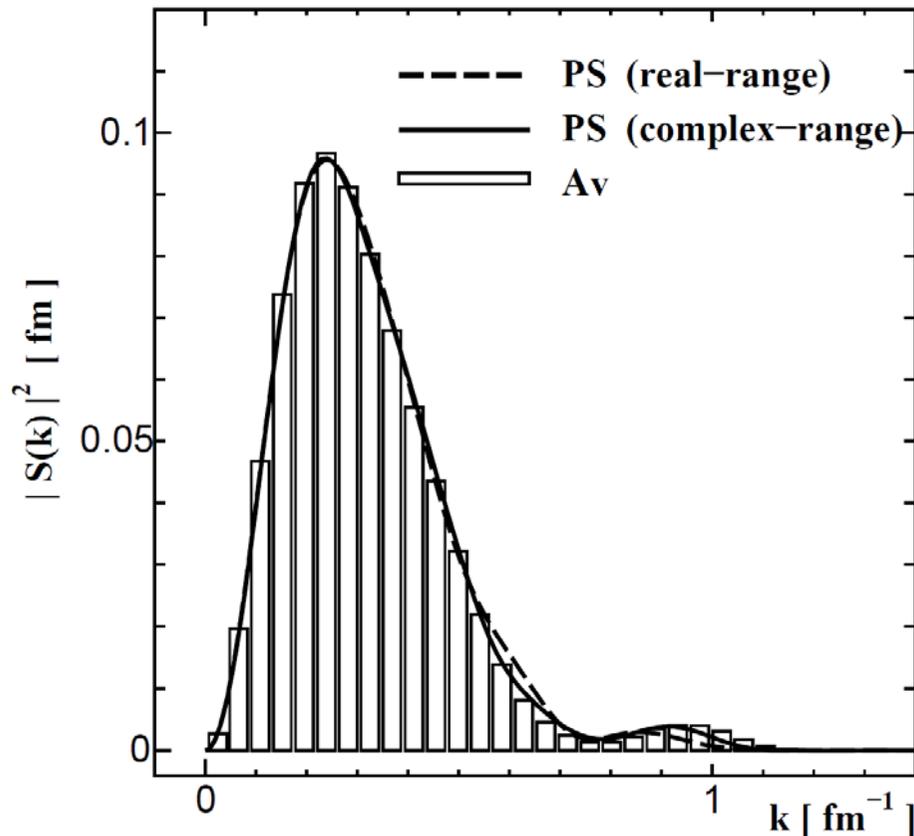


固有値に対応する k にピークを持つが、有意の広がりを持つ。

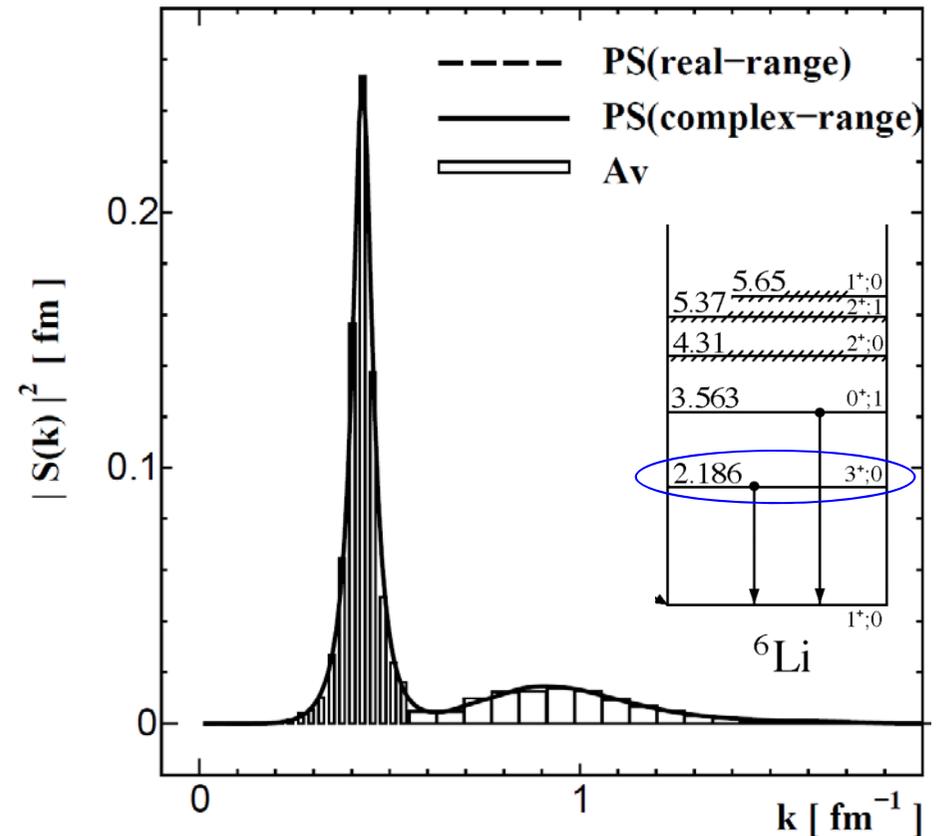
平滑化の実例(A_v法 vs PS法)

T. Matsumoto, Kamizato, O, Iseri, Hiyama, Kamimura, Yahiro, Phys. Rev. C **68**, 064607 (2003).

$d+^{58}\text{Ni}$ at 80 MeV



$^6\text{Li}+^{40}\text{Ca}$ at 156 MeV



平滑化した遷移強度は両者で極めて良く一致。

離散化の方法と物理量の平滑化のまとめ

- Average法, midpoint法, pseudostate法という3つの離散化の方法について紹介した。
- Av法は収束が早くコントロールが容易なため、もっとも広く普及しているが、入射粒子が3体系以上をなす場合、適用が困難。
- PS法は入射粒子の構成に関する制限がない。3体系の入射粒子と標的核からなる4体反応系を記述する4体CDCCが活躍中。
- 離散的な結果を平滑化する方法が開発され、PS法の本質的な問題は克服されている(4体CDCCについては複素スケールリング法を用いた平滑化法が最近開発された)。

T. Matsumoto, Hiyama, O, Iseri, Kamimura, Chiba, Yahiro, PRC70, 061601(R) (2004).

T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).

4体CDCCの計算例

T. Matsumoto, Kato, Yahiro, PRC82, 051602(R) (2010).

